

Utilisation des pôles dominants

① Les pôles de la FTBF sont réels donc il n'y aura pas de dépassements.

② On a
$$FTBF(p) = \frac{K_F}{\left(1 - \frac{p}{p_{1F}}\right) \cdot \left(1 - \frac{p}{p_{2F}}\right)}$$
$$= \frac{K_F}{1 - \frac{p_{1F} + p_{2F}}{p_{1F} \cdot p_{2F}} \cdot p + \frac{1}{p_{1F} \cdot p_{2F}} \cdot p^2}$$

Donc
$$\omega_0 = \sqrt{p_{1F} \cdot p_{2F}} \simeq 0,077 \text{ rad/s}$$

$$\xi = - \frac{p_{1F} + p_{2F}}{2 \cdot \sqrt{p_{1F} \cdot p_{2F}}} \simeq 0,17$$

Avec l'abaque, je relève : $t_{réduit} = t_{rs0\%} \cdot \omega_0 \simeq 15$

Donc $t_{rs0\%} \simeq 196 \text{ s}$

③ Je remarque que : $|p_{2F}| \ll |p_{1F}|$

et donc $T_{2F} \gg T_{1F}$ avec $T_{2F} = -\frac{1}{p_{2F}}$

et $T_{1F} = -\frac{1}{p_{1F}}$

On a donc $FTBF(p) \simeq \frac{K_F}{1 + T_{2F} \cdot p}$ et donc $t_{rs0\%} \simeq 3 \cdot T_{2F}$
 $t_{rs0\%} \simeq 107 \text{ s}$

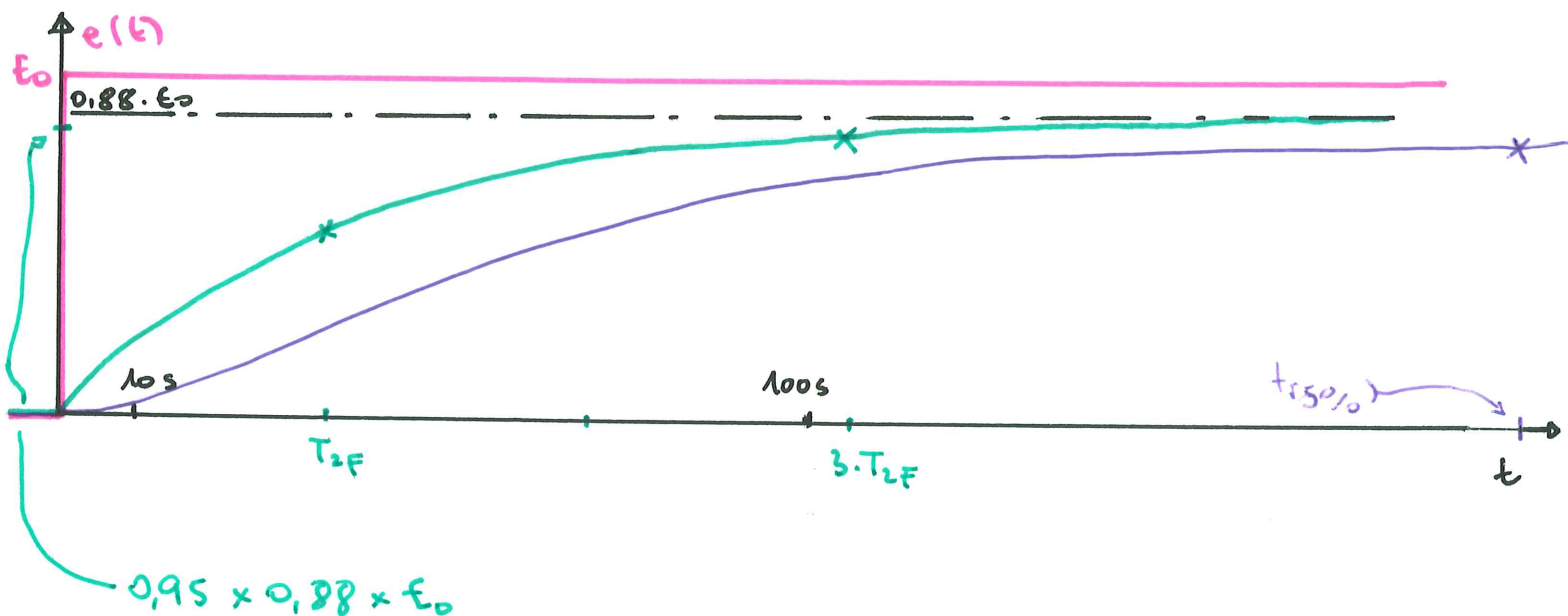
④ On a aussi : $FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$

