Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom CORRECTION

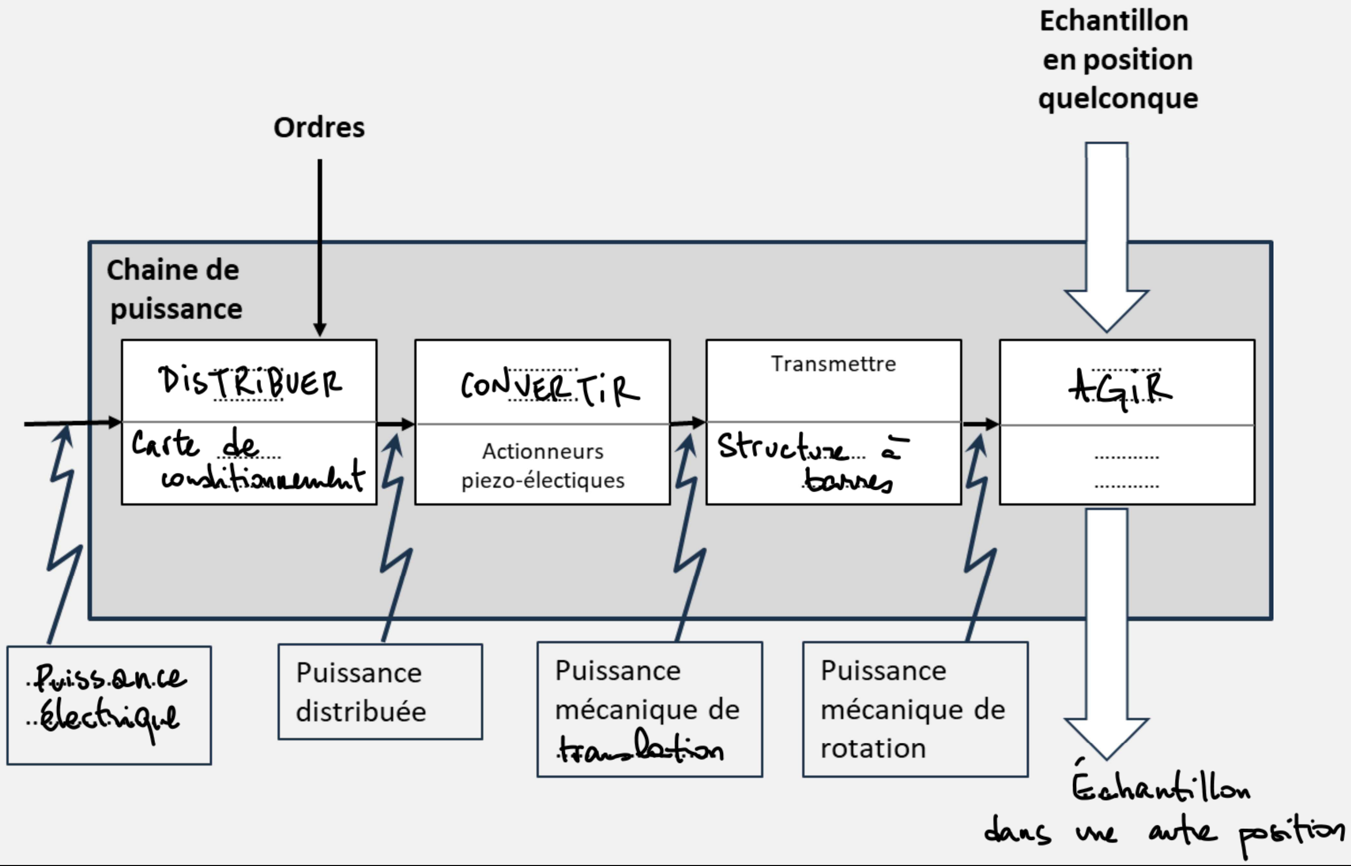
Prénom (s)

Épreuve : Sciences Industrielles filière MP

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 1 : A l'aide du diagramme SysML de type ibd donné en Annexe 2, compléter la chaîne de puissance de la rotation d'angle $\boldsymbol{\theta}$ du goniomètre SmarGon.



NE RIEN ÉCRIRE

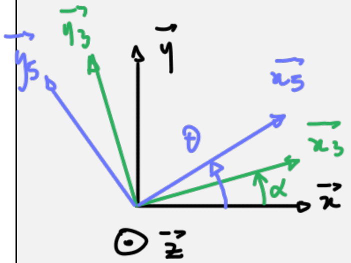
DANS CE CADRE

Question 5 : Pour chacun des « *mouvement 1* » et « *mouvement 2* » indiquer les déplacements nécessaires des actionneurs linéaires en cochant les cases correspondantes.

| *Mouvement 1* | | | *Mouvement 2* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} > 0$ ☒ | $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} < 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} > 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_2(t)}{dt} < 0$ ☒ |
| $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} > 0$ ☒ | $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} < 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} > 0$ ☒ | $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} = 0$ ☐ | $\frac{d\lambda_4(t)}{dt} < 0$ ☐ |

Question 6 : A partir d'une fermeture géométrique, déterminer une équation du second degré de la forme : $\Delta\lambda^2 + A_1(\theta)\Delta\lambda + B_1(\theta) = 0$ où $A_1(\theta)$ et $B_1(\theta)$ sont deux fonctions de $\theta$ à expliciter.

