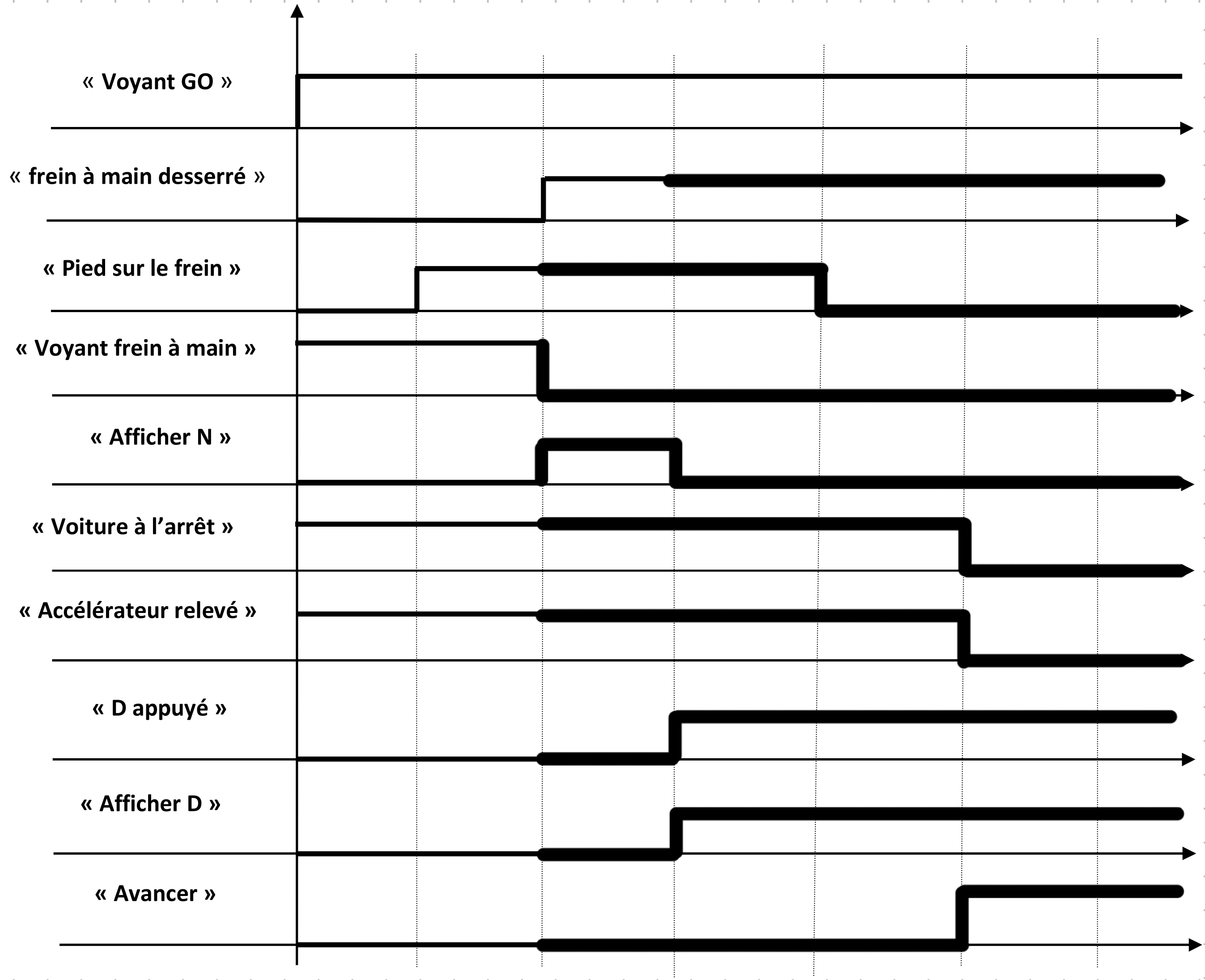
Nom : CORRECTION
Prénom :

Epreuve de Sciences Industrielles FILIERE PSI

En dehors de l'espace réponse réservé à chaque partie ***l'espace libre page 16 peut être utilisé, mais le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond***.

1. ETUDE DU CYCLE DE DEMARRAGE DU MOTEUR [Q1]

Question 1 :

