



Numéro d'inscription

--	--	--	--	--	--

Nom : \_\_\_\_\_

Numéro de table

--	--	--	--	--	--

Prénom : \_\_\_\_\_

Né(e) le

--	--	--	--	--	--

Emplacement QR Code

Filière : PSI

Session : 2025

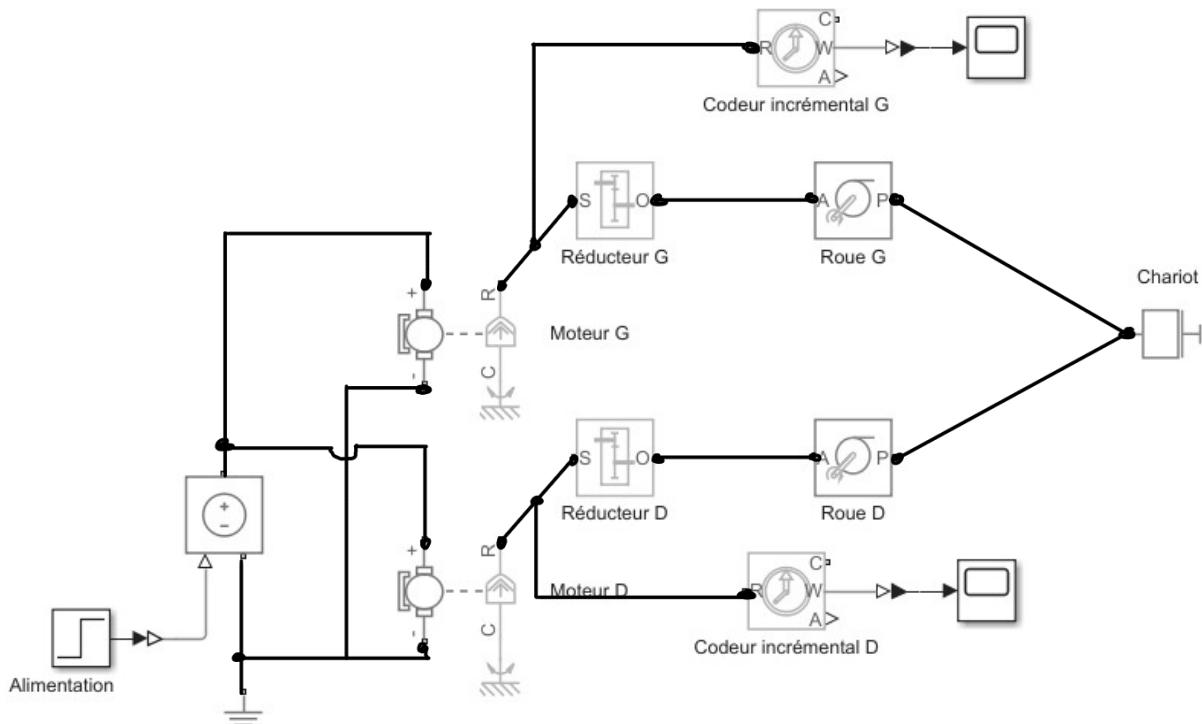
**Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur**

- Consignes**
- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
  - Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
  - Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
  - Numérotter chaque page (cadre en bas à droite)
  - Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

**DOCUMENT RÉPONSE**

Ce Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.

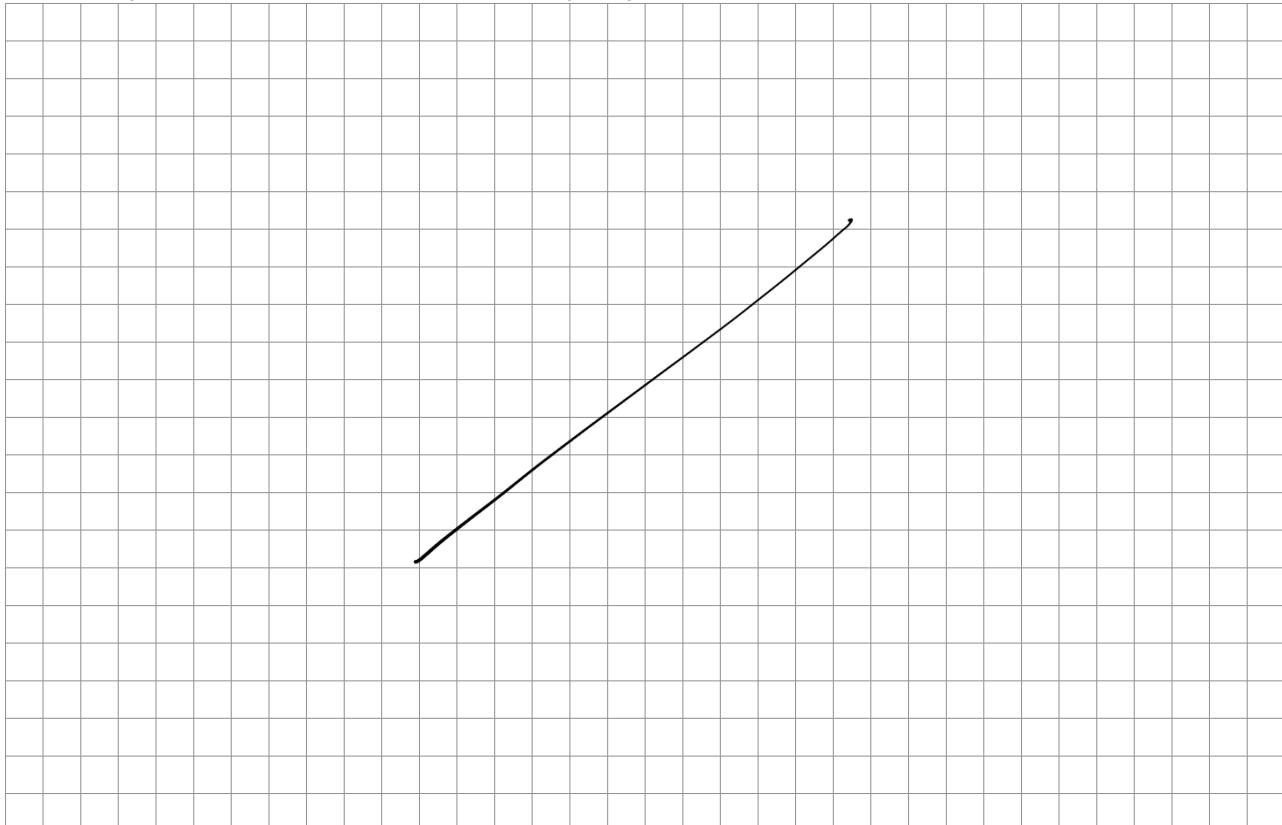
**Q1 - Lien entre les blocs****Q2 - Vitesse maximale  $V_{max}$  du pont. Conclusion**