$\vec{OC} + \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AO} = \vec{0}$ donc $\lambda_4 \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{x_5} + c \cdot \vec{y_5} - l_3 \cdot \vec{y_3} - \lambda_2 \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y} = \vec{0}$




donc $\underbrace{\lambda_4 - \lambda_2}_{\Delta\lambda} + b \cdot \cos\theta - c \cdot \sin\theta - l_3 \cdot \cos\alpha = 0$

$b \cdot \sin\theta + c \cdot \cos\theta - l_3 \cdot \sin\alpha - e = 0$

(suite page suivante)

Donc : $l_3^2 = (\Delta\lambda + b.\cos\theta - c.\sin\theta)^2 + (b.\sin\theta + c.\cos\theta - e)^2$

Donc : $\Delta\lambda^2 + 2.(b.\cos\theta - c.\sin\theta).\Delta\lambda + b^2 + c^2 - \cancel{2.b.c.\sin\theta.\cos\theta}$
$+ e^2 + \cancel{2.b.c.\sin\theta.\cos\theta} - 2.e.(b.\sin\theta + c.\cos\theta) - l_3^2 = 0$

$A_1(\theta) = 2.(b.\cos\theta - c.\sin\theta)$

$B_1(\theta) = b^2 + c^2 + e^2 - l_3^2 - 2.e.(b.\sin\theta + c.\cos\theta)$

Question 7 : a) Il faut $0<x_E<9cm$. Il faut donc une course de 90mm (au moins). Les actionneurs CLS 32, CLS 52, et CLS 92 conviennent.

b) Il faut $-\pi<\theta<0$. Il faut donc que $\Delta\lambda \in [50\ mm, 88\ mm]$. En supposant qu'un seul actionneur est mis en mouvement, il faut donc une course de 38 mm. Les actionneurs 24, 32, 52 et 92 conviennent.

Question 8 : Montrer que la résultante des actions mécaniques de 5 sur 3, notée $\vec{R}_{5\to3}$, a pour direction le vecteur $\vec{x}_3$. J'isole 3 soumis aux actions mécaniques extérieures :
- 2 → 3
- 5 → 3

Avec : $\{2\to3\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{2\to3} = X_{23}.\vec{x} + Y_{23}.\vec{y} + \cancel{Z_{23}}.\vec{z} \\ \vec{M}_{A,2\to3} = \cancel{L_{23}}.\vec{x} + \cancel{M_{23}}.\vec{y} = \vec{0} \end{array} \right.$ (A)

Dans l'hypothèse d'un problème plan.

De même : $\vec{M}_{B,5\to3} = \vec{0}$

Le solide 3 n'est donc soumis qu'à deux glisseurs.

Les résultantes seront donc dirigées par $\vec{AB}$ et donc par $\vec{x}_3$.

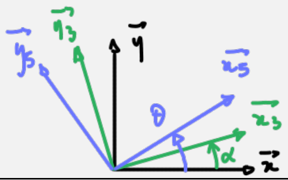
On pourra donc écrire :

$\vec{R}_{5\to3} = X_{53}.\vec{x}_3$

Question 9 : Isoler 5, déterminer $X_{53}$, en fonction de $P$ et des grandeurs géométriques nécessaires. Préciser l'équation scalaire, du principe fondamental de la statique, utilisée pour la résolution.

J'isole 5 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :
- poids → 5
- 3 → 5
- 4 → 5 × $\vec{M}_{C,4\to5}.\vec{z} = 0$ donc j'écris le th. des moments en C et en projection sur $\vec{z}$.

$\vec{M}_{C,poids\to5}.\vec{z} + \vec{M}_{C,3\to5}.\vec{z} + \cancel{\vec{M}_{C,4\to5}.\vec{z}} = 0$




$\odot\ \vec{z}$

- $(\vec{x}_5 \wedge \vec{y}).\vec{z} = \sin(-\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos\theta$
- $(\vec{y}_5 \wedge \vec{x}_3).\vec{z} = \sin(-\theta + \alpha - \pi/2) = -\cos(\alpha - \theta)$

▶ $\vec{M}_{C,poids\to5}.\vec{z} = \cancel{\vec{M}_{G_5,poids\to5}}.\vec{z} + (\underbrace{\vec{CG_5}}_{= d.\vec{x}_5 + \frac{c}{2}.\vec{y}_5} \wedge (-P.\vec{y})).\vec{z}$

$= -(d.\cos\theta - \frac{c}{2}.\sin\theta).P$

▶ $\vec{M}_{C,3\to5}.\vec{z} = \cancel{\vec{M}_{B,3\to5}}.\vec{z} + (\underbrace{\vec{CB}}_{= b.\vec{x}_5 + c.\vec{y}_5} \wedge (X_{35}.\vec{x}_3)).\vec{z}$

