



**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

Concours Centrale-Supélec (Cycle International),
Concours Mines-Télécom, Concours Commun TPE/EIVP.

CONCOURS 2021

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 4 heures

→ L'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit. ←

SCIENCES INDUSTRIELLES - PSI PSI et MP

L'énoncé de cette épreuve comporte **16** pages de texte et un fascicule de **6** pages regroupant les annexes de **1 à 9**.

Le travail doit être reporté sur un document-réponse de **16** pages distribué avec le sujet.

Un seul document-réponse est fourni au candidat.

Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms, numéro d'inscription et signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France. Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.



Bassin de traction du LHEEA

1 PRÉSENTATION

Le système étudié, nommé bassin de traction, est un des nombreux bassins d'essais du *Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Energétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA)* situé à Nantes.

Ce bassin de traction mesure 140 m de long, 5 m de large, et a une profondeur constante de 3 m (Figure 1 et Annexe 3). Il est équipé d'un chariot de traction pouvant se déplacer dans l'une ou l'autre des directions, avec des vitesses atteignant jusqu'à 8 m.s^{-1} (Figure 2). À une extrémité du bassin se trouve un batteur à houle permettant de générer des houles unidirectionnelles régulières de hauteur crête-à-creux maximale de 0,5 m. A son autre extrémité, une plage d'amortissement sert à faire déferler les vagues pour limiter leur réflexion dans le bassin.

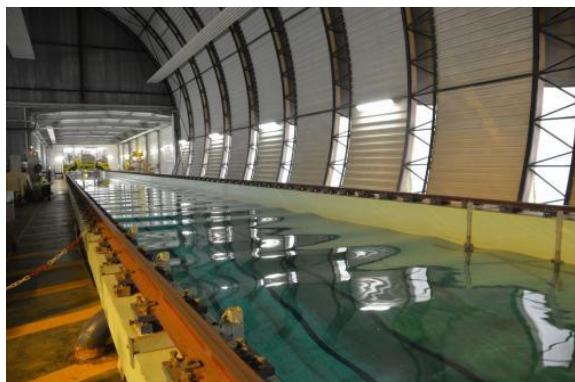


Figure 1 : Bassin de traction



Figure 2 : Chariot de traction

Ce bassin, 2^{ème} plus grand bassin de traction en France et le 1^{er} au niveau académique, permet de mener un certain nombre d'expériences :

- études de navires sur eau calme et sur houle ;
- tests de résistance à l'avancement de navires avec ou sans houle ;
- optimisations de carènes, tenue à la mer de navires ou structures flottantes ;
- tests de technologies en Energies Marines Renouvelables.

Il a par exemple servi aux tests menés sur la nouvelle hydrolienne développée par Alstom (Figure 3).

L'industriel a utilisé une maquette de l'hydrolienne sur ce bassin de traction afin d'étudier son comportement pendant la phase de remorquage et, ainsi, vérifier jusqu'à quel état de mer elle pouvait être tractée.

L'analyse fonctionnelle globale de ce bassin est disponible en Annexe 2. Le diagramme des exigences est consultable en Annexe 4.

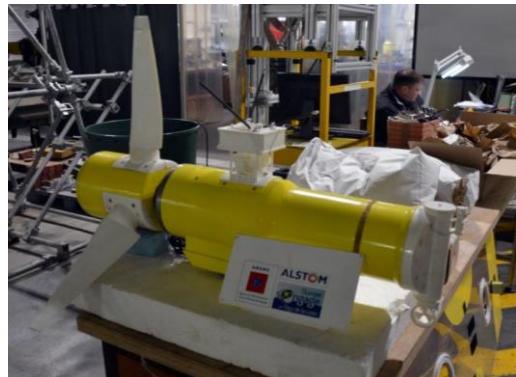


Figure 3 : Maquette de l'Hydrolienne testée par Alstom

2 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 1.1.1 : « DURÉE DE L'ESSAI »

Objectif : Choisir un matériau pour la bande de roulement de chaque roue en contact avec le rail, afin de permettre des mesures correctes pendant une durée de mesure t_{acq} donnée.