$$\begin{aligned} \text{V}_{\max} &= r \cdot \omega_{roue} = r \cdot k \cdot \omega_{max} = 0,2 \cdot \frac{1}{24} \cdot 190 \\ &= \frac{36}{24} = 1,5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

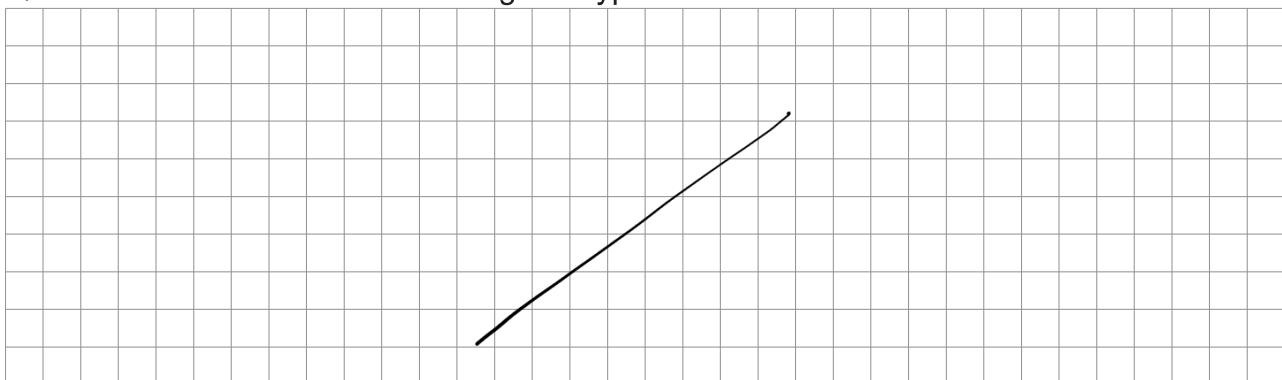
On a donc  $\Delta T = \frac{D}{V_{max}} \approx 2,7 \text{ s} < 6 \text{ s}$  donc le temps de déplacement est bien respecté.

**NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE**

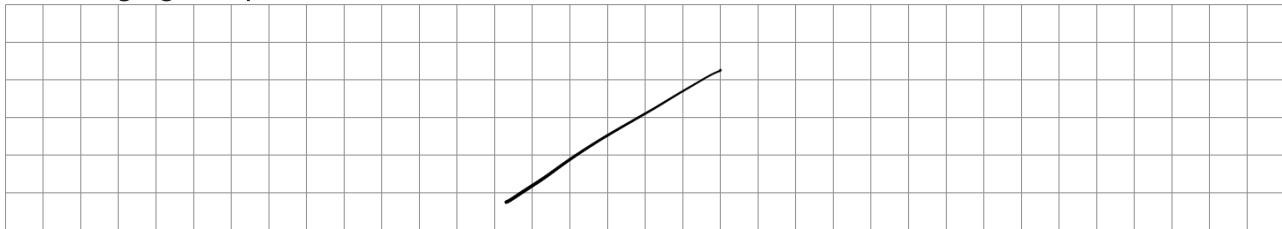
**Q3 - Graphe de liaisons du modèle complet pont/rails**



**Q4 - Mobilités utiles et internes. Degré d'hyperstatisme**



**Q5 - Réglages à prévoir**



### Q6 - Démonstration de $T_2 = 0$

J'isole 2 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- 0 → 2 ✓
- pont → 2 ✗