$= (b.\sin(\alpha-\theta) - c.\cos(\alpha-\theta)).\underbrace{X_{35}}_{= -X_{53}}$

(suite page suivante)

On obtient alors :

$$X_{53} = \frac{-d.\cos\theta + \frac{c}{2}.\sin\theta}{b.\sin(\alpha-\theta) - c.\cos(\alpha-\theta)} . P$$

Question 10 : Isoler {2+3} et déterminer $F$ sous la forme $F = P\dfrac{A_2\cos(\theta)+B_2\sin(\theta)}{c\cos(\theta-\alpha)+b\sin(\theta-\alpha)}\cos(\alpha)$ où $A_2$ et $B_2$ sont des constantes à déterminer.

J'isole {2,3} soumis aux actions mécaniques extérieures :

- act → 2
- 0 → 2 ⨯ $\vec{R}_{0\to 2}.\vec{x} = 0$ donc j'écris le th. des résultante en project° sur $\vec{x}$.
- 5 → 3

$$\underbrace{\vec{R}_{act\to 2}.\vec{x}}_{F} + \cancel{\vec{R}_{0\to 2}.\vec{x}} + \underbrace{\vec{R}_{5\to 3}.\vec{x}}_{= X_{53}.\vec{x_3}.\vec{x} = X_{53}.\cos\alpha} = 0$$

Donc : $F = -X_{53}.\cos\alpha = \dfrac{-d.\cos\theta + \frac{c}{2}.\sin\theta}{c.\cos(\theta-\alpha) + b.\sin(\theta-\alpha)}.P.\cos\alpha$

| | | |
|---|---|---|
| $A_2 = -d$ | et | $B_2 = \frac{c}{2}$ |

Question 11 : A partir des références d'actionneurs données en Annexe 3, déterminer le ou les actionneur(s) permettant de vérifier la force à exercer afin de valider l'exigence 1.1.

Dans le pire des cas, $|F|_{max} = 6,3$ N. Les actionneurs CLS 32, 52 ou 92 pourraient convenir car :

$$\text{Force} > |F|_{max}$$

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : Sciences Industrielles filière PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille /

Question 13 : Calculer l'énergie cinétique du solide 5 dans son mouvement par rapport à 1 : $\boldsymbol{E_c(5/1)}$ en fonction de $\frac{d\theta}{dt}$ et des grandeurs géométriques et d'inertie du solide 5.

On a : $\vec{V}_{G_5\in 5/1} = \cancel{\vec{V}_{G_5\in 5/4}} + \vec{V}_{G_5\in 4/1} = \cancel{\vec{V}_{C\in 4/1}} + \underbrace{\vec{G_5C}}_{= -d\cdot\vec{x_5} - \frac{c}{2}\cdot\vec{y_5}} \wedge (\dot{\theta}\cdot\vec{z_5})$

$= d\cdot\dot{\theta}\cdot\vec{y_5} - \frac{c}{2}\cdot\dot{\theta}\cdot\vec{x_5}$

Donc $[\vec{V}_{G_5\in 5/1}]^2 = d^2\cdot\dot{\theta}^2 + \frac{c^2}{4}\cdot\dot{\theta}^2 = \left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\cdot\dot{\theta}^2$

Donc : $E_c(5/1) = \frac{1}{2}\cdot C_5\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot m_5\cdot\left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

$E_c(5/1) = \frac{1}{2}\cdot\left[C_5 + m_5\cdot\left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\right]\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

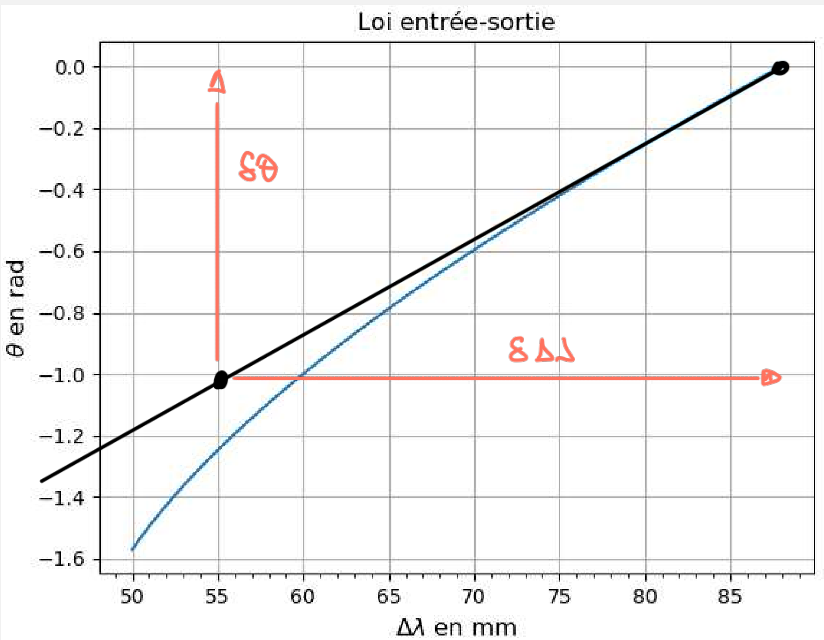
Question 14 : Autour du point de fonctionnement $\boldsymbol{\theta = 0\ rad}$ linéariser la loi entrée-sortie (Figure 6). Faire apparaître les tracés sur la figure ci-contre, déterminer la valeur de $\boldsymbol{K_c}$ et donner son unité.

