

Numéro
d'inscription

Numéro
de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement
QR Code

Filière : PSI

Session : 2021

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

DOCUMENT RÉPONSE

Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.

Q1 - Vitesse minimale V en fonction de L , ℓ , T_m et T_p . Application numérique pour $T_m = 320$ s

Handwritten solution for Q1:

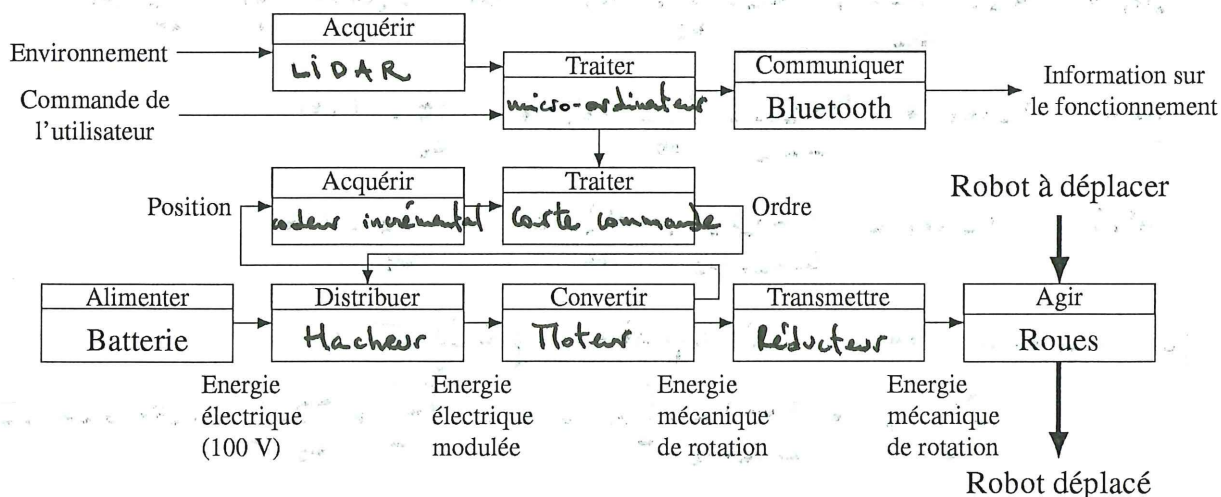
Aller 1 : $\Delta T_{A1} = \frac{L}{V}$
 Retour 1 : $\Delta T_{R1} = \frac{L+\ell}{V}$
 Aller 2 : $\Delta T_{A2} = \frac{L}{V}$
 Retour 2 : $\Delta T_{R2} = \frac{L+\ell}{V}$
 Aller 3 : ...
 Retour 3 : ...
 Aller 4 : ...

On a donc $T_m = 8 \cdot T_p + 4 \cdot \frac{L}{V} + 3 \cdot \frac{L+\ell}{V}$

Il faut donc :

$$V = \frac{7 \cdot L + 3 \cdot \ell}{T_m - 8 \cdot T_p} \approx 0,88 \text{ m/s}$$

Q2 - Chaînes d'énergie et d'information



Q3 - Vérification des éléments choisis pour respecter le critère de vitesse maximale

On veut $v_{\max} \approx 1,1 \text{ m/s}$ (exigence 1-5-2).

Or $\omega_{\max} = 3000 \cdot \frac{2\pi}{60} \approx 314 \text{ rad/s}$

Et $v_{\max} = r \cdot \omega_{\max} \approx 1,125 \text{ m/s}$. On a bien

roulement sans glissement $\rightarrow$ vitesse de rotation des roues $\rightarrow$ $v_{\max} > 1,1 \text{ m/s}$, ce qui valide l'exigence 1-5-2.