J'écris le th. des moments en 0<sub>2</sub> et en projection sur  $\vec{y}$  :

$$\overrightarrow{M}_{0_2, 0 \rightarrow 2} \cdot \vec{y} + \underbrace{\overrightarrow{M}_{0_2, \text{pont} \rightarrow 2} \cdot \vec{y}}_{=0} = \overrightarrow{\delta}_{0_2, 2/0} \cdot \vec{y} = 0 \quad \text{car marée et inertie des roues négligées}$$

$$\overrightarrow{M}_{0_2, 0 \rightarrow 2} \cdot \vec{y} = \overrightarrow{M}_{I_x, 0 \rightarrow 2} \cdot \vec{y} + (\overrightarrow{o_2 I_2} \wedge (N_2 \cdot \vec{z} - T_2 \cdot \vec{z})) \cdot \vec{y} = n \cdot T_2$$

On a donc  $n \cdot T_2 = 0$  et donc  $T_2 = 0$ .

### Q7 - Trois relations issues du Principe Fondamental de la Dynamique

*il y a un pb dans le sujet, c'est bien le demi-pont sinon il y a un pb avec les velars*

J'isole {1, 2,  $\frac{1}{2}$  pont} soumis à :

- 0 → 1
- 0 → 2
- pont →  $\frac{1}{2}$  pont

Le th. des résultantes en proj° sur  $\vec{z}$  donne :

$$-T_1 - T_2 = \frac{M}{2} \cdot (-\gamma)$$

$$\text{donc } T_1 = \frac{M}{2} \cdot \gamma$$

$$\overrightarrow{M}_{G, 0 \rightarrow 1} \cdot \vec{y} + \overrightarrow{M}_{G, 0 \rightarrow 2} \cdot \vec{y} \text{ de A et B} \\ + \underbrace{\overrightarrow{M}_{G, \text{pont} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ pont}}}_{=0} \cdot \vec{y} = \underbrace{\overrightarrow{\delta}_{G, \{1, 2, \frac{1}{2} \text{ pont}\}, 0 \rightarrow \frac{1}{2}} \cdot \vec{y}}_{=0}$$

$$\overrightarrow{\tau}_{G, 0 \rightarrow 1} \cdot \vec{y} = \overrightarrow{M}_{I_x, 0 \rightarrow 1} \cdot \vec{y}$$

$$+ (\overrightarrow{G I_x} \cdot (-T_1 \cdot \vec{z} + N_1 \cdot \vec{z})) \cdot \vec{y} \\ - h_c \cdot \vec{z} - \frac{L_c}{2} \cdot \vec{z}$$

$$= h_c \cdot T_1 + \frac{L_c}{2} \cdot N_1$$

Le th. des résultantes en proj° sur  $\vec{z}$  donne :

$$N_1 + N_2 - \frac{M}{2} \cdot g = 0$$

$$\overrightarrow{M}_{G, 0 \rightarrow 2} \cdot \vec{y} = -\frac{L_c}{2} \cdot J_z$$

Donc

$$h_c \cdot T_1 + \frac{L_c}{2} \cdot N_1 - \frac{L_c}{2} \cdot N_2 = 0$$

Le th. des moments en G et en proj° sur  $\vec{y}$  donne :

### Q8 - Expression de A et de B

$$\text{On a: } N_1 + N_2 = \frac{M}{2} \cdot g$$

$$N_1 - N_2 = -\frac{2 \cdot h_c}{L_c} \cdot \frac{M}{2} \cdot \gamma$$

$$\text{Donc: } N_1 = \frac{M}{4} \cdot g - \frac{h_c}{2 \cdot L_c} \cdot M \cdot \gamma$$

$$\text{et } N_2 = \frac{M}{4} \cdot g + \frac{h_c}{2 \cdot L_c} \cdot M \cdot \gamma$$

Donc:  $N_1 = \frac{M}{2} \cdot \left( \frac{g}{2} - \frac{h_c}{L_c} \cdot \gamma \right)$  donc  $B = \frac{g}{2}$  et  $A = \frac{h_c}{L_c}$

et  $N_2 = \frac{M}{2} \cdot \left( \frac{g}{2} + \frac{h_c}{L_c} \cdot \gamma \right)$

**Q9 - Expression de  $\gamma_{lim}$ . Application numérique**

Il y a glissement (cas limite) si  $\left| \frac{T_1}{N_1} \right| = f$  donc  $\frac{T_1}{N_1} = f$

Donc si  $\frac{\frac{M}{2} \cdot \gamma}{\frac{M}{2} \cdot (B - A \cdot \gamma)} = f$  donc  $\gamma = B \cdot f - A \cdot f \cdot \gamma$   
donc  $\gamma = \gamma_{lim} = \frac{B \cdot f}{1 + A \cdot f}$

AN:  $\gamma_{lim} \approx \frac{5 \cdot 0,4}{1 + 0,5 \cdot 0,4} \approx \frac{2}{1,2} \approx 1,7 \text{ m/s}^2$

**Q10 - Démonstration de l'équation du mouvement du pont. Expression de  $J$  et de  $C_r(t)$**

J'isole l'ensemble des pièces en mouvt et je liste :