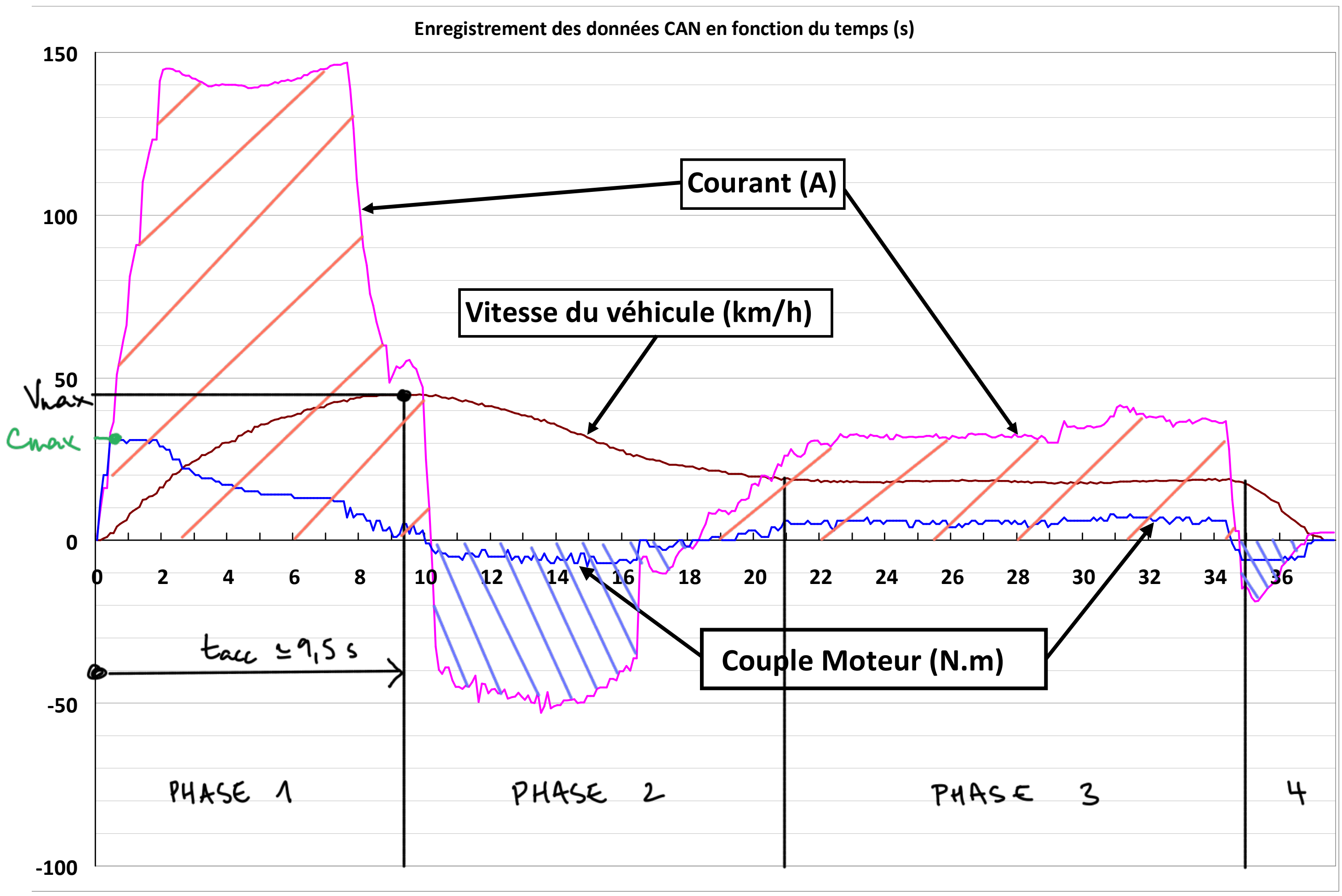


Ne rien écrire dans la partie barrée

2. VERIFICATION DES PERFORMANCES ANNONCEES DU VEHICULE [Q2 à Q5]

2.1 Vérification des exigences de vitesse, d'accélération maxi et de couple maxi disponible du véhicule

Question 2 :



Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 3 :

Vitesse Maxi = 45 km/h

Conclusion : Vérifie l'exigence 1.2.4
Vitesse maxi = 45 km/h

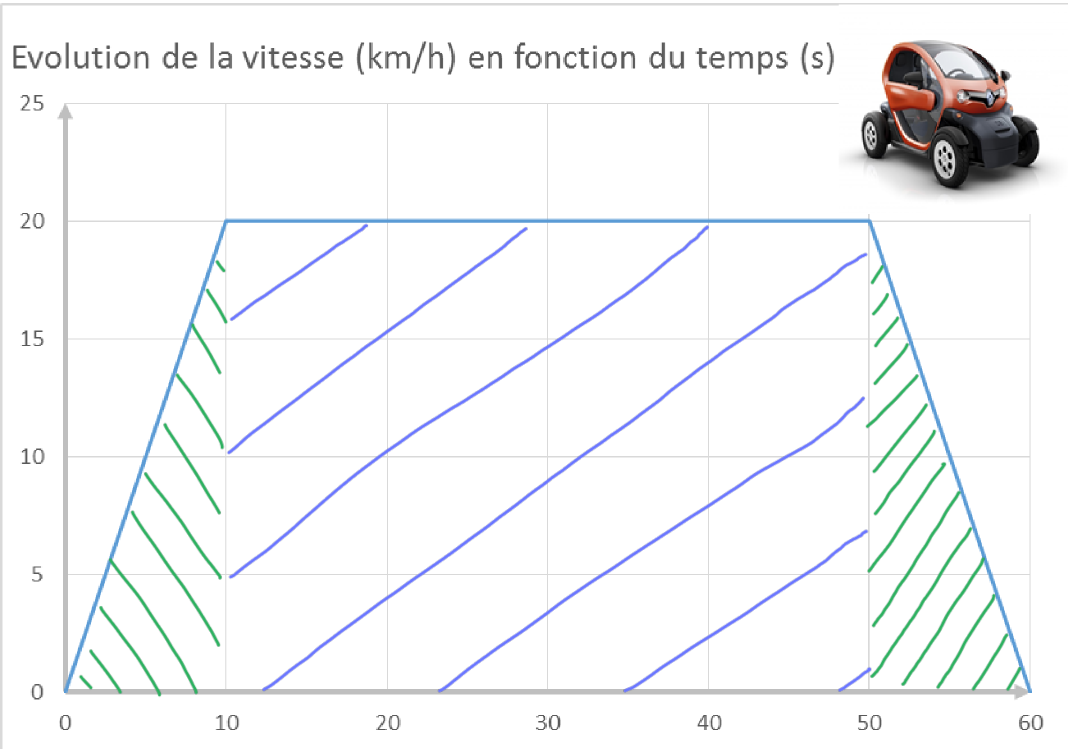
Temps d'accélération = 9,5 s

Conclusion : Vérifie l'exigence 1.2.4
car temps d'accélérat° de 0 à 45 km/h
inférieur à 10 s

Couple Maxi = 31 N.m

2.2 Vérification de l'exigence sur l'autonomie du véhicule

Question 4 :



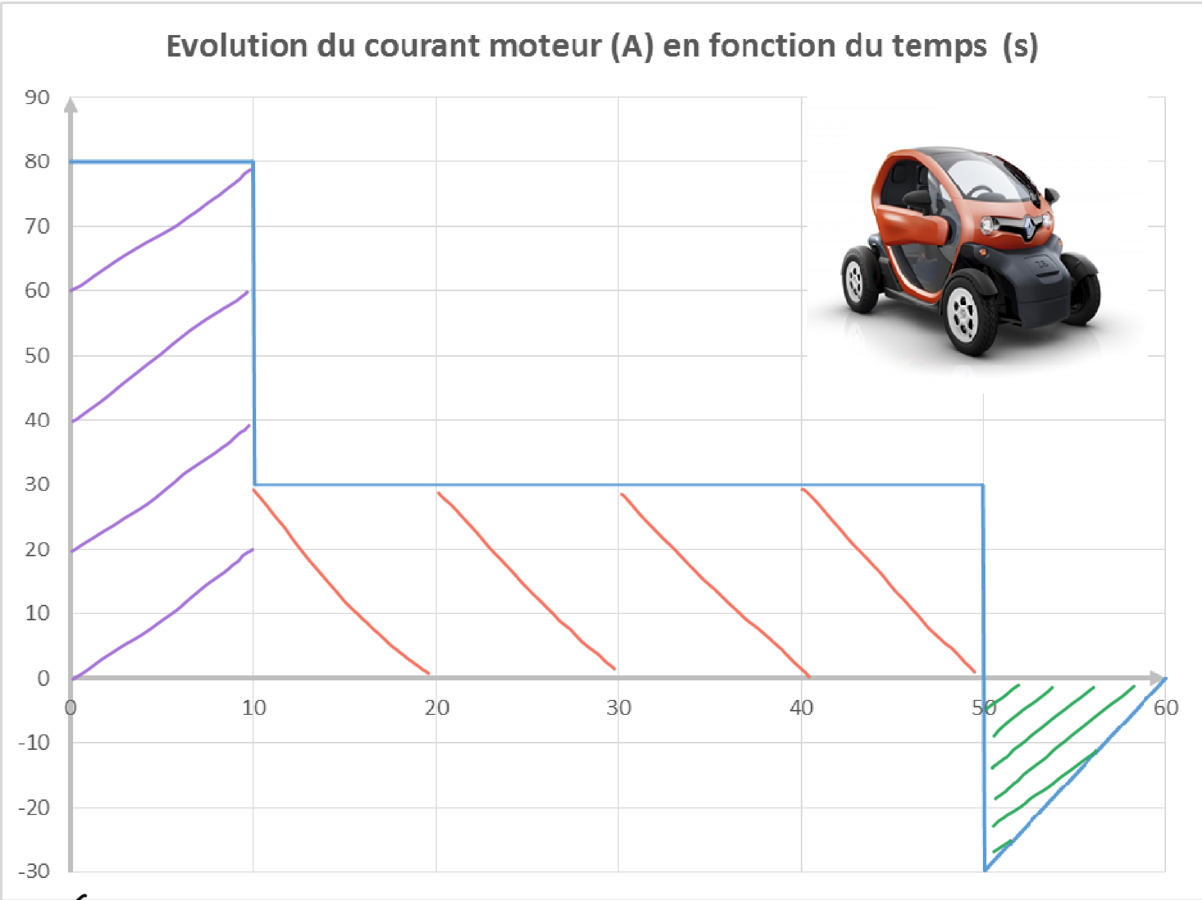
$$d = \int_{t=0}^{60} v(t).dt = \text{aire sous la courbe} = 20\ \frac{km}{h}.(10\ s) + 20\ \frac{km}{h}.(40\ s)$$