Q4 - Détermination de l'expression de δt . Application numérique

Je sais que $D = \int_0^T v(t) \cdot dt = \text{aire sous la courbe}$

$= v_{\max} \cdot (T - \delta t)$

Il faut donc :

$\delta t = T - \frac{D}{v_{\max}} \approx 0,9 \text{ s}$

Q5 - Détermination de l'équation différentielle entre $v(t)$ et $u_m(t)$. Vérification que $v(t)$ de l'énoncé est solution. Expression des constantes α_0 et τ_m

• $u_m(t) = R_m \cdot \frac{C_m(t)}{k_m} + k_m \cdot \frac{1}{kt} \cdot v(t)$ et $C_m(t) = \frac{J}{2} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$

donc $u_m(t) = \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \frac{k_m}{kt} \cdot v(t)$

d'où $u_m(t) = \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m \cdot kt} \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \frac{k_m}{kt} \cdot v(t)$

• Je remplace dans l'équation précédente :

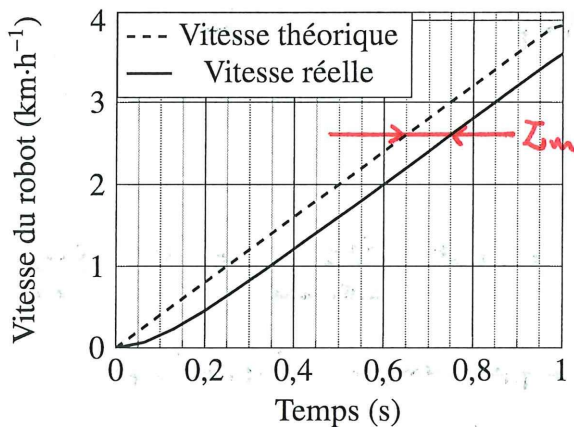
$\frac{U_0}{\delta t} \cdot t = \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m \cdot kt} \cdot \left[\alpha_0 - \alpha_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right] + \frac{k_m}{kt} \cdot \alpha_0 \cdot (t - \tau_m + \tau_m \cdot e^{-\frac{t}{\tau_m}})$

$$\frac{\omega_0}{st} \cdot t = \left[\frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m \cdot kt} \cdot \alpha_0 - \frac{k_m}{kt} \cdot Z_m \cdot \alpha_0 \right] + \frac{k_m}{kt} \alpha_0 t - \left[\frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m \cdot kt} \cdot \alpha_0 - \frac{k_m}{kt} \cdot Z_m \cdot \alpha_0 \right] \cdot e^{-\frac{t}{Z_m}}$$

Par identification: $\alpha_0 = \frac{kt}{R_m} \cdot \frac{\omega_0}{st}$ et $Z_m = \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m^2}$.

Avec ces expressions de α_0 et Z_m , $v(t) = \alpha_0 \cdot (t - Z_m + Z_m \cdot e^{-\frac{t}{Z_m}})$ est bien solution de l'équation différentielle.

Q6 - Estimation de la valeur de τ_m à partir de la courbe de vitesse réelle



En régime établi :

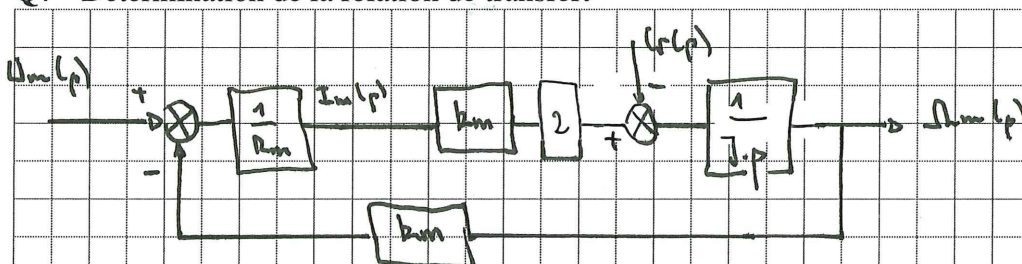
$$v(t) \approx \alpha_0 \cdot (t - Z_m)$$

$\downarrow$
retard

On a donc :

$$Z_m \approx 0,1 \text{ s}$$

Q7 - Détermination de la relation de transfert



$$\text{On a donc : } H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_m(p)} \Big|_{G_r(p)=0} = \frac{\frac{1}{R_m} \cdot k_m \cdot 2 \cdot \frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{1}{R_m} \cdot k_m \cdot 2 \cdot \frac{1}{J \cdot p}}$$

$$= \frac{2 \cdot k_m}{2 \cdot k_m^2 + R_m \cdot J \cdot p}$$

$$H_m(p) = \frac{1/k_m}{1 + \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m^2} \cdot p}$$