Pint :  $P_{motrice} = 2 \cdot C_m \cdot w_m$

Pext :  $P_{ pesanteur } = 0$  car le mouvement se fait à l'horizontal

Peffort résistant =  $- F_r \cdot \sqrt{J}$

$$= - F_r \cdot k \cdot r \cdot w_m$$

Ou a également :

$$E_{cl}(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \sqrt{J}^2 + 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot w_m^2 \right)$$

tous les pièces =  $\frac{1}{2} \cdot (\underbrace{M \cdot k^2 \cdot r^2 + 2 \cdot J_m}_{J}) \cdot w_m^2$

le th de l'énergie cinétique s'écrit :

$$P_{ext} + P_{int} = \frac{d}{dt} (E_{cl}(\Sigma/0))$$

Et donc :

$$2 \cdot C_m \cdot w_m - F_r \cdot k \cdot r \cdot w_m = J \cdot w_m \cdot \ddot{w}_m$$

Donc

$$2 \cdot C_m - F_r \cdot k \cdot r = J \cdot \ddot{w}_m$$

Avec  $C_r = F_r \cdot k \cdot r$

et  $J = M \cdot k^2 \cdot r^2 + 2 \cdot J_m$



Numéro d'inscription

--	--	--	--	--	--

Nom : \_\_\_\_\_

Numéro de table

--	--	--	--	--	--

Prénom : \_\_\_\_\_

Né(e) le

--	--	--	--	--	--

Emplacement QR Code

Filière : PSI

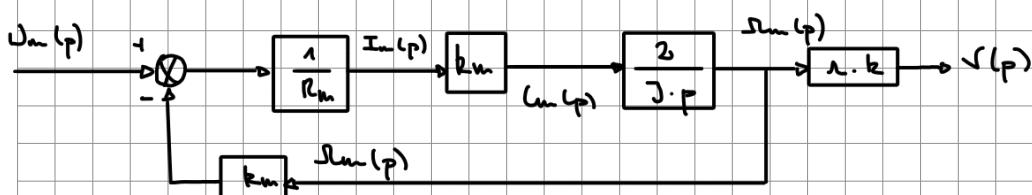
Session : 2025

### Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numérotter chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

### Q11 - Fonction de transfert reliant $V(p)$ et $U_m(p)$ . Expression des constantes caractéristiques



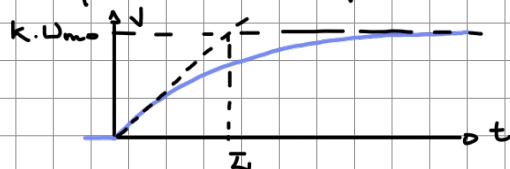
$$\text{On a donc : } \frac{V(p)}{U_m(p)} = r.k \cdot \frac{\frac{1}{R_m} \cdot \frac{2}{J_p} \cdot k_m}{1 + k_m^2 \cdot \frac{1}{R_m} \cdot \frac{2}{J_p}} = \frac{2 \cdot r \cdot k \cdot k_m}{2 \cdot R_m^2 + R_m \cdot J_p}$$

$$\text{Donc } \frac{V(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{r \cdot k}{k_m}}{1 + \frac{R_m \cdot J_p}{2 \cdot k_m^2} \cdot p}$$

### Q12 - Expression de l'accélération initiale. Application numérique et conclusion

Pour un 1<sup>er</sup> ordre de gain K et de constante de temps T, pour une entrée en échelon  $U_{mo}$ , la pente à l'origine vaut :

$$T_{max} = \frac{K \cdot U_{mo}}{T}$$



$$\text{Donc } T_{max} = \frac{\frac{r \cdot k}{k_m} \cdot U_{mo}}{\frac{R_m \cdot J_p}{2 \cdot k_m^2}} = \frac{2 \cdot r \cdot k \cdot k_m}{R_m \cdot J_p} \cdot U_{mo}$$

$$\text{Avec : } T_{max} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{24} \cdot 0,2}{2 \cdot 0,016} \cdot 36 = \frac{0,04}{0,016} \cdot \frac{36}{24} = 1,5 \cdot \frac{4}{16} \approx 3,75 \text{ m/s}^2$$

On a  $T_{max} > \delta_{lim}$  donc il y aura glissement (ce qui ne respecte pas le cahier des charges - Q° 9).

Q13 - Expression de  $T_m$ . Application numérique

On a:  $D = \int_0^{t_{final}} v(t) \cdot dt = \text{aire sous la courbe} = V_{max} \cdot (T_m + t_a)$

$$\text{Et donc: } T_m = \frac{D}{V_{max}} - t_a \approx \frac{4}{1} - 0,4 \approx 3,6 \text{ s}$$

## Q14 - Vérification des critères du cahier des charges

Critères	Valeur imposée	Valeur relevée	Respect du critère
Distance de déplacement	4 m	4 m	Oui
Temps de déplacement	6 s	≈ 6 s	Oui
Accélération maximale	1,7 m/s <sup>2</sup>	1,6 m/s <sup>2</sup>	Oui

## Q15 - Nombre de données disponibles dans la base de données. Nombre de données utilisées pour les tests de validation

Nombre de données : 1481

" " " d'apprentissage : 1281

" " " de test : 1481 - 1281 = 200

## Q16 - Méthode d'IA utilisée. Commentaires

Il s'agit d'une régression avec apprentissage supervisé et un réseau de neurones (MLPRegressor → Multi-Layer-Perceptron).