$$= 20 \times 50 . \frac{10\cancel{00}}{36\cancel{00}} \simeq \frac{1}{2} \times 500$$

Distance parcourue d ≃ 250 m

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 5 :



$$C = \int_{t=0}^{60} i(t).dt = 80 \times 10 + 30 \times 40 - 30 \times 10 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 800 + 1200 - 150$$

$$= 1850 \ A.s$$

52,5

$$= 1850 \ A. \frac{1}{3600} h$$

$$\simeq 0,5 \ A.h \quad \text{(pour 1 cycle)}$$

Capacité nécessaire = 0,5 A.h

La capacité de la batterie est $C_{tot} = 105$ A.h. L'autonomie est donc de

$$\frac{C_{tot}}{C} \times d \simeq 210 \times 250 \text{ m}$$

$$\simeq 210 \times 0,25 \text{ km} \simeq 52,5 \text{ km}$$

Autonomie = 52,5 km

Conclusion : Il s'agit ici d'un style de conduite avec des conditions "sévères d'usage" (conduite en ville par exemple).

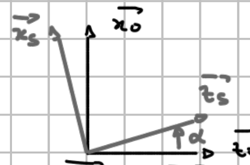
3. CHOIX DU MOTO-REDUCTEUR [Q6 à Q13]

Question 6 :

Théorème Energie-Puissance : J'isole l'ensemble de la voiture $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$. On a alors :

$$P_{int} + P_{ext} = \frac{d}{dt}\left(Ec(\Sigma/0)\right)$$

Puissances extérieures :



$\odot\ \vec{y_0} = \vec{y_s}$

- $P_{poids \to \Sigma/0} = -m \cdot g \cdot \vec{z_0} \cdot (v \cdot \vec{x_s})$
  $= m \cdot g \cdot v \cdot \sin\alpha$
- $P_{0 \to 1/0} = (T_1 \cdot \vec{x_s} + N_1 \cdot \vec{z_s}) \cdot \vec{V}_{J_1 \in 1/0}$ et $\vec{V}_{J_1 \in 1/0} = \cancel{\vec{V}_{I_1 \in 1/0}} + \vec{J_1 I_1} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$
  $= -\mu \cdot \omega_{13} \cdot N_1$ $\qquad = -\mu \cdot \vec{x_s} \wedge (\omega_{13} \cdot \vec{y_{0s}}) = -\mu \cdot \omega_{13} \cdot \vec{z_s}$
- $P_{0 \to 2/0} = -\mu \cdot \omega_{23} \cdot N_2$ (de même)

Puissances intérieures :

La seule puissance non-nulle est : $P_{motrice} = C_m \cdot \omega_m$

Energies Cinétiques :

$$Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{red} \cdot \omega_m^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot J_R \cdot \omega_{13}^2\right)$$

- On a : $v = R \cdot \omega_{23} = R \cdot \omega_{13}$ en supposant que $\omega_{13} = \omega_{23}$
- Et $\omega_m = r \cdot \omega_{13}$

Donc $Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot \left[m + 4 \cdot \frac{J_R}{R^2} + \frac{r^2 \cdot (J_m + J_{red})}{R^2}\right] \cdot v^2$

Equation : On obtient alors :

$$m \cdot g \cdot v \cdot \sin\alpha - \mu \cdot \omega_{13} \cdot \underbrace{(N_1 + N_2)}_{} + C_m \cdot \omega_m = \left[m + 4 \cdot \frac{J_R}{R^2} + \frac{r^2 \cdot (J_m + J_{red})}{R^2}\right] \cdot v \cdot \dot{v}$$

Ce n'est pas une équation de mouvement car N_1 et N_2 ne sont pas connus.

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 7 : J'isole Σ soumis aux actions mécaniques extérieurs suivants :

- $0 \to 1$
- $0 \to 2$
- $pds \to \Sigma$

} J'écris le th. des résultants en projection sur $\vec{z_s}$:

$$\underbrace{\vec{R}_{0\to1}\cdot\vec{z_s}}_{N_1} + \underbrace{\vec{R}_{0\to2}\cdot\vec{z_s}}_{N_2} + \underbrace{\vec{R}_{pds\to\Sigma}\cdot\vec{z_s}}_{= -m.g.\vec{z_0}.\vec{z_s} = -m.g.\cos\alpha} = \underbrace{\vec{Rd}_{\Sigma/0}\cdot\vec{z_s}}_{=0}$$

Equation obtenue : $N_1 + N_2 = m.g.\cos\alpha$

Question 8 :

- Avec le roulement sans glissement en I_1 :

$$\underbrace{\vec{V}_{I_1\in1/0}}_{=\vec{0}} = \vec{V}_{O_1\in1/0} + \underbrace{\vec{I_1O_1}}_{=R.\vec{z_s}} \wedge (\omega_{10}.\vec{y_0})$$

$$\vec{V}_{O_1\in1/0} = \cancel{\vec{V}_{O_1\in1/3}} + \vec{V}_{O_1\in3/0} = \vec{V}_{G\in3/0} \text{ (translat}^\circ \text{ de } 3/0) = V.\vec{x_s}$$