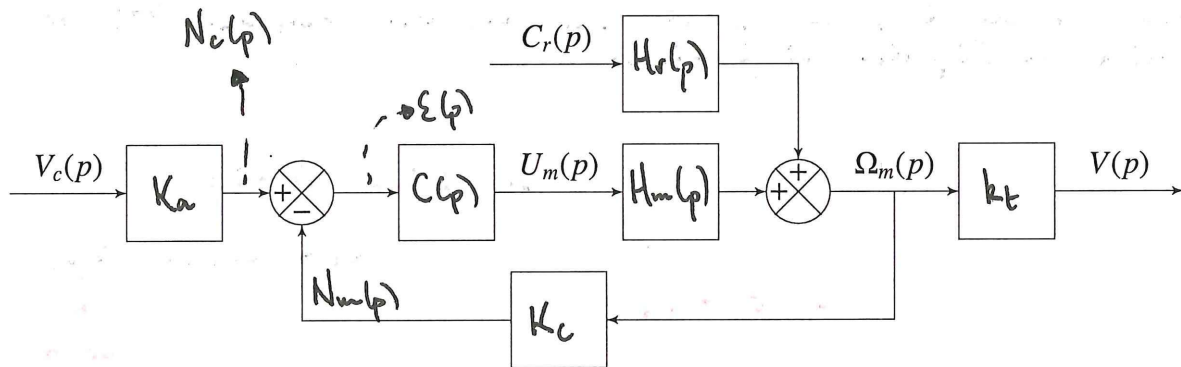
$$\text{Et } H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{G_r(p)} \Big|_{\Omega_m(p)=0} = \frac{\frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{1}{R_m} \cdot k_m \cdot 2 \cdot \frac{1}{J \cdot p} \cdot k_m}$$

(espace libre page suivante)

On obtient donc :

$$H_r(p) = - \frac{\frac{R_m}{2 \cdot k_m^2}}{1 + \frac{R_m \cdot J}{2 \cdot k_m^2} \cdot p}$$

Q8 - Schéma-bloc avec fonctions de transfert manquantes. Valeur numérique de K_c . Expression de K_a

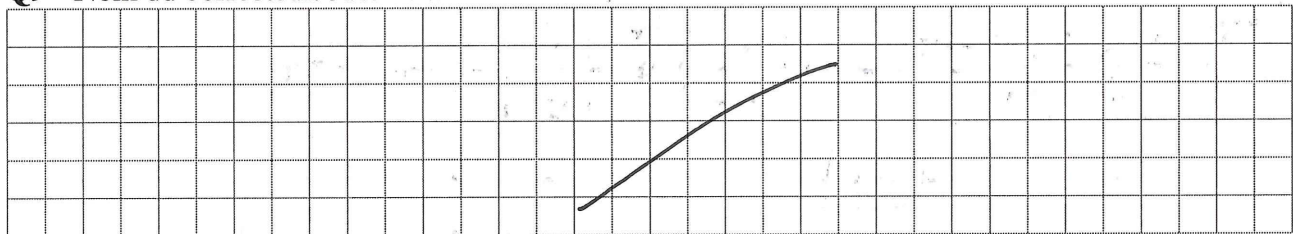


Avec $K_c = \frac{N_m(p)}{N_m(p)} = 628 \frac{\text{inc}}{\text{tr}} = 628 \frac{\text{inc}}{2 \cdot \pi \cdot \text{rad}} \approx 100 \frac{\text{inc}}{\text{rad}}$

L'amplification pourra fonctionner si $E(p) \rightarrow 0$ lorsque $V(p) = V_c(p)$

donc si $K_a = \frac{K_c}{k_t}$

Q9 - Nom du correcteur. Justification du choix du correcteur



Q10 - Valeur de K_p pour avoir un temps de réponse à 5 % de 0,3 s

je calcule donc :

$$FTBF(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_p \cdot \frac{1 + Z_m \cdot p}{Z_m \cdot p} \cdot \frac{K_m \cdot K_c}{1 + Z_m \cdot p}}{1 + K_p \cdot \frac{1 + Z_m \cdot p}{Z_m \cdot p} \cdot \frac{K_m \cdot K_c}{1 + Z_m \cdot p}}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{Z_m}{K_p \cdot K_m \cdot K_c} \cdot p}$$

On veut $\text{tr}_{5\%} = 0,3 \text{ s}$ donc

$$K_p = \frac{3 \cdot Z_m}{\text{tr}_{5\%} \cdot K_m \cdot K_c} \approx 2 \cdot 10^{-3} \sqrt{\text{inc/s}}$$