2.1 Détermination de l'accélération minimale

Dans un premier temps, on va déterminer l'accélération minimale nécessaire pour que le chariot puisse se déplacer à une vitesse constante $V_m = 8 \text{ m.s}^{-1}$ pendant une durée d'acquisition $t_{acq} = 10 \text{ s}$.

Modélisation :

Lors d'un essai, le chariot (3) (voir Figure 5) se déplace par rapport au sol (0) en translation rectiligne à une vitesse $V_3(t)$ qui suit une loi de vitesse (Figure 4) découpée en 3 phases :

- première phase : accélération $\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$ constante ($\gamma > 0$) jusqu'à atteindre la vitesse terminale souhaitée $V_3(t) = V_m$;
- deuxième phase : vitesse terminale conservée pendant la durée de l'acquisition $t_{acq} = T_2 - T_1$;
- troisième phase : décélération $-\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$ constante ($\gamma > 0$) jusqu'à l'arrêt complet.

Le profil de vitesse adopté est le suivant :

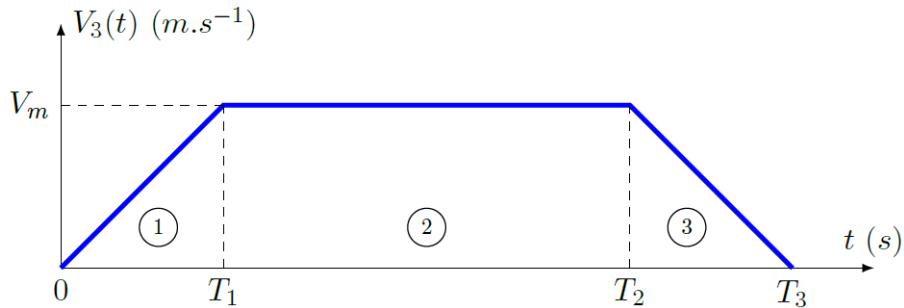


Figure 4 : Profil de vitesse souhaité du chariot

A chaque essai, le chariot part d'une position initiale X_0 et termine sa course à une position finale X_f .

Données :

Pour rappel, la longueur complète du bassin est de 140 m. Le chariot doit observer une distance de sécurité à chaque extrémité du bassin. Autrement dit on prendra $X_0 = 10 \text{ m}$ et $X_f = 130 \text{ m}$.

La vitesse de déplacement du chariot par rapport au sol pendant la deuxième phase sera prise maximale et égale à $V_m = 8 \text{ m.s}^{-1}$. La durée de l'acquisition sera prise égale à $t_{acq} = 10 \text{ s}$.

Question 1 A partir de la Figure 4, donner l'expression littérale du temps T_1 nécessaire pour avoir $t_{acq} = 10 \text{ s}$. En déduire l'expression littérale de l'accélération γ de la première phase en fonction de V_m , t_{acq} , X_0 et X_f . Faire l'application numérique.

2.2 Dimensionnement de la motorisation

Dans cette partie, on va dimensionner la motorisation en déterminant notamment le couple à fournir afin de satisfaire l'exigence 1.1.1.

Modélisation :

Le chariot est composé (comme l'indique le Diagramme de Définition de Blocs en Annexe 5) de quatre roues motrices et de quatre roues libres en rotation. Pour des raisons de symétrie, on ne considère qu'une moitié du chariot. On fait alors l'hypothèse de **problème plan**, dans le plan $(G_3, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Il ne reste alors que deux roues motrices et deux roues libres en rotation (comme l'illustre le schéma cinématique complet en Annexe 6).