Donc $\vec{0} = V.\vec{x_s} - R.\omega_{10}.\vec{x_s}$

Donc $V = R.\omega_{10}$

Relation entre (V et ω_{10}) : $V = R.\omega_{10}$

Relation entre (V et ω_{20}) : $V = R.\omega_{20}$

Relation entre (ω_m et ω_{10}) : $\omega_m = r.\omega_{10}$

- Et $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{0}$ (translat°) $= \vec{\Omega}_{3/1} + \vec{\Omega}_{1/0}$ donc $\omega_{13} = \omega_{10} = \frac{1}{r}.\omega_m$

On a donc :

$$\underbrace{m.g.\cancel{V}\sin\alpha - \mu.\frac{\cancel{V}}{R}.\overbrace{(N_1+N_2)}^{m.g.\cos\alpha}}_{-Fr} + C_m.\frac{r}{R}.\cancel{V} = \left[m + 4.\frac{J_R}{R^2} + \frac{r^2.(J_m + J_{red})}{R^2}\right].\cancel{V}.\dot{V}$$

Fr = $\frac{\mu}{R}.m.g.\cos\alpha - m.g.\sin\alpha$ **Méq =** $m + 4.\frac{J_R}{R^2} + \frac{r^2.(J_m+J_{red})}{R^2}$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 9 :

Phase utilisée et justification : Dans la phase 3 (vitesse constante) et avec $\alpha = 0$, on a : $-\frac{\mu}{\cancel{R}} \cdot m \cdot g + Cm \cdot \frac{r}{\cancel{R}} = 0$ et donc $\mu = \frac{r \cdot Cm}{m \cdot g}$

Variable mesurée : Il faut mesurer Cm.

Hypothèses nécessaires :

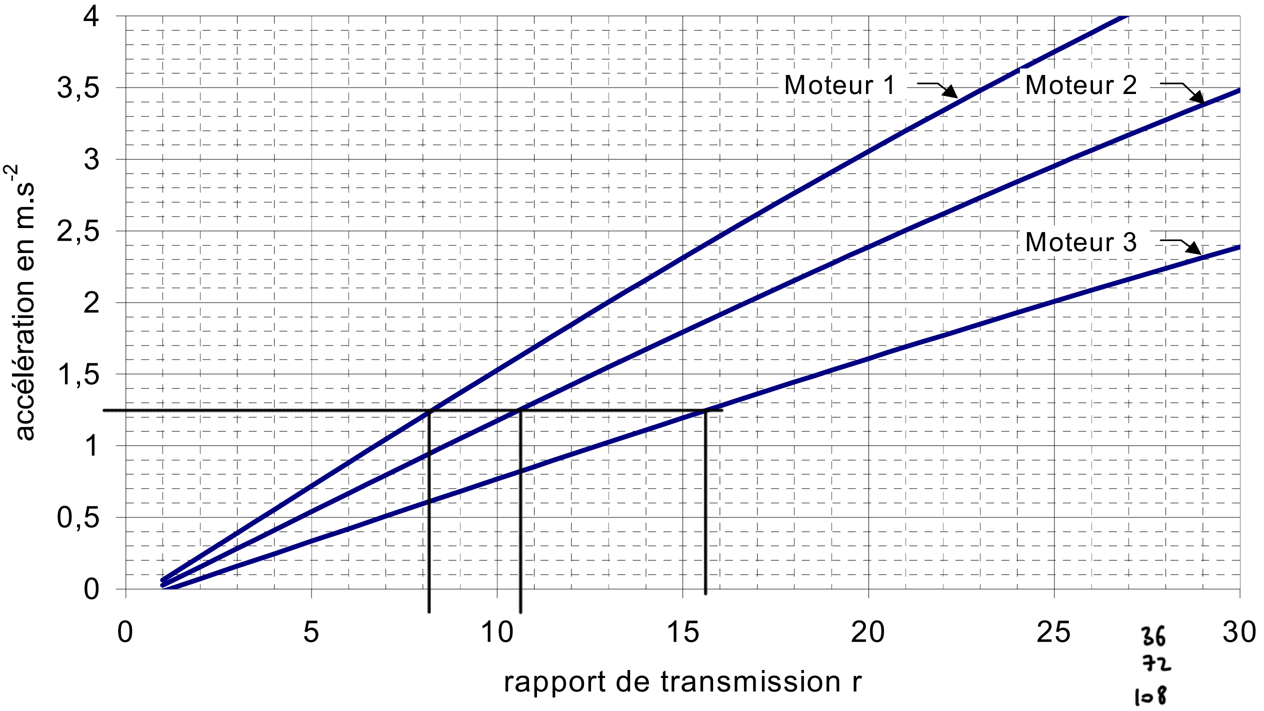
- $\alpha = 0$
- $v =$ constante donc $\dot{v} = 0$
- pas de frottement de l'air

Equation(s) utilisée(s) : Voir avant.

$\mu = \frac{r \cdot Cm}{m \cdot g}$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 10 :



45 | 36
-36 | 1,25
90
-72
180

On voit : $a = \frac{45 - 0}{10} \frac{(km/h)}{(s)} = \frac{4,5}{3,6}$

$= 1,25 \ m/s^2$

Accélération souhaitée = 1,25 m/s²

Moteur 1	Moteur 2	Moteur 3
r_{mini} = 8,2	r_{mini} = 10,5	r_{mini} = 15,5

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 11 : On veut $V_{max} = 45$ km/h et pour tous les moteurs :

$\omega_{m,max} = 7000$ tr/min $= 7000 \, \frac{2\pi}{60}$ rad/s $\simeq 700$ rad/s

Et $V_{max} = R.\omega_{10} = \frac{R}{r}.\omega_{m,max}$ donc $r = \frac{R.\omega_{m,max}}{V_{max}}$

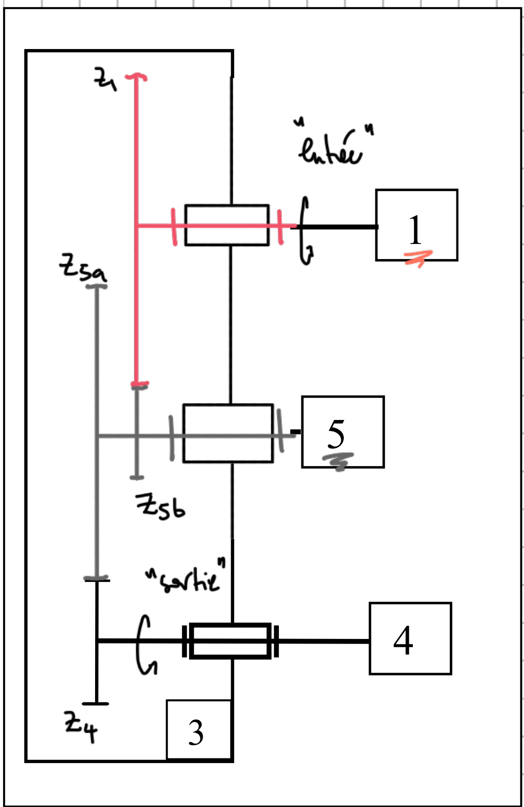
$r \simeq \frac{(0,28 \text{ m}).700 \text{ (rad/s)}}{45.\frac{1}{3,6} \text{ (m/s)}} \simeq \frac{0,28 \times 700}{12,5} \simeq 14$

$r_{max} = 14$

Question 12 :

Pour avoir l'intervalle $[r_{min}, r_{max}]$ le plus grand, il faut choisir le moteur 1.