- 0,98 est le coefficient de corrélation du modèle sur les données d'apprentissage.

- 0,97 est le " " " entre les prédictions et les sorties de test : les données sont donc plutôt bien prédites

Q17 - Valeurs numériques de  $F_0$  et  $A_0$ . Sens physique de ces grandeurs

- $F_0 \approx 22 \text{ N}$

- $A_0 \approx \frac{20 \text{ N}}{825 \text{ mm/s}} \approx \frac{10}{0,14} \text{ N/(m/s)} \approx 25 \text{ N/(m/s)}$

$\bar{F}_0$  est la force de frottement sec

$A_0$  est le coeff de visqueux

Q18 - Calcul de la vitesse  $\vec{V}(B_c, c/0)$  et de l'accélération  $\vec{a}(B_c, c/0)$

$$\begin{aligned}\vec{J}(B_c, c/0) &= \vec{J}(B_c, c/1) + \vec{J}(B_c, 1/0) \\ &= \vec{J}(B_c, c/1) + \overrightarrow{B_c B_1} \wedge \vec{\omega}_{c/1} + \vec{v}(t) \cdot \vec{\omega}_1 \\ \vec{v}(B_c, c/0) &= -L \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_c + \vec{v} \cdot \vec{\omega}_1 \quad \text{et} \quad \frac{d \vec{x}_c}{dt} \Big|_0 = \frac{d \vec{x}_c}{dt} \Big|_0 + \vec{\omega}_{c/0} \wedge \vec{x}_c \\ \vec{a}(B_c, c/0) &= -L \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x}_c + L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{z}_c + \vec{v} \cdot \vec{\omega}_1\end{aligned}$$

Q19 - Démarche pour obtenir les deux équations de mouvements

A. J'isole  $c$  soumis aux actions

mécaniques extérieures suivantes:

•  $1 \rightarrow c$  (avec frottements)

•  $p_{ab} \rightarrow c$

J'écris le th. des moments en  $B_2$  et en projection sur  $\vec{y}$ .

$$\underbrace{\vec{M}_{B_2, 1 \rightarrow c} \cdot \vec{y}}_{= -f_c \cdot \dot{\theta}} + \vec{M}_{B_2, p_{ab} \rightarrow c} \cdot \vec{y} = \vec{\Sigma}_{B_2, c/0} \cdot \vec{y}$$

B. J'isole  $\{1, c\}$  soumis aux actions

mécaniques extérieures suivantes:

•  $0 \rightarrow 1$  (avec frottements)

•  $p_{ab} \rightarrow c$

• motorisation  $\rightarrow 1$

J'écris le th. des résultantes en projection sur  $\vec{x}$ .

$$\begin{aligned}R_{0 \rightarrow 1} \cdot \vec{x} + R_{p_{ab} \rightarrow c} \cdot \vec{x} + R_{p_{ab} \rightarrow 1} \cdot \vec{x} &= 0 \\ + R_{\text{motorisation} \rightarrow 1} \cdot \vec{x} &= R_{\{1, c\}/0} \cdot \vec{x} \\ &= F\end{aligned}$$

## Q20 - Développement des calculs et linéarisation

A.  $\vec{M}_{B_2, \text{pds}, \rightarrow_L} \cdot \vec{q} = \vec{M}_{B_C, \text{pds}, \rightarrow_L} \cdot \vec{q} + \underbrace{(B_2 \vec{B}_C \wedge (-m \cdot q \cdot \vec{z})) \cdot \vec{q}}_{= L \cdot \vec{z}_C} = -L \cdot m \cdot q \cdot \sin \theta$

$$\vec{\delta}_{B_C, c/0} \cdot \vec{q} = \underbrace{\vec{\delta}_{B_C, c/0} \cdot \vec{q}}_{= 0 \text{ (masse ponctuelle en } B_C)} + (B_2 \vec{B}_C \wedge (m \cdot \vec{a}(B_C, c/0)) \cdot \vec{y})$$

$$= (-L \cdot \vec{z}_C \wedge (m \cdot (-L \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x}_C + L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{z}_C + j \cdot \vec{x}_i))) \cdot \vec{y}$$

$$= m \cdot L^2 \cdot \ddot{\theta} - m \cdot L \cdot j \cdot \cos \theta$$

$\approx 1$        $\approx \theta$

Donc  $m \cdot L \cdot \ddot{\theta} - m \cdot L \cdot j \cdot \cos \theta = -m \cdot g \cdot \sin \theta - \frac{f_C \cdot \dot{\theta}}{m \cdot L}$   
 donc  $L \cdot \ddot{\theta} - \ddot{x} + g \cdot \dot{\theta} + f_v \cdot \dot{\theta} = 0$

B.  $\vec{R}_{d_C/0} \cdot \vec{z} = M \cdot \ddot{x}$  et  $\vec{R}_{d_C/0} \cdot \vec{z} = m \cdot (-L \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x}_C + L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{z}_C + j \cdot \vec{x}_i) \cdot \vec{z}$   
 $\approx -m \cdot L \cdot \ddot{\theta} + m \cdot \ddot{x}$   
 donc  $F - F_r = (M + m) \cdot \ddot{x} - m \cdot L \cdot \ddot{\theta}$