Numéro
d'inscription

Numéro
de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement
QR Code

Filière : **PSI**

Session : **2021**

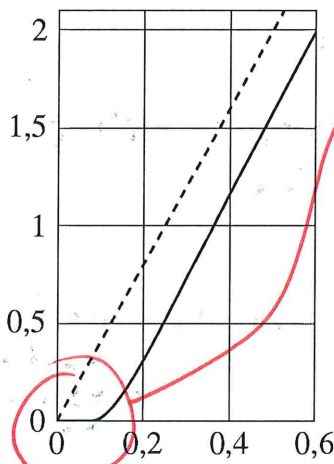
Épreuve de : **Sciences Industrielles**

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

Q11 - Prise en compte de la perturbation. Conclusion sur l'asservissement



Il s'agit d'une non-linéarité de type SEUI.
L'asservissement permet bien d'atteindre la
vitesse (maximale) demandée, ici 4 km/h.

Q12 - Théorème de l'énergie cinétique. Expression de M_{eq} , r_{eq} et $F_{r,eq}$

J'isole l'ensemble des pièces en mouvement. Le bilan de puissance est le suivant : $P_{int} : P_{motrice} = 2 \cdot C_m \cdot \omega_m = 2 \cdot C_m \cdot \frac{1}{kt} \cdot v$ ✓
Autres puissances = 0 (liaisons parfaites)

$$P_{ext} : P_{ps} = -(\pi + 6 \cdot m) \cdot g \cdot \vec{z} \cdot (v \cdot \vec{y}_0) \\ = -(\pi + 6 \cdot m) \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha$$

$P_{sol \rightarrow roue} = 0$ car roulement sans glissement

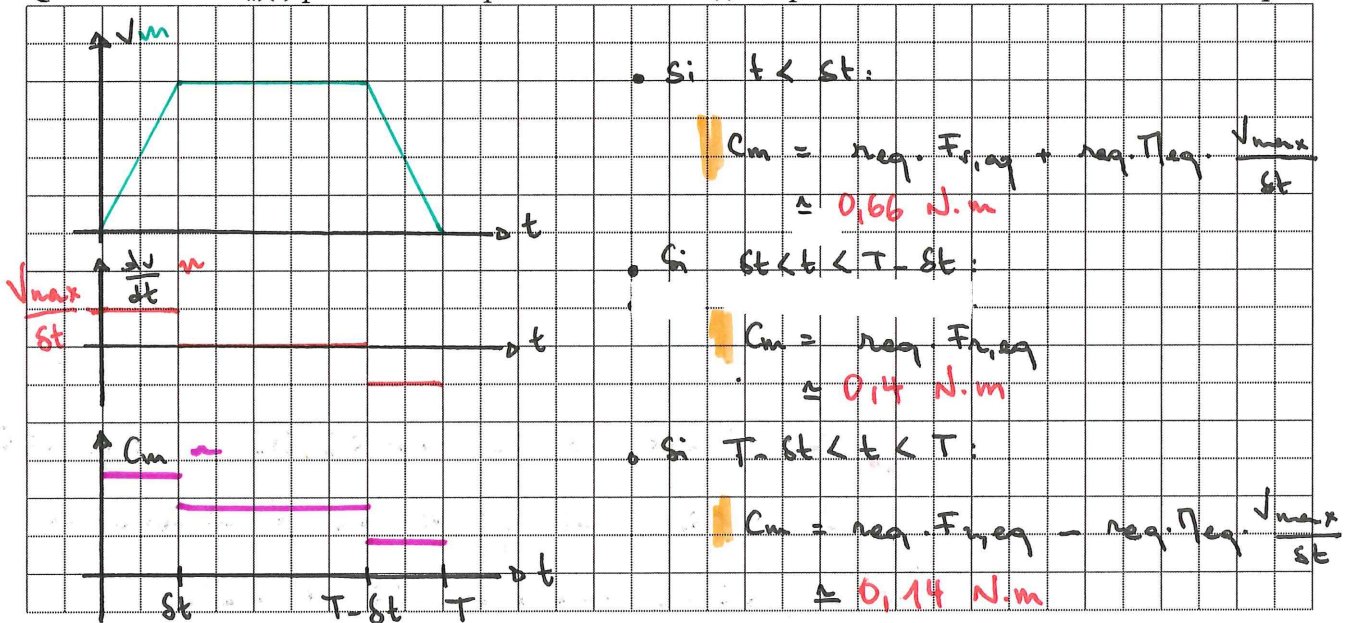
$$Et : E_c(\text{ensemble } G) = \frac{1}{2} \cdot (\pi + 6 \cdot m) \cdot v^2$$