Question 13 :



$r = \frac{\omega_{4/3}}{\omega_{1/3}} = \frac{\text{"}\omega_{sortie}\text{"}}{\text{"}\omega_{entrée}\text{"}}$

$= \frac{Z_1}{Z_{5b}} \cdot \frac{Z_{5a}}{Z_4}$

$= \frac{68}{17} \cdot \frac{57}{17} \simeq \frac{390\cancel{0}}{29\cancel{0}}$

$\simeq \frac{40\cancel{0}}{3\cancel{0}}$

$\simeq 13$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 57 \\ \hline 476 \\ 3400 \\ \hline 3876 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

$r = \frac{\omega_{4/3}}{\omega_{1/3}} = 13$

Conclusion : On a bien $r \in [r_{min}, r_{max}]$.

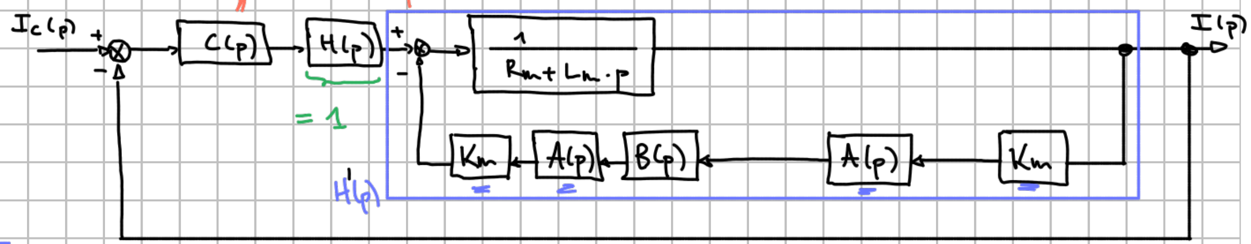
4. MODELISATION DE LA MISE EN MOUVEMENT DU VEHICULE [Q14 à Q22]

Question 14 : $\frac{r}{R} \cdot C_m(p) - F_r(p) = M_{eq} \cdot p \cdot V(p)$

A(p) = $\frac{r}{R}$ $\quad R_m \cdot \frac{L_m \cdot p + R_m}{L_m \cdot p}$

B(p) = $\frac{1}{M_{eq} \cdot p}$

Question 15 :



$$H'(p) = \frac{\frac{1}{R_m + L_m \cdot p}}{1 + K_m^2 \cdot A(p)^2 \cdot B(p) \cdot \frac{1}{R_m + L_m \cdot p}} = \frac{1}{R_m + L_m \cdot p + K_m^2 \cdot A(p)^2 \cdot B(p)} = \frac{M_{eq} \cdot p}{K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + R_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m M_{eq} \cdot p^2}$$

Puis $H_T(p) = \frac{C(p) \cdot H'(p)}{1 + C(p) \cdot H'(p)} = R_m \cdot \frac{L_m \cdot p + R_m}{L_m \cdot p}$.

... voir suite en fin de document.

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = H_T(p) = \dots$$

Question 16 : Je sais que $I(\infty) =$ Gain statique de $H_T(p) \cdot I_0$

$$= \frac{R_m^2 \cdot M_{eq}}{R_m^2 \cdot M_{eq} + L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}} \cdot I_0$$

Or $L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} \ll R_m^2 \cdot M_{eq}$ donc

$$I(\infty) \simeq I_0$$

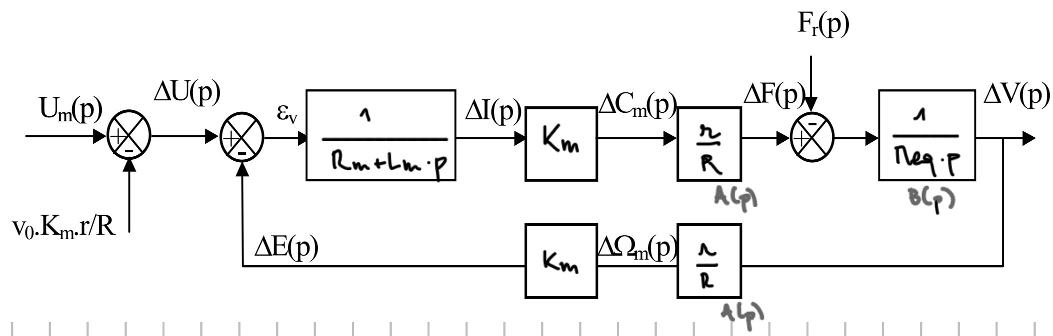
Question 17 : On peut écrire que : $V(p) = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot \left(K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot \overbrace{I_c(p)}^{= I_0/p} - \underbrace{F_r(p)}_{= F_0/p}\right)$

$$= \frac{1}{M_{eq} \cdot p^2} \cdot \left(K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot I_0 - F_0\right) \quad \text{(rampe)}$$

$$v(t) = \frac{1}{M_{eq}} \cdot \left(K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot I_0 - F_0\right) \cdot t$$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 18 :



Question 19 : On a directement :