## Q21 - Expressions des fonctions de transfert $H_x(p)$ et $H_\theta(p)$

On a (si  $F_r = 0$ ) :  $(M + m) \cdot p^2 \cdot X(p) - m \cdot L \cdot p^2 \cdot \theta(p) = K \cdot I(p)$   
 $(L \cdot p^2 + f_v \cdot p + g) \cdot \theta(p) = p^2 \cdot X(p)$

Donc  $\left[ (M + m) \cdot p^2 - m \cdot L \cdot p^2 \cdot \frac{p^2}{L \cdot p^2 + f_v \cdot p + g} \right] \cdot X(p) = K \cdot I(p)$

Après calculs :  $H_x(p) = \frac{1}{p^2} \cdot \frac{K}{M+m} \cdot \frac{1 + \frac{f_v}{g} \cdot p + \frac{L}{g} \cdot p^2}{1 + \frac{f_v}{g} \cdot p + \frac{m \cdot L}{(M+m) \cdot g} \cdot p^2} = \frac{X(p)}{I(p)}$

et  $H_\theta(p) = \frac{\theta(p)}{I(p)} = \frac{\theta(p)}{X(p)} \cdot \frac{X(p)}{I(p)} = \frac{K}{g \cdot (M+m)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{f_v}{g} \cdot p + \frac{m \cdot L}{(M+m) \cdot g} \cdot p^2}$

## Q22 - Justification de la forme des courbes. Valeur asymptotique de l'angle et cohérence

• Pour  $I(p) = \frac{i_0}{p}$  :  $\vec{x}$  évolue comme une parabole donc  $H_x(p) \approx \frac{K_x}{p^2}$

►  $\theta$  a une évolution pseudo-périodique donc  $H_\theta(p)$  est bien une fonction de transfert d'ordre 2 avec  $\xi < 1$ .

• Il faudrait  $\theta_\infty = \frac{K}{g \cdot (M+m)} \cdot i_0 \approx \frac{50}{10 \cdot 250} \cdot 4 \approx 0,1 \cdot \frac{4}{5} \approx 0,08 \text{ rad}$

On relève  $\theta_\infty \approx 4,5^\circ \approx 4,5 \cdot \frac{\pi}{180} \approx 4,5 \cdot \frac{1}{60} \approx \frac{5}{6} \cdot 0,1 \approx 0,08 \text{ rad}$  cohérent



Numéro d'inscription

--	--	--	--	--

Numéro de table

--	--	--	--	--	--

Né(e) le

--	--	--	--	--	--

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Emplacement QR Code

Filière : PSI

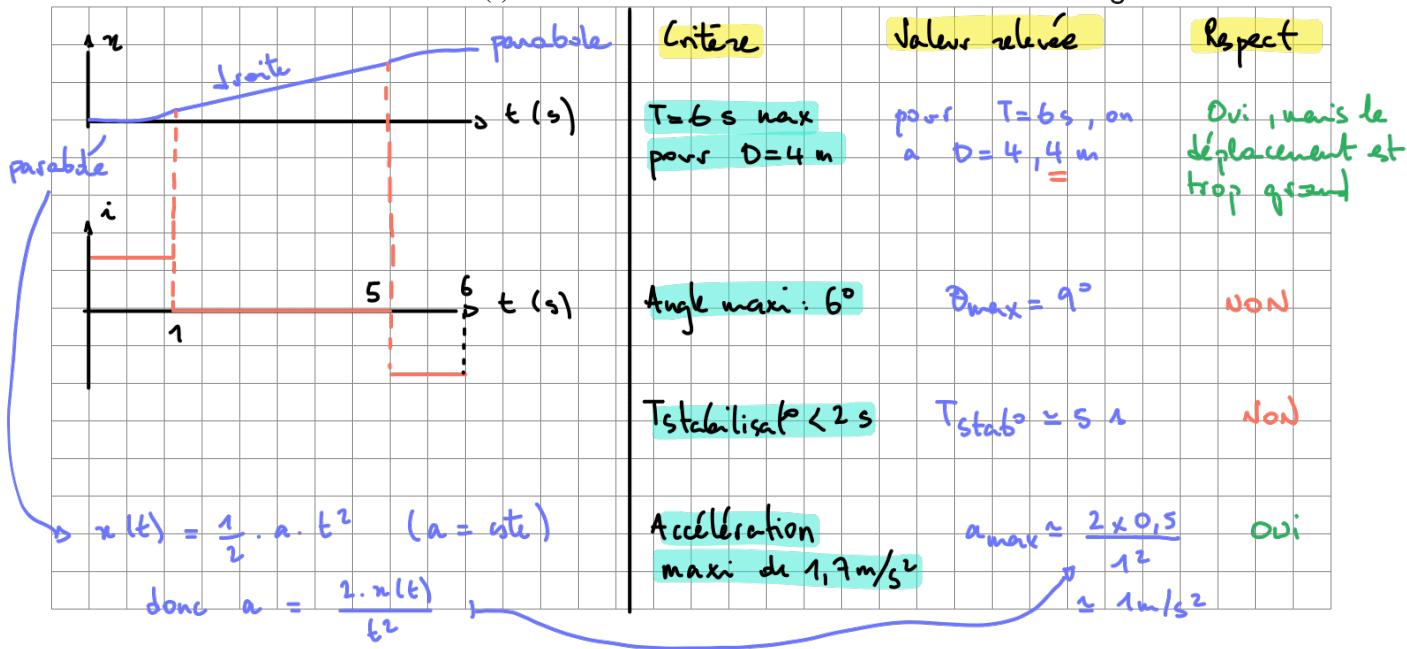
Session : 2025

### Épreuve de : Sciences Industrielles de l'Ingénieur

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numérotter chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