On a :

$K_c = \frac{\delta\theta}{\delta\Delta\lambda} \simeq \frac{1\ rad}{33\ mm}$

$\simeq \frac{1}{3,3}\times\frac{1}{10}\cdot 10^3\ rad/m$

$\simeq 0,3\cdot 10^2\ rad/m$




$K_c$ = 30 rad/m

Unité : rad/m

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 15 : Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement $\Sigma = \{2,3,5\}$ par rapport à 1: $\boldsymbol{E_c(\Sigma/1)}$. En déduire l'expression de la masse équivalente $M_{eq}$ de l'ensemble $\boldsymbol{\Sigma}$ rapportée au solide 2.

$E_c(\Sigma/1) = E_c(2/1) + \cancel{E_c(3/1)} + E_c(5/1)$

(masse, inertie négligée)

$= \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{\lambda}_2^2 + 0 + \frac{1}{2} \cdot \left(C_5 + m_5 \cdot \left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\right) \cdot \dot{\theta}^2$

Avec $\Delta\lambda = \underbrace{\cancel{\lambda_4}}_{=0} - \lambda_2$ donc $\dot{\Delta\lambda} = -\dot{\lambda}_2$ et $\dot{\theta} = K_c \cdot \Delta\lambda$

$E_c(\Sigma/1) = \frac{1}{2} \cdot \left[ m_2 + \left(C_5 + m_5 \cdot \left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\right) \cdot K_c^2 \right] \cdot \Delta\lambda^2$

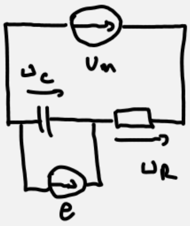
$M_{eq} = m_2 + \left(C_5 + m_5 \cdot \left(d^2 + \frac{c^2}{4}\right)\right) \cdot K_c^2$

Question 16 : Déterminer une équation différentielle reliant $\boldsymbol{F(t)}$ et ses dérivées successives à $\boldsymbol{u_m(t)}$ et $\frac{d\lambda}{dt}(t)$ de la forme $\boldsymbol{u_m(t) = a_0 . F(t) + a_1 . \frac{dF}{dt}(t) + a_2 . \frac{d\lambda}{dt}(t)}$.

On a : $i_R = i_m + i_c$ et $i_m = k_i \cdot \frac{d\lambda}{dt}$

Et : $u_m = u_R + u_c$ et $\begin{cases} u_c = e \\ u_R = R \cdot i_R \end{cases}$ donc $u_m = R \cdot i_R + e$