$$\text{Donc : } 2 \cdot C_m \cdot \frac{1}{kt} \cdot v - (\pi + 6 \cdot m) \cdot g \cdot \sin \alpha = (\pi + 6 \cdot m) \cdot v \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\text{D'où : } \underbrace{(\pi + 6 \cdot m)}_{M_{eq}} \frac{dv}{dt} = \underbrace{\frac{2}{kt} C_m}_{F_{eq}} - \underbrace{(\pi + 6 \cdot m) \cdot g \cdot \sin \alpha}_{F_{eq}}$$

$M_{eq} = \frac{kt}{2}$

Q13 - Tracé de $C_m(t)$ pour suivre le profil de vitesse $v(t)$. Expressions littérales et valeurs numériques



Q14 - Couple maximal développé par le moteur. Vérification de l'adéquation du moteur choisi

Lorsque $\omega_m = 0$, le couple est maximal. Dans ce cas: $v_m = 100 \text{ V}$
 $= R_m \cdot i_m$
 $= \frac{R_m}{k_m} \cdot C_m$

Donc $C_{max} = \frac{k_m}{R_m} \cdot v_m \approx 20 \text{ N.m}$

Le couple est largement suffisant: $C_{max} \gg 0,66 \text{ N.m}$.

Q15 - Expression de $\vec{V}(A' \in g/0)$ et $\vec{V}(B' \in d/0)$ en fonction de $V, \omega_g, \omega_d, \dot{\theta}, e$ et r

• $\vec{V}(A' \in g/0) = \vec{0} = \vec{V}(A' \in g/1) + \vec{V}(1' \in 1/0)$

Où $\vec{V}(A' \in g/1) = \vec{V}(A \in g/1) + \vec{A'A} \wedge \vec{\Omega}_{g/1} = r \cdot \vec{z} \wedge (\omega_g \cdot \vec{x}_1)$
 $= r \cdot \omega_g \cdot \vec{y}_1$

Et $\vec{V}(1' \in 1/0) = \vec{V}(O \in 1/0) + \vec{A'O} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = V \cdot \vec{y}_1 + (r \cdot \vec{z} + e \cdot \vec{x}_1) \wedge (\dot{\theta} \cdot \vec{z})$
 $= V \cdot \vec{y}_1 - e \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1$

Donc: $\vec{V}(A' \in g/0) = \vec{0} = (V - e \cdot \dot{\theta} + r \cdot \omega_g) \cdot \vec{y}_1$

De même: $\vec{V}(B' \in d/0) = \vec{0} = (V + e \cdot \dot{\theta} + r \cdot \omega_d) \cdot \vec{y}_1$

Q16 - Expression de C_1 et C_2

On a donc :

$$\begin{aligned} \sqrt{-e \cdot \ddot{\theta}} + r \cdot \omega_g &= 0 \\ \sqrt{+e \cdot \ddot{\theta}} + r \cdot \omega_d &= 0 \end{aligned}$$

Donc :

$$2 \cdot \sqrt{-e \cdot \ddot{\theta}} + r \cdot (\omega_d + \omega_g) = 0 \quad \text{donc} \quad \sqrt{-e \cdot \ddot{\theta}} = -\frac{r}{2} \cdot (\omega_d + \omega_g) \quad C_2$$