Pour les questions 2 à 9, et par souci de simplification, **on fera l'étude à partir du schéma cinématique simplifié de la Figure 5 où seules les deux roues motrices ont été conservées.**

Schéma de principe :

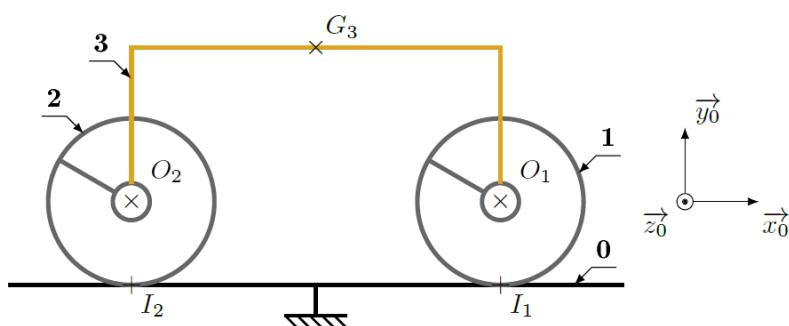


Figure 5 : Modélisation plane simplifiée du chariot (moteurs et réducteurs non représentés)

Chaine de puissance :

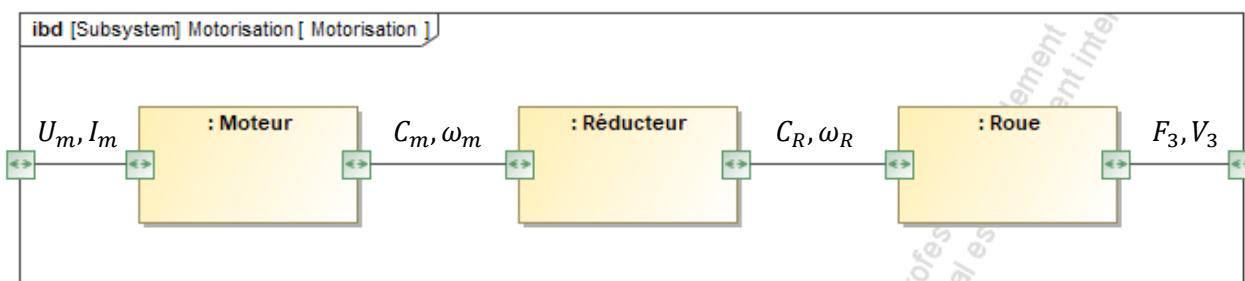


Figure 6 : Chaine de puissance de la motorisation pour une roue

Données et notations :

- La plateforme (3) a pour centre de gravité le point G_3 et pour masse m_3 .
- Le mouvement de la plateforme sera défini par la vitesse $\vec{V}_{G_3 \in 3/0} = V_3 \cdot \vec{x}_0$ et par l'accélération $\vec{\Gamma}_{G_3 \in 3/0} = \gamma \cdot \vec{x}_0$.
- Le point O_1 est le centre d'inertie de la roue motrice avant (1), le point O_2 est celui de la roue motrice arrière (2). Chaque roue motrice possède une masse m_R et un moment d'inertie J_R par rapport à son axe de rotation dans son mouvement par rapport à (3). Le rayon de chaque roue motrice est R .

- On définit les 2 grandeurs cinématiques suivantes : ω_m vitesse de rotation du rotor du moteur par rapport à **(3)** et ω_R vitesse de rotation des roues **(1)** et **(2)** par rapport à **(3)**. Le moteur est alimenté en puissance électrique caractérisée par le courant I_m parcourant le moteur et par la tension U_m aux bornes de son induit.
- Au niveau de chaque roue, le réducteur (non représenté sur la Figure 5) positionné entre le moteur et la roue motrice possède un rapport de réduction noté k vérifiant $\omega_R = k \cdot \omega_m$.

