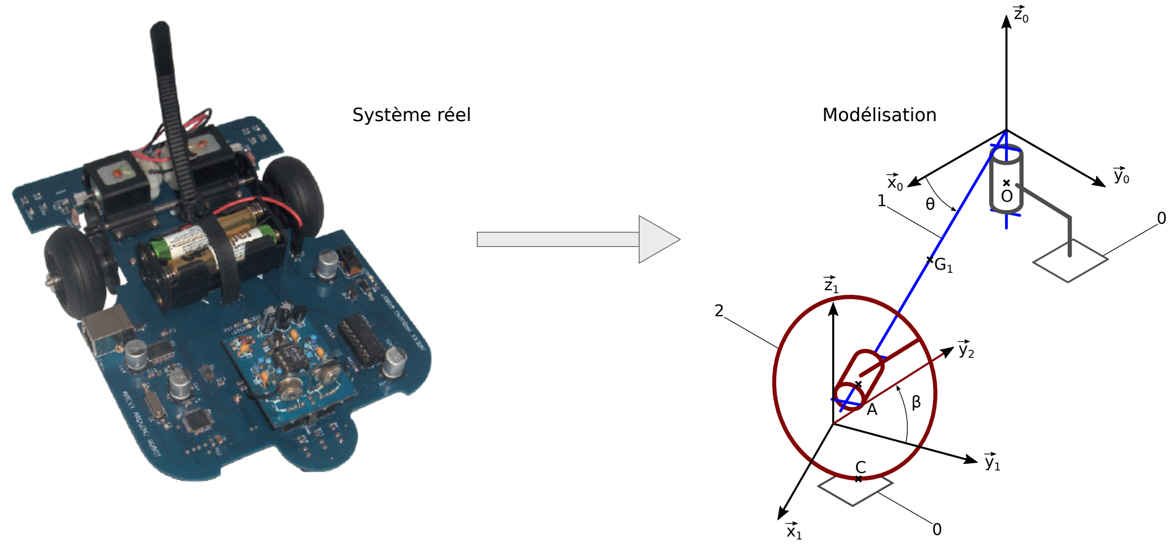
Centre d'intérêt 1

Complément sur le théorème de l'énergie cinétique

PSI-MP : Lycée Rabelais

Programmation d'un robot ★

Dans cet exercice, on s'intéresse au robot présenté ci-dessous :



Les deux roues peuvent être commandées séparément. On se place dans le cas particulier où une seule roue est mise en rotation.

Les données sont les suivantes :

- Le solide lié au châssis du robot est référencé 1. Il a pour masse m_1 et pour centre d'inertie G_1 (on considère que le centre d'inertie est défini par $\overrightarrow{OG_1} = \frac{l_3}{2}\overrightarrow{x_1} + r\,\overrightarrow{z_0}$). Son moment d'inertie autour de l'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ est I_1. Il est en liaison pivot avec le sol, noté 0, de telle sorte que $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ et $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$.
- Le solide 2 correspondant à la roue en rotation a pour masse m_2 et pour centre d'inertie A de telle sorte que $\overrightarrow{OC} = l_3\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{CA} = r\,\overrightarrow{z_0}$. Sa matrice d'inertie est la suivante :

$$I_A(2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},--,--)}$$

- Cette roue roule sans glisser sur le sol 0 au point C. La roue est également en liaison pivot avec le châssis de telle sorte que $\beta = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2})$ et $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$.

Un motoréducteur M_{12} fournit un couple C_{12} (en sortie du réducteur) sur la pièce 2, on aura donc :

$$\{1 \xrightarrow{mot} 2\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1 \xrightarrow{mot} 2}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M^A_{1 \xrightarrow{mot} 2}} = C_{12}\,\overrightarrow{x_1} \end{array} \right._A$$

Le réducteur a un rapport de réduction noté r_{red}. Le moteur génère un couple noté C_m et l'arbre moteur tourne a une vitesse ω_m. Le moment d'inertie de l'arbre moteur autour de son axe de rotation est noté I_m. Le moment d'inertie des pièces en mouvement du réducteur ramené à l'arbre moteur est noté I_r. Les vitesses de rotation des pièces du moteur et du réducteur autour de leurs axes de rotation sont très grandes comparées à la vitesse de rotation du châssis. Cela permet de supposer que ces pièces sont en rotation autour d'axes fixes.

On suppose que l'ensemble des frottements dans le mécanisme peut se modéliser par un seul frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre moteur et caractérisé par son coefficient de frottement visqueux f en N.m/(rad/s).

Question 0 : Exprimer la condition de roulement sans glissement puis en déduire la relation qui lie $\dot{\theta}$ et $\dot{\beta}$.

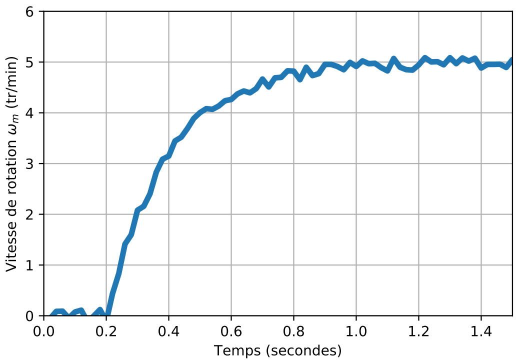
Question 1 : Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement noté Σ. En déduire le moment d'inertie équivalent ramenée à l'arbre moteur, noté J_{eq}.

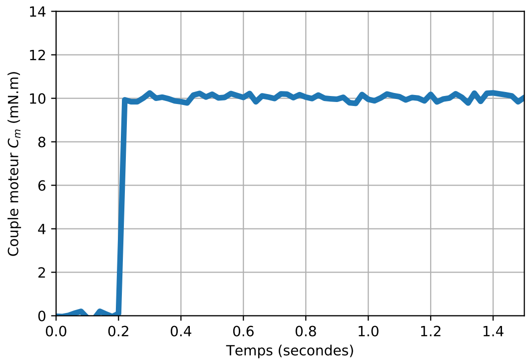
Question 2 : Donner l'équation de mouvement. On ne fera apparaître que le paramètre ω_m.

On mesure lors d'un essai :

- la vitesse de rotation ω_m en fonction du temps ;
- le couple moteur C_m en fonction du temps.

Les résultats sont donnés ci-dessous :





Question 3 : Identifier le moment d'inertie équivalent J_{eq} et le frottement équivalent f.

On suppose que le rendement du moteur est $\eta = 0.54$. On considère également que la tension d'alimentation du moteur est de 5 V et que les batteries utilisées ont une capacité de 8550 mA.h.

Question 4 : Quel est le temps d'utilisation du robot en régime établi dans la situation de l'essai précédent (avec $\omega_m = 5$ tr/min) ?