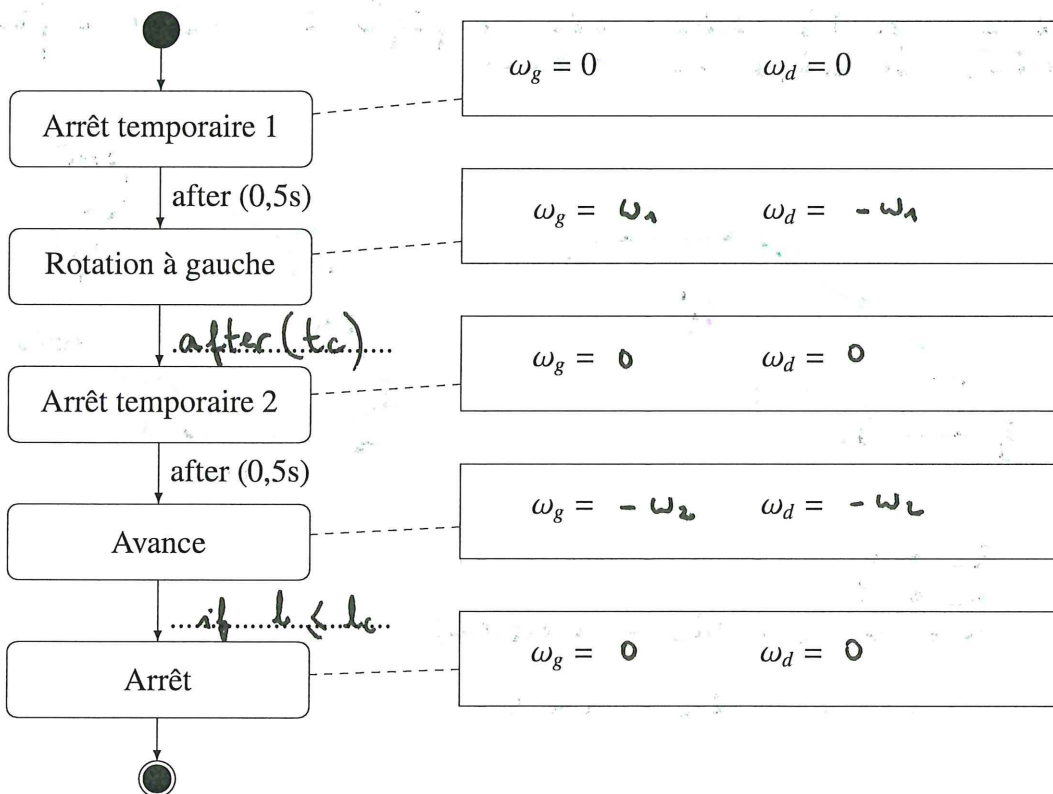
Et :

$$2 \cdot \sqrt{+e \cdot \ddot{\theta}} + r \cdot (\omega_d - \omega_g) = 0 \quad \text{donc} \quad \sqrt{+e \cdot \ddot{\theta}} = -\frac{r}{2 \cdot e} \cdot (\omega_d - \omega_g) \quad C_1$$

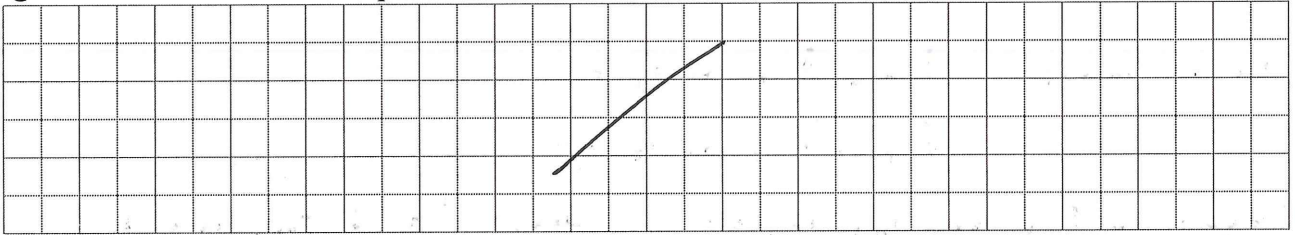
Q17 - Consignes à imposer sur les roues pour obtenir les déplacements souhaités

Mouvement	V	$\dot{\theta}$	ω_g	ω_d
Avant	V_c	0	$-\frac{V_c}{2 \cdot l_2}$	$-\frac{V_c}{2 \cdot l_2}$
Arrière	$-V_c$	0	$+\frac{V_c}{2 \cdot l_2}$	$+\frac{V_c}{2 \cdot l_2}$
Gauche	0	ω_c	$\frac{\omega_c}{2 \cdot l_1}$	$-\frac{\omega_c}{2 \cdot l_1}$
Droite	0	$-\omega_c$	$-\frac{\omega_c}{2 \cdot l_1}$	$+\frac{\omega_c}{2 \cdot l_1}$

Q18 - Info-bulles à compléter avec les valeurs de ω_d et ω_g et les deux transitions



Q19 - Autre solution mécanique



Q20 - Fonction des moteurs M_1 et M_2 . Justification du déplacement des mains

Π_1 : rapprochement des mains
 Π_2 : soulèvement du pot

- C'est le mécanisme "4 bars" qui permet de maintenir les pots parallèlement au sol.
- Autrement dit, les pots sont en translation par rapport au sol.