PSI7SI

#### Q23 - Allure de la commande $i(t)$ . Validation des critères du cahier des charges



#### Q24 - Expression de la matrice $Q$

On a  $X = Q \cdot w$  avec :

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= \frac{1}{g} \cdot \frac{d^2 w}{dt^2} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{g} \cdot \frac{d^3 w}{dt^3} \\ w &= w + L \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{d^2 w}{dt^2} \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{dw}{dt} + \frac{L}{g} \cdot \frac{d^3 w}{dt^3} \\ F &= \frac{M \cdot L}{g} \cdot \frac{d^4 w}{dt^4} + (M+m) \cdot \frac{d^3 w}{dt^3}\end{aligned}$$

On a donc :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{L}{g} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{L}{g} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M+m & \frac{M \cdot L}{g} \end{bmatrix}$$

## Q25 - Fonction calcXetTheta(sol\_w, dt)

```

def calcXetTheta(sol_w, dt):
    N = len(sol_w)
    x = [0]*N
    theta = [0]*N
    theta[0] = delta... # pour respecter les CI sur theta et dtheta
    theta[1] = 0..... # pour respecter les CI sur theta et dtheta
    for i in range(2,N):
        dw0 = (sol_w[i-1]-sol_w[i-2])./dt # dérivée à gauche en i-1
        dw1 = (sol_w[i]-sol_w[i-1])./dt # dérivée à gauche en i
        dw2 = (.dw1...dw0)./dt..... # dérivée seconde en i
        theta[i] = ..dw2/g.....
        x[i] = .sol_w[i-1] + L*theta[i]
    return x, theta

```

## Q26 - Validation des critères du cahier des charges. Justification de la nécessité de l'assermentation

Critère	Valeur relevée	Respect
T=6 s max pour D=4 m	pour T=5 s, on a D=4 m	Oui
Angle maxi : 6°	$\theta_{max} = 8,5^\circ$	NON <span style="color:red">→ Il faut prévoir un aménagement pour améliorer ce critère.</span>
$T_{stabilisation} < 2 s$	Pas de relevé possible	
Accélération maxi de $1,7 \text{ m/s}^2$	$a_{max} \approx \frac{2 \times 2,5}{2^2} \approx 1,125 \text{ m/s}^2$	Oui

## Q27 - Expression de la FTBO et justification du réglage du correcteur pour vérifier la stabilité

- $FTBO(p) = C(p) \cdot p \cdot H_n(p) = \frac{K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p} \cdot p \cdot H_n(p)$
- $\arg(j \cdot w \cdot H_n(j \cdot w)) > -90^\circ$  et donc  $\arg(FTBO(j \cdot w)) > -180^\circ$
- On aura également  $\lim_{w \rightarrow +\infty} G_{dB, FTBO}(w) = -\infty$  donc :
- $M_{Gain} = +\infty > 0 \text{ dB}$  et  $M_p > 0^\circ$  donc le système sera stable en boucle fermée.

**Q28 - Identification de la forme de  $pH_x(p)$ . Valeur du gain  $K_x$**

• Je propose :  $p \cdot H_n(p) \approx \frac{1}{p} \cdot K_n$  avec  $K_n \approx 1 \text{ m.A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

$$[p \cdot H_n(p)] = \frac{[K_n]}{[p]} = \frac{[K_n]}{\text{radius}} = \frac{[\sqrt{I(p)}]}{[I(p)]} = \frac{m/s}{t}$$

$$\text{done} \quad [K_2] = m \cdot A^{-1} \cdot s^{-2}$$

- Une autre solution (plus compliquée mais plus réaliste) serait :

$$P(H_n(p)) = \frac{K_n}{P} \cdot \frac{1 + \frac{1 - \frac{2 \cdot S_1}{W_{01}} \cdot P}{1 + \frac{2 \cdot S_2^2}{W_{01}^2} \cdot P} + \frac{1}{W_{01}^2} \cdot P^2}{1 + \frac{2 \cdot S_2^2}{W_{01}^2} \cdot P + \frac{1}{W_{01}^2} \cdot P^2}$$

**Q29** - Erreur statique pour une entrée en échelon et erreur de traînage pour une entrée en rampe

$$\text{. } \text{FTG}_0(p) = C(p) \cdot \frac{K_n}{p} = \frac{K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p} \cdot \frac{K_n}{p}$$

• La FTBO est de classe 2 donc :