$= R \cdot k_i \cdot \frac{d\lambda}{dt} + R \cdot i_c + \frac{1}{k_i} \cdot F$



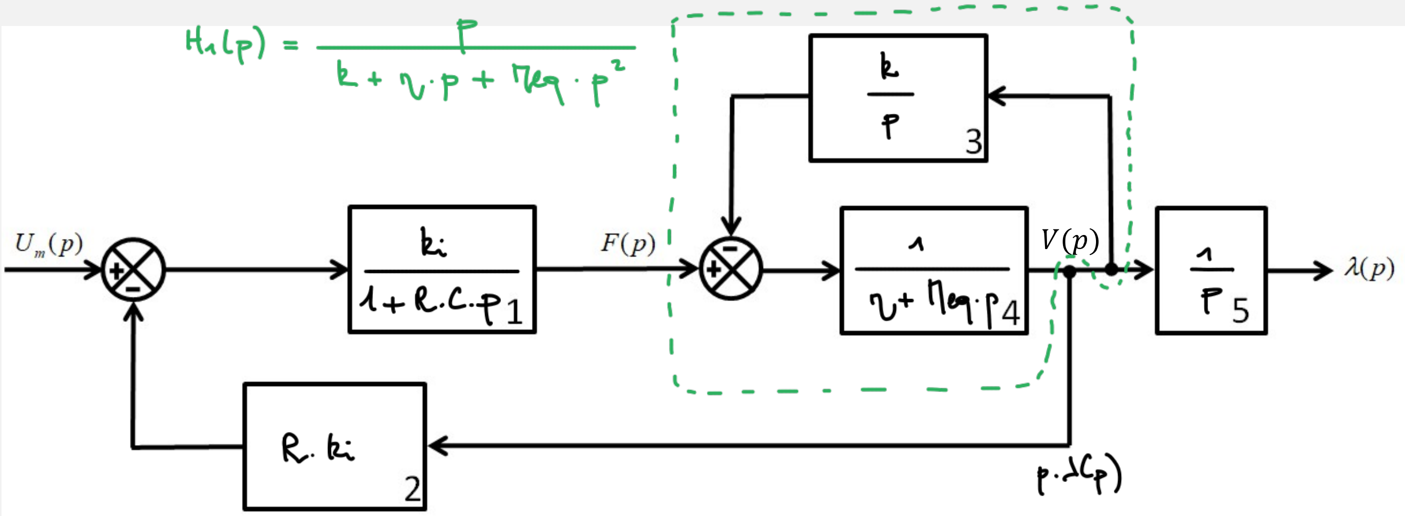

Enfin : $i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt} = \frac{C}{k_i} \cdot \frac{dF}{dt}$

Donc : $u_m = R \cdot k_i \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{R \cdot C}{k_i} \cdot \frac{dF}{dt} + \frac{1}{k_i} \cdot F$

(Q° suivante : $U_m(p) = R \cdot k_i \cdot \lambda(p) + \frac{R \cdot C \cdot p + 1}{k_i} \cdot F(p)$)

| | | |
|---|---|---|
| $a_0 = \frac{1}{k_i}$ | $a_1 = \frac{R \cdot C}{k_i}$ | $a_2 = R \cdot k_i$ |

Question 17 : Compléter le schéma-blocs ci-dessous en indiquant les fonctions de transfert des blocs 1 et 2.




Notation : $V(p) = p.\lambda(p)$

Question 18 : Déterminer, en indiquant le système isolé et le théorème utilisé, l'équation différentielle du mouvement de la masse équivalente reliant $\lambda(t)$ et ses dérivées successives à $\boldsymbol{F(t)}$.

J'isole la masse Meq. Le th. de la résultante dynamique en projection sur $\vec{x}$ donne :

$$F + F_r + F_a + \underset{\text{bâti} \to M_{eq}}{0} + \underset{ps \to M_{eq}}{0} = M_{eq} \cdot \ddot{\lambda}$$

On a donc : $\boxed{M_{eq} \cdot \ddot{\lambda} + \eta \cdot \dot{\lambda} + k \cdot \lambda = F}$

Question 19 : Compléter le schéma-blocs de la question 17 en indiquant les fonctions de transfert des blocs 3, 4 et 5.

Donc $M_{eq} \cdot p \cdot V(p) + \eta \cdot V(p) + k \cdot \frac{1}{p} \cdot V(p) = F(p)$

Question 20 : Déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{\lambda(p)}}{\boldsymbol{U_m(p)}}$ du modèle ainsi obtenu. Ecrire $H(p)$ sous la forme d'une fraction rationnelle dont le polynôme du dénominateur admet un coefficient constant égal à 1.

$$H(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\frac{k_i}{1+R.C.p} \cdot H_1(p)}{1 + R.k_i \cdot \frac{k_i}{1+R.C.p} \cdot H_1(p)}$$

$$= \frac{1}{\cancel{p}} \cdot \frac{\frac{k_i}{1+R.C.p} \cdot \frac{\cancel{p}}{k + \eta \cdot p + M_{eq} \cdot p^2}}{1 + R.k_i \cdot \frac{k_i}{1+R.C.p} \cdot \frac{p}{k + \eta \cdot p + M_{eq} \cdot p^2}}$$

(suite page suivante)

$$H(p) = \frac{ki}{k + (R.ki^2 + R.C.k + \eta).p + (R.C.\eta + Meq).p^2 + R.C.Meq.p^3}$$

$$H(p) = \frac{\frac{ki}{k}}{1 + \frac{R.ki^2 + R.C.k + \eta}{k}.p + \frac{R.C.\eta + Meq}{k}.p^2 + \frac{R.C.Meq}{k}.p^3}$$

Numéro d'inscription

Né(e) le / /

Signature

Nom

Prénom (s)

Épreuve : Sciences Industrielles filière PSI

**Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.**

Feuille /

Question 24 : Déterminer l'expression littérale de la valeur finale du déplacement $\lambda(t)$ notée $\boldsymbol{\lambda_{fin}}$.

Je sais que $\lambda_{fin} = H_0 . U_0 = \frac{k_i}{k} . U_0$

$$\boxed{\lambda_{fin} = \frac{k_i}{k} . U_0}$$

Question 25 : Conclure sur la capacité de l'actionneur à respecter l'exigence 1.2.1 a du cahier des charges.

$\lambda_{fin} \simeq 0{,}3 . 10 \simeq 3\ \mu m \overbrace{\leq 3\ \mu m}^{\text{exigence}}$ : l'exigence 1.2.1 a est donc bien validée.