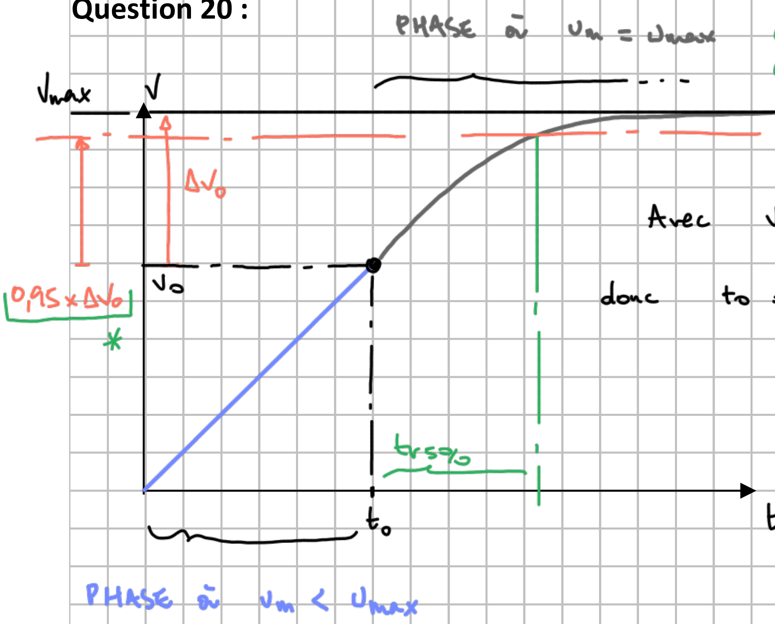
$$t_{r5\%} = 3 \cdot \text{cste de tps} \quad (1^{er} \text{ ordre})$$

$$\boxed{t_{r5\%} = 3 \cdot \frac{R_m \cdot \eta_{eq}}{(K_m \cdot r/R)^2}}$$

Question 20 :

* Remarque : il y a un pb dans le sujet car rien n'indique (et ce n'est pas le cas !) que $0{,}95 \times \Delta V_0 = 0{,}95 \times V_{max}$ -

(pas à l'échelle)



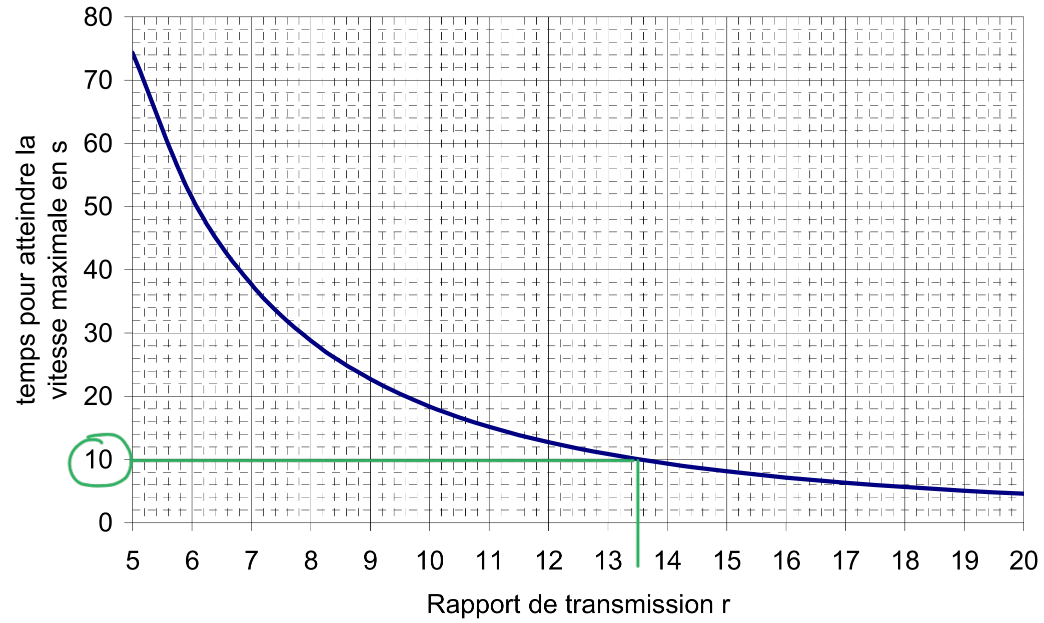
Avec $V_0 = \frac{1}{\eta_{eq}} \cdot \left(K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot I_0 - F_0\right) \cdot t_0$

donc $t_0 = \frac{\eta_{eq} \cdot V_0}{K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot I_0 - F_0}$

$$\boxed{t_{max} = \frac{\eta_{eq} \cdot V_0}{K_m \cdot \frac{r}{R} \cdot I_0 - F_0} + 3 \cdot \frac{R_m \cdot \eta_{eq}}{(K_m \cdot r/R)^2}}$$

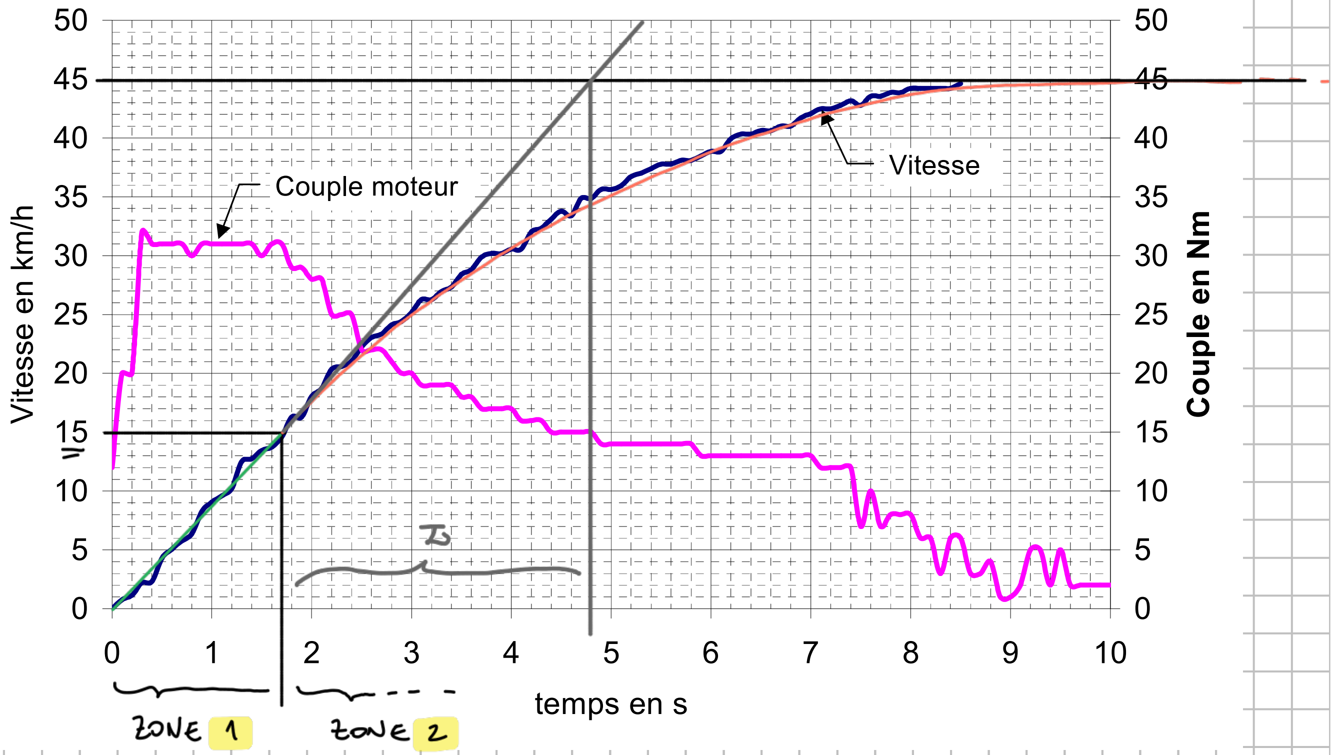
Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 21 :



Proposition et conclusion : Il faudrait $r < 13{,}5$ pour avoir un tps d'accélération inférieur à 10 s. Avec le réducteur choisit, on avait $r = 14$, ce qui est légèrement trop important. Mais compte-tenu des approximations dans les calculs numériques, l'ordre de grandeur est correct.