**Q30 - Valeur de  $K_n$**

$$\text{On veut } G_{dB}(100 \text{ rad/s}) = 0 \text{ dB} = G_{dB, \text{Correcteur}}(100 \text{ rad/s}) - 40 \text{ dB}$$

Gain de  $\uparrow$   
p.Hz(p) avec le  
diagramme de Bode

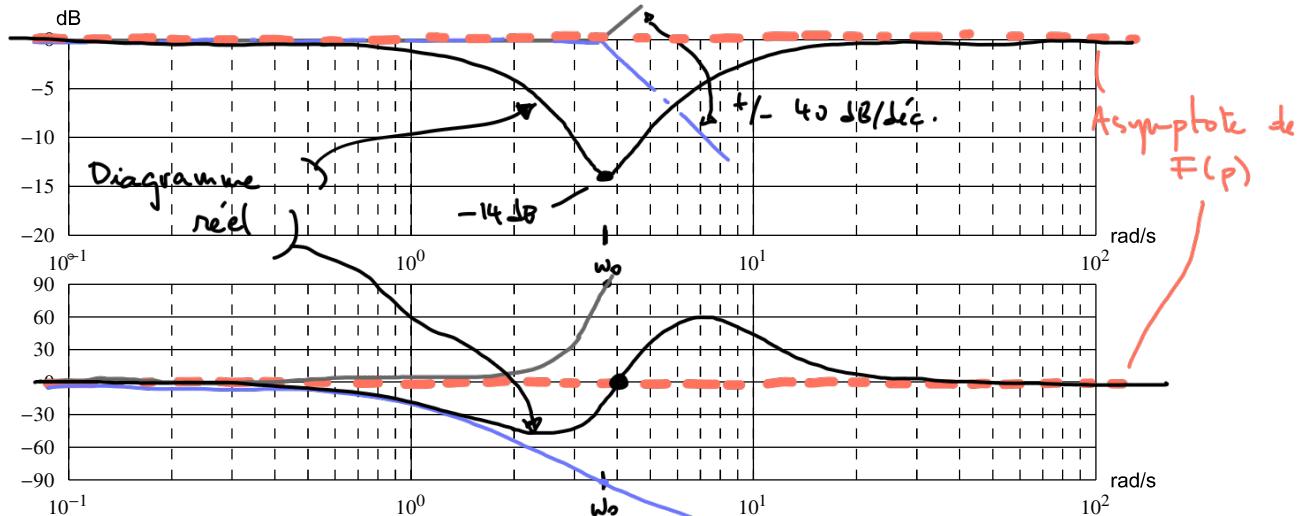
$$\text{Done } 20 \cdot \log \left( \left| \frac{k_p \cdot (1 + T_i \cdot j \cdot \omega)}{T_i \cdot j \cdot \omega} \right| \right) = 40 \text{ dB done } k_p \cdot \frac{\sqrt{1 + T_i^2 \cdot \omega^2}}{T_i \cdot \omega} = 100$$

$$\text{Donc } K_p = 100 \cdot \frac{T_i \cdot w}{\sqrt{1 + T_i^2 \cdot w^2}} \quad \text{et} \quad T_i \cdot w \approx 10^3$$

$$D_{\text{osc}} \quad K_p \approx 100 \quad \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$20 \cdot \log(0,2) = 20 \cdot \log\left(\frac{2}{10}\right) = 20 \cdot \log(2) - 20 \approx -14 \text{ dB}$$

### Q31 - Diagrammes de Bode asymptotiques et allure des diagrammes réels de ce filtre



Q32 - Intérêt de ce filtre sur la consigne ainsi que le choix de  $\omega_0$  et de  $\frac{\xi_1}{\xi_2} < 1$

- Si  $\frac{\xi_1}{\xi_2} < 1$ :  $|F(j\omega_0)| = \frac{\xi_1}{\xi_2} \approx 0,2 < 1$  il y a donc une **anti-résonance**.
- On peut **atténuer les oscillations** de l'angle d'une période d'environ 1,6 s et donc de pulsation  $\frac{2\pi}{10} \approx 3,5 \text{ rad/s} \approx \omega_0$ . Le filtre va donc atténuer les oscillations "parasites".

### Q33 - Zones de a à f

- |                                                      |                                                      |
|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| a: Commande de vitesse                               | b: Filtre réjecteur                                  |
| c: Commande en vitesse<br>(comparateur + correcteur) | d: Commande en courant<br>(comparateur + correcteur) |
| e: Modélisation mécanique<br>(glissière + pivot)     | f: Modélisation du frottement                        |

### Q34 - Amélioration avec filtre. Validation des critères du cahier des charges

Critère	Valeur relevée	Respect
T=6 s max pour D=4 m	pour T=6 s, on a D=4 m	Oui
Angle maxi : 6°	$\theta_{max} \approx 6^\circ$	Oui
$T_{stab} \leq 2 \text{ s}$	$T_{stab} = 0 \text{ s}$ si on considère que l'angle reste inférieur à $1^\circ$ à partir de $t = 6 \text{ s}$ .	Oui
Accélération maxi de $1,7 \text{ m/s}^2$	$a_{max} \approx \frac{1}{0,14} \approx 2,5 \text{ m/s}^2$	<u>NON !</u>
	FIN	