Et donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \cdot S(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \cdot FTBF(p) \cdot E(p)$

Avec $E(p) = \frac{E_0}{p}$ et donc :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \text{FTBF}(p) \cdot E_0 = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot E_0$$

donc $\left| \lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = 0,88 \cdot E_0 \right.$



⑤ Calcul de la marge de gain. On a : $\varphi(\omega) > -180^\circ$

$$\text{et } \lim_{\omega \rightarrow +\infty} G_{dB}(\omega) = -\infty$$

Donc $\left| \gamma_{\text{Gain}} = +\infty \right.$

Calcul de la marge de phase, je cherche lorsque $G_{dB}(\omega) = 0 \text{ dB}$

ce qui correspond à $|\text{FTBO}(j\omega)| = 1$ avec :

$$\text{FTBO}(j\omega) = \frac{K_B}{(1 + T_{1B0} \cdot p) \cdot (1 + T_{2B0} \cdot p)} \quad \text{où } T_{1B0} = -\frac{1}{p_{1B0}}$$

$$\text{et donc } |\text{FTBO}(j\omega)| = \frac{K_B}{\sqrt{1 + T_{1B0}^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + T_{2B0}^2 \cdot \omega^2}} = 1$$

$$\text{si } K_B^2 = (1 + T_{1B0}^2 \cdot \omega^2) \cdot (1 + T_{2B0}^2 \cdot \omega^2)$$

$$K_B^2 = 1 + (T_{1B0}^2 + T_{2B0}^2) \cdot \omega^2 + T_{1B0}^2 \cdot T_{2B0}^2 \cdot \omega^4$$

$$\text{donc si } T_{1B0}^2 \cdot T_{2B0}^2 \cdot \omega^4 + (T_{1B0}^2 + T_{2B0}^2) \cdot \omega^2 + 1 - K_B^2 = 0$$

$$\text{donc } \omega^2 \approx \cancel{0,056} \text{ (rd/s)}^2$$

$$\text{ou } \omega^2 \approx 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ (rd/s)}^2$$

$$\text{et donc } \omega \approx 0,087 \text{ rd/s (noté } \omega_{0dB})$$

$$\text{Je calcule ensuite : } \varphi(\omega_{0dB}) = \arg(FTBF(j \cdot \omega_{0dB}))$$

$$= -\arctan(T_{1B0} \cdot \omega_{0dB})$$

$$- \arctan(T_{2B0} \cdot \omega_{0dB})$$

$$\approx -103^\circ$$

$$\text{On a donc } \underline{\underline{M_{\varphi} = 180^\circ + \varphi(\omega_{0dB}) \approx 77^\circ}}$$

⑥. Oui car les pôles de la FTBF ont une partie imaginaire non-nulle.

• On a cette fois-ci un système précis car le gain de la FTBF est unitaire.

⑦ On a ici :

$$FTBF(p) = \frac{1}{\left(1 - \frac{p}{p_{1F}}\right) \cdot \left(1 - \frac{p}{p_{2F}}\right) \cdot \left(1 - \frac{p}{p_{3F}}\right)}$$

$$\approx \frac{1}{\left(1 - \frac{p}{p_{2F}}\right) \cdot \left(1 - \frac{p}{p_{3F}}\right)}$$

$$\text{car } |p_{1F}| \gg |a|$$

$$\text{ou } p_{2F} = \overline{p_{3F}} = a + j \cdot b$$

Comme précédemment :

$$\omega_0 = \sqrt{P_{2F} \cdot P_{3F}} = \sqrt{a^2 + b^2} \simeq 0,72 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = - \frac{P_{2F} + P_{3F}}{2 \cdot \sqrt{P_{2F} \cdot P_{3F}}} = - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \simeq 0,11$$

Et donc :

$$t_{réduit} = t_{rs\%} \cdot \omega_0 \simeq 25 \quad \text{et} \quad \text{donc} \quad \boxed{t_{rs\%} \simeq 35 \text{ s}}$$