Question 22 :



Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 22 : (suite)

Zone 1

$v(t) = a \cdot t$ où $a \simeq \dfrac{15 \text{ km/h}}{1{,}7 \text{ s}}$

$\simeq \dfrac{15}{3{,}6 \times 1{,}7} \text{ m/s}^2$

$\simeq \dfrac{10}{3{,}6} \simeq 3 \text{ m/s}^2$

v(t) = $a \cdot t$

Zone 2

$v(t) = \Delta V_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) + V_0$

où $\Delta V_0 \simeq 45 - 15 \simeq 30$ km/h

$V_0 \simeq 15$ km/h

$t_0 \simeq 1{,}7$ s et $\tau \simeq 3$ s

v(t) = $\Delta V_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) + V_0$

Justification du choix de la zone 1 : Dans la zone 1, on a $C_m \simeq C_{max}$ = constante. Cela correspond bien à une saturation de la tension et de l'intensité.

5. RECUPERATION D'ENERGIE [Q23 à Q28]

Question 23 :

Résistance de l'induit   Inductance de l'induit

Justification du bloc $\dfrac{1}{R_m + L_m . p}$ **:**

Avec $u_m(t) = u_a(t) + R_m \cdot i(t) + L_m \cdot \dfrac{di}{dt}(t)$

Donc $U_m(p) - U_a(p) = (R_m + L_m \cdot p) \cdot I(p)$

Donc $\dfrac{I(p)}{U_m(p) - U_a(p)} = \dfrac{1}{R_m + L_m \cdot p}$

Modélisation par un condensateur.

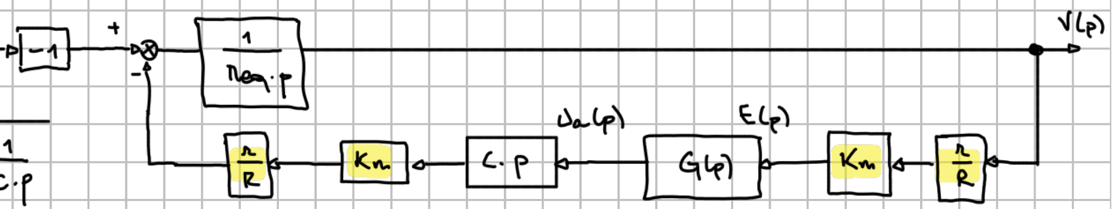
Justification du bloc $\dfrac{1}{C.p}$ **:**

Avec $i(t) = C \cdot \dfrac{du_a}{dt}(t)$

Donc $I(p) = C \cdot p \cdot U_a(p)$

Donc $\dfrac{U_a(p)}{I(p)} = \dfrac{1}{C \cdot p}$

Question 24 :



Où $G(p) = \dfrac{\dfrac{1}{R_m + L_m \cdot p} \cdot \dfrac{1}{C \cdot p}}{1 + \dfrac{1}{R_m + L_m \cdot p} \cdot \dfrac{1}{C \cdot p}}$

$= \dfrac{1}{1 + R_m \cdot C \cdot p + L_m \cdot C \cdot p^2}$

$$H_4(p) = -\frac{\dfrac{1}{M_{eq} \cdot p}}{1 + \dfrac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_m^2 \cdot \dfrac{r^2}{R^2} \cdot \dfrac{C \cdot p}{1 + R_m \cdot C \cdot p + L_m \cdot C \cdot p^2}}$$

Ne rien écrire dans la partie barrée

condition initiale non-nulle

Question 25 : Je cherche : $a_0 = \lim_{t \to 0^+} a(t) = \lim_{p \to +\infty} p \cdot A(p) = \lim_{p \to +\infty} p \cdot (p \cdot V(p) - V_0)$

Et $V(p) = H_3(p) \cdot V_1(p) + H_4(p) \cdot F_r(p)$

SUJET : $L_m = 0$.

Donc $a_0 = \lim_{p \to +\infty} p^{\cancel{2}} \cdot H_3(p) \cdot \frac{V_0}{\cancel{p}} + p^{\cancel{2}} \cdot H_4(p) \cdot \frac{F_0}{\cancel{p}} - p \cdot V_0$

Et $H_4(p) = -\frac{1 + R_m \cdot C \cdot p + \cancel{L_m \cdot C \cdot p^2}}{K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot C \cdot p + M_{eq} \cdot p + R_m \cdot C \cdot M_{eq} \cdot p^2 + \cancel{L_m \cdot C \cdot M_{eq} \cdot p^3}} \underset{p \to +\infty}{\sim} -\frac{1}{M_{eq} \cdot p}$

Et $p \cdot (H_3(p) - 1) = p \cdot \frac{\cancel{1} - \cancel{1} - (K_m \cdot r / R)^2 \cdot \frac{C}{M_{eq} \cdot [(R_m + \cancel{L_m \cdot p}) \cdot C \cdot p + 1]}}{1 + (K_m \cdot r / R)^2 \cdot \frac{C}{M_{eq} \cdot [(R_m + \cancel{L_m \cdot p}) \cdot C \cdot p + 1]}}$

Donc $\lim_{p \to +\infty} p \cdot (H_3(p) - 1) = -\frac{(K_m \cdot r / R)^2}{M_{eq} \cdot R_m}$

$$\boxed{\text{décélération } a_0 = -\frac{(K_m \cdot r/R)^2}{M_{eq} \cdot R_m} \cdot V_0 - \frac{F_0}{M_{eq}}}$$

Question 26 :

Si $F_r = F_0 = 0$, on cherche :