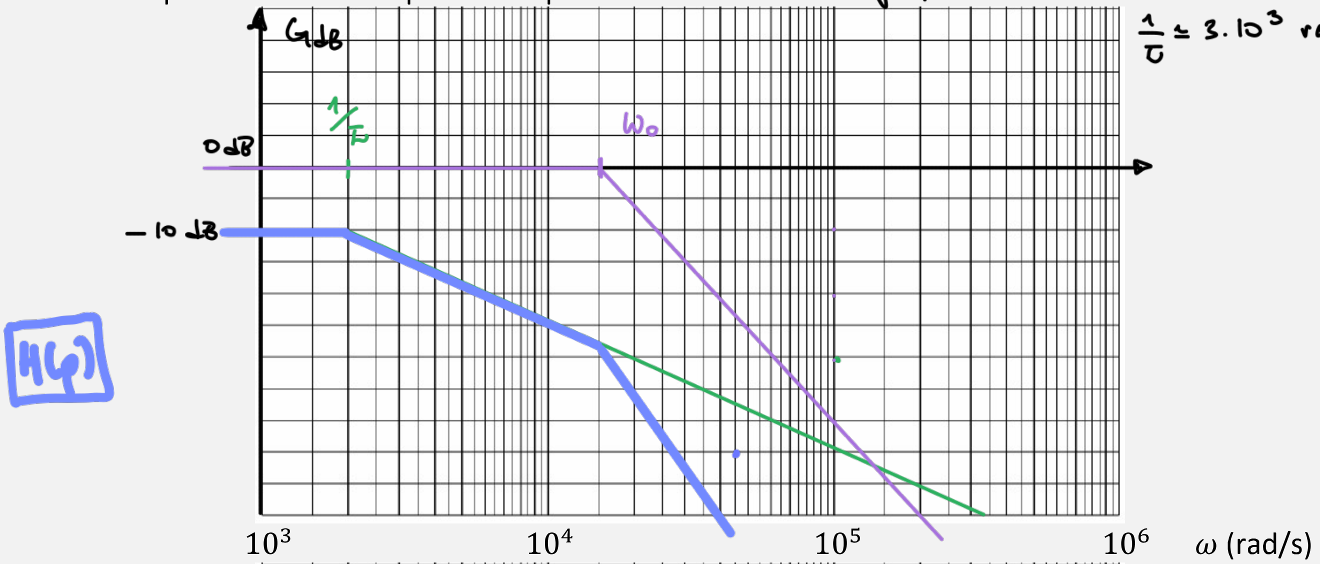
NE RIEN ÉCRIRE

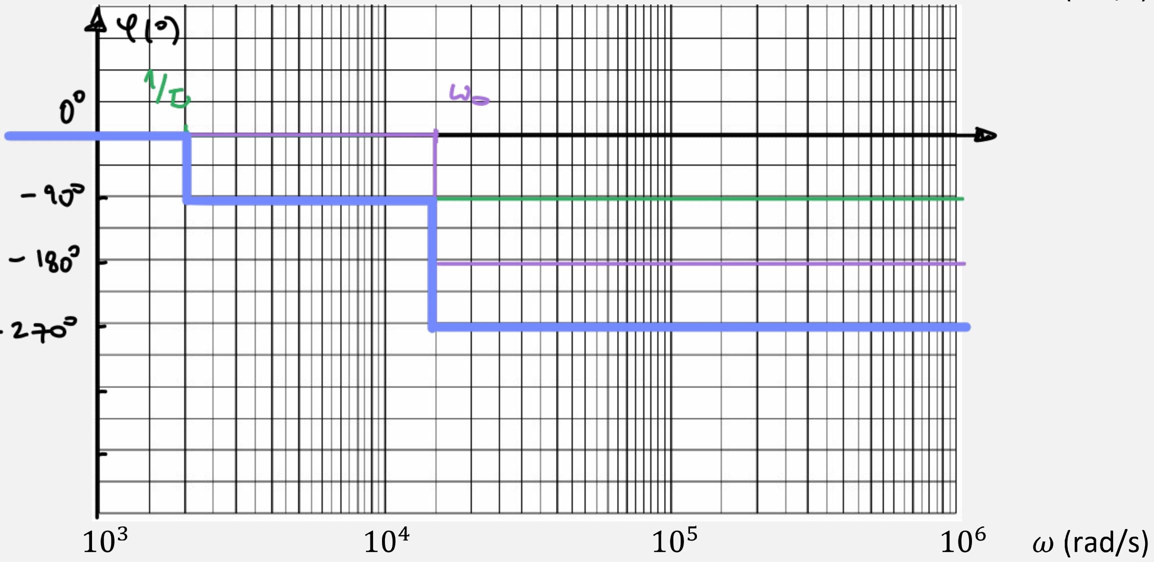
DANS CE CADRE

Question 26 : Compléter le document-réponse en représentant les diagrammes asymptotiques de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert $H(p)$. Indiquer les valeurs asymptotiques, les valeurs des pentes ainsi que les valeurs des pulsations particulières.