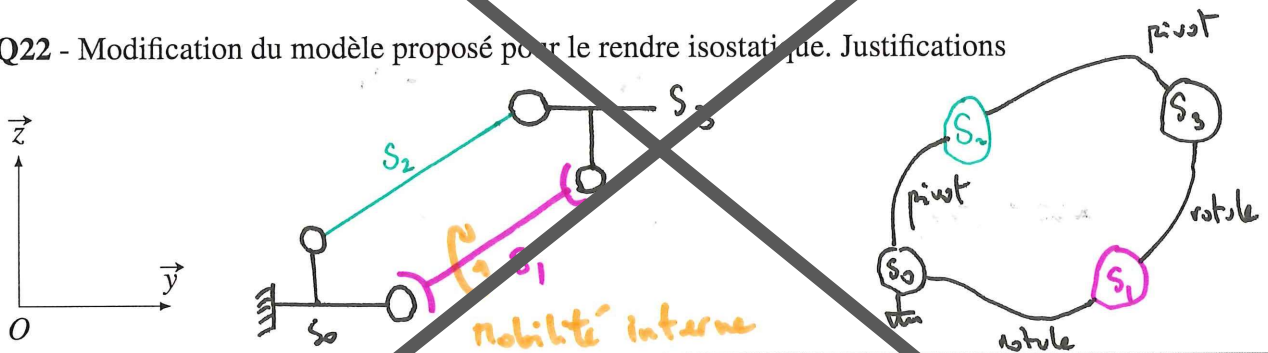
Q21 - Calcul du degré d'hyperstatisme du modèle proposé et conséquence

$h = E_c - I_c + m$ où $E_c = 6 \times 3 = 18$
 $I_c = 4 \times 2 = 8$
 $m = 1$

Donc $h = 11$

Le mécanisme sera très rigide mais compliqué à assembler compte tenu des 11 contraintes géométriques de montage.

Q22 - Modification du modèle proposé pour le rendre isostatique. Justifications



I_{c_i} : $E_c = 6$
 $I_c = 8$
 $m = 2$ (1 utile + 1 interne)

On a bien $h = 0$.

Numéro
d'inscription

Numéro
de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement
QR Code

Filière : PSI

Session : 2021

Épreuve de : Sciences Industrielles

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

Q23 - Isolement du pot. Expression de N_1 et N_2

J'isole le pot soumis à :

- pesanteur $\rightarrow$ pot
- main 1 $\rightarrow$ pot
- main 2 $\rightarrow$ pot

Le principe fondamental de la statique donne :

$$N_1 - N_2 = 0$$

$$T_1 + T_2 - m \cdot g = 0$$

À la limite du glissement $\left| \frac{T_1}{N_1} \right| = \left| \frac{T_2}{N_2} \right| = f_p$. Au minimum, il faut donc :

$$N_1 = N_2 = \frac{m \cdot g}{2 \cdot f_p}$$

Q24 - Démarche de résolution pour déterminer C. Expression de r_0 . Vérification du motoréducteur

J'isole { crémaillère 1, noyau cannelé 1, main 1, bielle 1 } soumis à :

- crémaillère 1 $\rightarrow$ pot
- main 1 $\rightarrow$ pot
- pignon $\rightarrow$ crémaillère 1

Le théorème de la résultante en projection sur $\vec{z}$ donne :

$$-N_1 + F_{PC1} = 0$$

Et de même : $+N_2 + F_{PC2} = 0$

J'isole le pignon soumis à :

- crémaillère 1 $\rightarrow$ pignon
- motoréducteur $\rightarrow$ pignon
- crémaillère 2 $\rightarrow$ pignon

Le théorème des moments en O en projection sur $\vec{y}$ donne :

$$r_p \cdot F_{C1P} - r_p \cdot F_{C2P} + C_0 = 0$$

Donc : $C_0 = + 2 \cdot r_p \cdot N_1 = \frac{r_p}{f_p} \cdot m \cdot g$

$C_0 \leq 10,6 \text{ N.m}$: $C_0 < 12 \text{ N.m}$ donc le moto-réducteur est bien dimensionné.