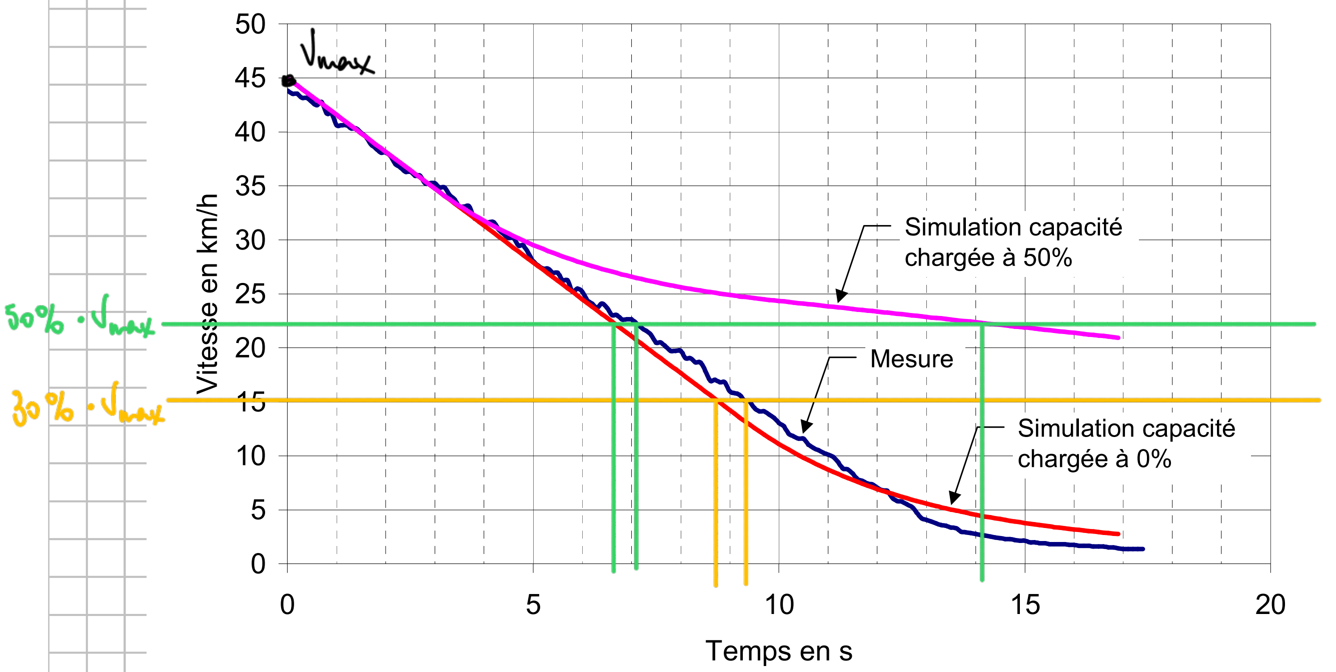
$\lim_{t \to +\infty} v(t) = \lim_{p \to 0^+} p \cdot V(p) = \lim_{p \to 0^+} \cancel{p} \cdot H_3(p) \cdot \frac{V_0}{\cancel{p}}$

$= \frac{1}{1 + \frac{(K_m \cdot r / R)^2 \cdot C}{M_{eq}}} \cdot V_0$

Plus C est grand, plus le freinage est important.

$$\boxed{v_\infty = \frac{1}{1 + \frac{(K_m \cdot r / R)^2 \cdot C}{M_{eq}}} \cdot V_0}$$

Question 27 :



Réduction de vitesse de 30%	**Réduction de vitesse de 50%**
Temps$_{30\%}$ (simulation $_{0\%}$) = 8,75 s	**Temps$_{50\%}$ (simulation $_{0\%}$) =** 6,6 s
Temps$_{30\%}$ (simulation $_{50\%}$) = $+\infty$	**Temps$_{50\%}$ (simulation $_{50\%}$) =** 14,2 s
Temps$_{30\%}$ (mesure) = 9,25 s	**Temps$_{50\%}$ (mesure) =** 7,1 s

Conclusion sur le modèle utilisé :

▷ Le modèle correspond à une batterie correspond à une batterie complètement déchargée.

▷ L'adéquation modèle/expérience est plutôt bonne, ce qui valide la qualité du modèle.

▷ On retrouve bien que plus C est grand, plus le freinage est important.

Question 28 :

- On remarque que (même avec batterie déchargée) : $t_{arrêt} = +\infty$.
- le temps caractéristique est de l'ordre de la dizaine de secondes : bien insuffisant en cas de freinage d'urgence.
- Il est nécessaire d'ajouter des freins mécaniques.

Ne rien écrire dans la partie barrée

Q° 15 :

$$H'(p) = \frac{\frac{1}{R_m + L_m \cdot p}}{1 + K_m^2 \cdot A(p)^2 \cdot B(p) \cdot \frac{1}{R_m + L_m \cdot p}} = \frac{1}{R_m + L_m \cdot p + K_m^2 \cdot A(p)^2 \cdot B(p)} = \frac{M_{eq} \cdot p}{K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + R_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m M_{eq} \cdot p^2}$$

Puis
$$H_T(p) = \frac{C(p) \cdot H'(p)}{1 + C(p) \cdot H'(p)} = \frac{R_m \cdot \frac{L_m \cdot p + R_m}{L_m \cdot p} \cdot \frac{M_{eq} \cdot p}{K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + R_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m M_{eq} \cdot p^2}}{1 + R_m \cdot \frac{L_m \cdot p + R_m}{L_m \cdot p} \cdot \frac{M_{eq} \cdot p}{K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + R_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m M_{eq} \cdot p^2}}$$

$$= \frac{R_m \cdot (R_m + L_m \cdot p) \cdot M_{eq} \cdot \cancel{p}}{L_m \cdot \cancel{p} \cdot \left(K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + R_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m \cdot M_{eq} \cdot p^2\right) + R_m \cdot (L_m \cdot p + R_m) \cdot M_{eq} \cdot \cancel{p}}$$

$$= \frac{R_m^2 \cdot M_{eq} \cdot \left(1 + \frac{L_m}{R_m} \cdot p\right)}{R_m^2 \cdot M_{eq} + L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2} + 2 R_m \cdot L_m \cdot M_{eq} \cdot p + L_m^2 \cdot M_{eq} \cdot p^2}$$

$$H_T(p) = \frac{\frac{R_m^2 \cdot M_{eq}}{R_m^2 \cdot M_{eq} + L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}} \cdot \left(1 + \frac{L_m}{R_m} \cdot p\right)}{1 + \frac{2 \cdot R_m \cdot L_m \cdot M_{eq}}{R_m^2 \cdot M_{eq} + L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}} \cdot p + \frac{L_m^2 \cdot M_{eq}}{R_m^2 \cdot M_{eq} + L_m \cdot K_m^2 \cdot \frac{r^2}{R^2}} \cdot p^2}$$