$20 \cdot \log(0{,}3) \simeq -10$ dB

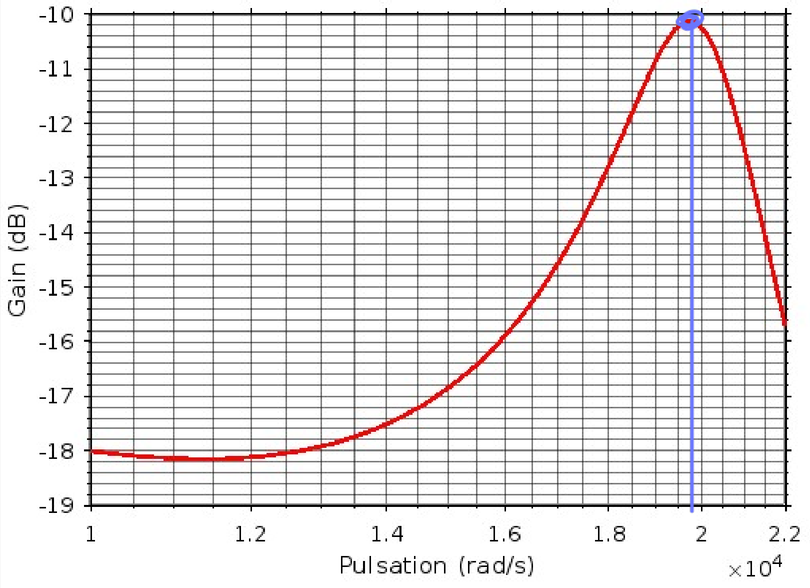
$\frac{1}{\tau} \simeq 3.10^3$ rad/s



Question 27 : Indiquer la valeur de la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$. Déterminer l'amplitude du déplacement $\boldsymbol{\lambda(t)}$ en régime permanent pour la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$. On donne $\sqrt{\mathbf{10}} \approx \mathbf{3}$.

$\boxed{\omega_R = 1{,}97.10^4 \text{ rad/s}}$




Amplitude du déplacement :

$20.\log\left(\frac{\lambda_{amp}}{U_0}\right) \simeq -10 \text{ dB}$

donc $\log\left(\frac{\lambda_{amp}}{U_0}\right) \simeq -\frac{1}{2}$

donc $\frac{\lambda_{amp}}{U_0} \simeq 10^{-\frac{1}{2}} \simeq \frac{1}{3}$

donc $\lambda_{amp} \simeq 3{,}3 \ \mu m$

Question 28 : Par quel facteur le déplacement est-il multiplié en sollicitant l'actionneur piézo-électrique à la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_R}$ plutôt qu'à la pulsation de $\mathbf{10^4}\ \boldsymbol{rad.s^{-1}}$ ? On donne $\sqrt[5]{\mathbf{100}} \approx \mathbf{2,5}$.

À $\omega_R$ : $20.\log\left(\frac{\lambda_{amp}}{U_0}\right) \simeq -10 \text{ dB}$

et à $\omega_2 = 10^4$ rd/s : $20.\log\left(\frac{\lambda_{\omega_2}}{U_0}\right) \simeq -18 \text{ dB}$

Donc $20.\log\left(\frac{\lambda_{amp}}{\lambda_{\omega_2}}\right) \simeq 8 \text{ dB}$ donc $\lambda_{amp} \simeq \lambda_{\omega_2}.10^{\frac{8}{20}}$

$\simeq \lambda_{\omega_2}.10^{\frac{2}{5}}$

$\simeq \lambda_{\omega_2}.\sqrt[5]{100}$

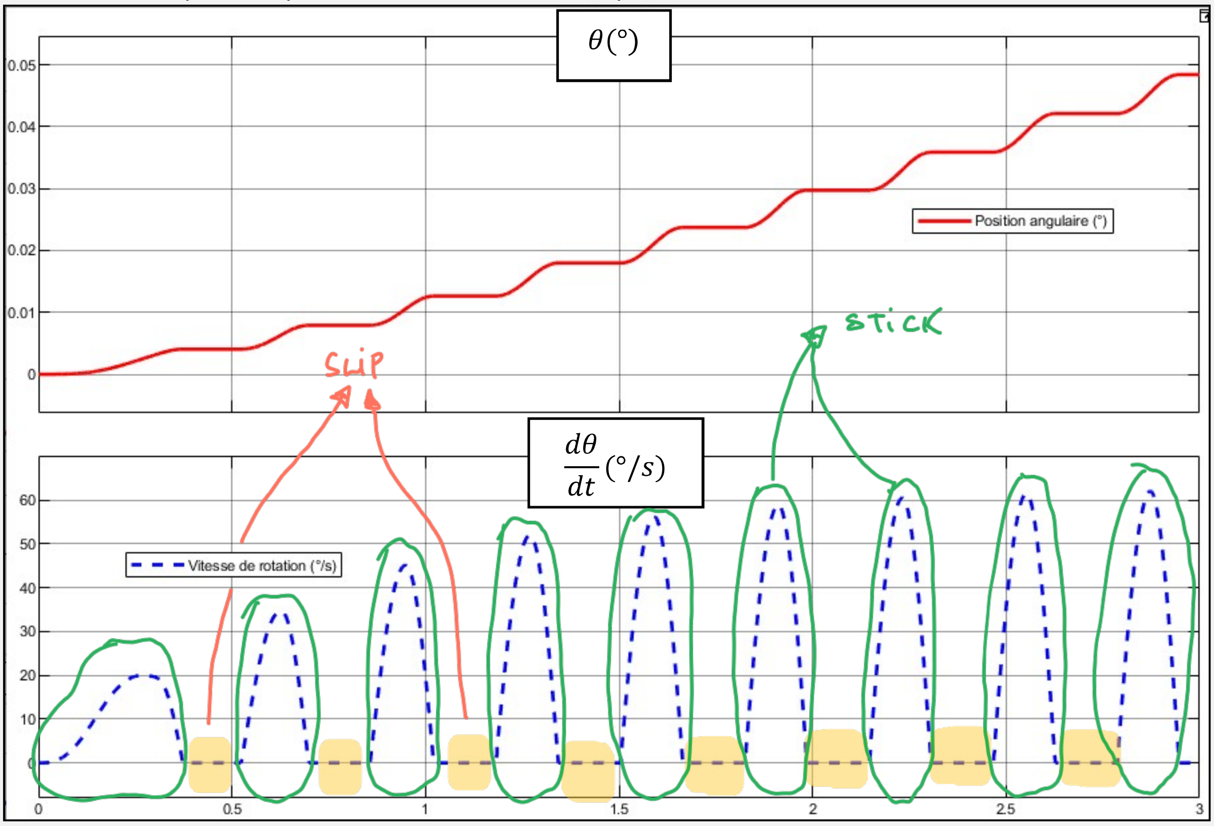
$\boxed{\text{Facteur multiplicatif} = 2{,}5}$