Q25 - Situation la plus défavorable

Cela correspond à :

- aucun pot "en stock" sur le robot
- 1 pot en cours de préhension
- mains et pot à l'horizontal

Q26 - Isolement. Équation choisie du principe fondamentale de la statique. Expression de N_C

Je isole l'ensemble {robot, pot} soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $\vec{N}_C$ → rose arrière
- " → " avant
- poids → robot
- " → pot

Je vais écrire le théorème des moments en D et en projection sur $\vec{x}$.

On a donc :

$$\vec{\Pi}_{D, \text{sol} \rightarrow \text{RAR}} \cdot \vec{x} + \vec{\Pi}_{D, \text{sol} \rightarrow \text{RW}} \cdot \vec{x} + \vec{\Pi}_{D, \text{poids} \rightarrow \text{robot}} \cdot \vec{x} + \vec{\Pi}_{D, \text{poids} \rightarrow \text{pot}} \cdot \vec{x} = 0$$

avec :

- $\vec{\Pi}_{D, \text{sol} \rightarrow \text{RAR}} \cdot \vec{x} = -b \cdot N_C$
- $\vec{\Pi}_{D, \text{sol} \rightarrow \text{RW}} \cdot \vec{x} = 0$
- $\vec{\Pi}_{D, \text{poids} \rightarrow \text{robot}} \cdot \vec{x} = +\frac{\pi}{2} \cdot g \cdot (b-a)$
- $\vec{\Pi}_{D, \text{poids} \rightarrow \text{pot}} \cdot \vec{x} = -\frac{m}{2} \cdot g \cdot c$

On obtient alors :

$$N_C = \frac{\pi}{2} \cdot g \cdot \frac{b-a}{b} - \frac{m}{2} \cdot g \cdot \frac{c}{b}$$

Q27 - Masse maximale avant basculement

À la limite du basculement : $N_C = 0$. On aura donc :

$$m_{\max} = \frac{b-a}{c} \cdot \pi$$

Je calcule : $m_{\max} = 22,5 \text{ kg}$

On a bien $m_{\max} > 10 \text{ kg}$; ce qui valide l'exigence 1.5.3.

Q28 - Théorèmes utilisés pour obtenir les équations (5), (6) et (7)

(5) : Théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{y}$.

(6) : " " " " " " " " " $\vec{z}$.

(7) : " du moment dynamique en D en " " $\vec{x}$.

Q29 - Détermination de T_D

Je liste la roue arrière soumise à :

- sol $\rightarrow$ RAR
- châssis robot $\rightarrow$ R+R

Le théorème du moment, en un point sur l'axe de la pivot entre R+R et le châssis, donne : $T_C = 0$.

Avec l'équation (5), on obtient donc :

$$T_D = \frac{\pi}{2} r$$

Q30 - Détermination des valeurs numériques de T_D et N_D . Conclusion

• $T_D = \frac{\pi}{2} r \approx \underline{33 \text{ N}}$

• $N_D = \frac{\pi}{2} g - N_C = \frac{\pi}{2} g - \frac{b-a}{b} \cdot \frac{\pi}{2} g - \frac{h}{b} \cdot \frac{\pi}{2} r$

$$N_D = \frac{a}{b} \cdot \frac{\pi}{2} g - \frac{h}{b} \cdot \frac{\pi}{2} r \approx \underline{180 \text{ N}}$$

Je calcule : $\frac{T_D}{N_D} \approx 0,16$. On a $\frac{T_D}{N_D} < f_r$ donc la roue avant ne glissera pas.

Q31 - Détermination de l'accélération maximale. Durée de la phase d'accélération dans ces conditions

À la limite du glissement : $\frac{T_D}{N_D} = 0,3 = f_r$.

On a donc : $\frac{\frac{\pi}{2} \cdot r_{\max}}{\frac{a}{b} \cdot \frac{\pi}{2} g - \frac{h}{b} \cdot \frac{\pi}{2} r_{\max}} = f_r$

On obtient alors : $r_{\max} = \frac{a \cdot f_r}{b + h \cdot f_r} g \approx \underline{2 \text{ m/s}^2}$

On veut $v_{\max} = 1,1 \text{ m/s}$; la durée st' de la phase d'accélération sera donc : $st' = \frac{v_{\max}}{r_{\max}} \approx \underline{0,55 \text{ s}}$

Q32 - États à compléter

Q33 - Transitions à compléter

Q34 - Infos-bulles à compléter