Question 29 : Conclure sur la validité de l'exigence 1.2.2 d du cahier des charges.

• Dans le pire des cas : $\omega = 10^4$ rd/s, on a $\lambda_{\omega_2} \simeq \frac{3{,}3\ \mu m}{2{,}5} \simeq 1{,}3\ \mu m$.
Pour 10 V, la sensibilité est donc de 0,13 µm/V ce qui ne valide pas l'exigence 1.2.2.d car inférieure à 0,3 µm/V.

• Au voisinage de $\omega_R$, on a $0{,}13 \times 2{,}5 \simeq 3{,}3$ µm/V ce qui validerait alors l'exigence.

Question 30 : Indiquer les phases de « *stick* » et « *slip* ».




Question 31 : Vérifier l'exigence 1.2.2 a du mode d'approche du cahier des charges.

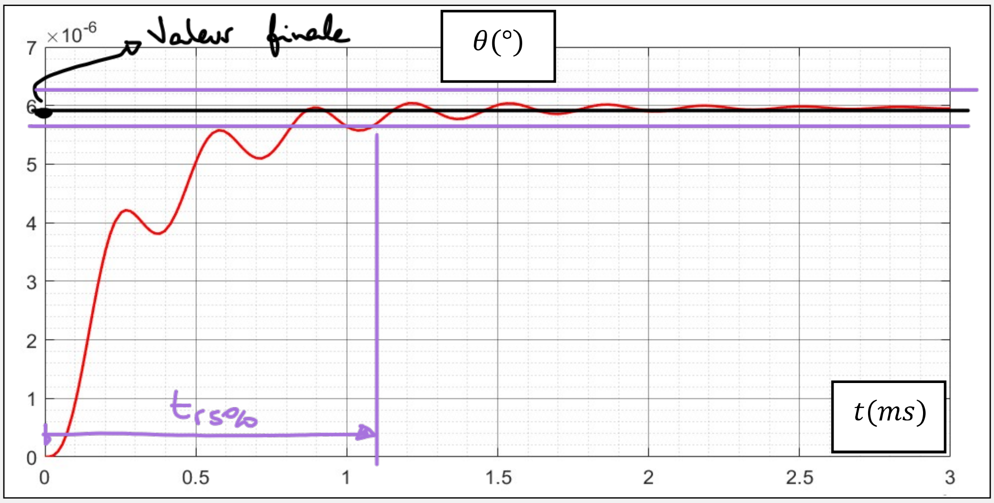
Sur $\Delta t = 3$ ms, on a $\Delta\theta \simeq 5.10^{-2}$ °. La vitesse moyenne est donc :

$\omega_{moy} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \simeq \frac{5.10^{-2}}{3.10^{-3}}$ °/s $\simeq 17°/s \leq 20°/s$ ce qui ne permet pas de valider entièrement le cahier des charges.

Question 32 : Indiquer la valeur finale ainsi que le temps de réponse à 5%.

Valeur finale = $5{,}95.10^{-6}$ °

$T_{5\%}$ = 1,1 ms




Question 33 : Vérifier les exigences 1.2.1 b et 1.2.1 c du mode « *scan* » du cahier des charges.

- On a ici un déplacement d'environ 6 µdeg < 10 µdeg, ce qui valide l'exigence 1.2.1.b.
- On a aussi $t_{r5\%}$ < 1,2 ms, ce qui valide l'exigence 1.2.1.c.