<ul style="list-style-type: none"> • $\overrightarrow{O_1 G_3} = -L \cdot \vec{x}_0 + H \cdot \vec{y}_0$ • $\overrightarrow{O_2 G_3} = L \cdot \vec{x}_0 + H \cdot \vec{y}_0$ • $H = 1 \text{ m}$ • $R = 0,25 \text{ m}$ • $L = 2 \text{ m}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $m_3 = 6000 \text{ kg}$ • $m_R = 200 \text{ kg}$ • $J_R = 20 \text{ kg.m}^2$ • $k = \frac{1}{25}$ • $g = -g \cdot \vec{y}_0$ avec $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
--	---

Hypothèses :

- Les contacts entre les roues et le rail seront considérés avec frottement (le facteur de frottement est noté f et on néglige la résistance au roulement), et on fait l'hypothèse de roulement sans glissement au niveau de ces contacts.
- Toutes les autres liaisons seront supposées parfaites. On supposera aussi que le réducteur est de rendement énergétique unitaire.
- Les actions mécaniques résistant à l'avancement et dues à l'action de l'air sur le chariot et à l'action de l'eau sur la maquette seront négligées par rapport aux effets dynamiques.
- Les masses et moments d'inertie des moteurs et des réducteurs seront négligés.
- Le sol du laboratoire **(0)** sera pris comme un référentiel galiléen de base $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Modélisation des actions mécaniques et notations retenues :

- Pour toutes les actions mécaniques inconnues qu'il sera pertinent de définir, on utilisera la notation suivante (écriture avec problème plan) :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{i \rightarrow j}} \\ M_{K,i \rightarrow j} \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} X_{ij} & - \\ Y_{ij} & - \\ - & N_{ij} \end{Bmatrix}_{b_0}$$

- Pour la motorisation des roues **(1)** et **(2)**, les actions respectives du rotor du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur seront modélisées par :

$$\{T_{mot_1 \rightarrow red_1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{o_1} \quad \{T_{mot_2 \rightarrow red_2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{o_2}$$

- De la même manière, les actions respectives de l'arbre de sortie du réducteur sur la roue seront modélisées par :

$$\{T_{red_1 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_R \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{o_1} \quad \{T_{red_2 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_R \cdot \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{o_2}$$

- Les réducteurs étant considérés parfaits, on admettra que : $C_m = k \cdot C_R$

On isole l'ensemble du chariot $(\Sigma) = (1) \cup (2) \cup (3) \cup (\text{moto-réducteurs})$.

Question 2 Montrer rigoureusement que $V_3 = -R \cdot \omega_R$. Déterminer l'énergie cinétique $E_C(\Sigma/0)$ de l'ensemble isolé par rapport à **(0)** (on écrira le résultat en fonction de V_3). En déduire la masse équivalente M_{eq} , ramenée sur **(3)**, de l'ensemble isolé, telle que $E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot M_{eq} V_3^2$.

Question 3 Lister l'ensemble des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures, et donner leur expression en fonction de V_3 et des paramètres du modèle. Reproduire la démarche avec la puissance des actions mécaniques intérieures.

Question 4 Appliquer le Théorème de l'Énergie Cinétique (Énergie Puissance) pour déterminer l'expression du couple moteur C_m au niveau de chaque moteur permettant d'assurer l'accélération γ nécessaire.

2.3 Détermination du facteur de frottement minimal

Afin d'éviter un phénomène de glissement entre les roues motrices et le rail au moment où l'accélération est maximale (phase 1, Figure 4), il est nécessaire de déterminer le facteur de frottement minimal entre le rail et les roues. On pourra ainsi valider l'hypothèse de roulement sans glissement.

Question 5 Donner l'expression du moment dynamique de la roue avant **(1)** au point O_1 dans son mouvement par rapport au sol **(0)** en fonction de $\frac{d\omega_R(t)}{dt}$. Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures agissant sur **(1)** (donner l'expression de chaque torseur).

Question 6 On isole la roue avant **(1)**. Écrire le théorème du moment dynamique appliqué à la roue **(1)** au point O_1 projeté sur \vec{z}_0 , puis en déduire l'expression littérale de la composante X_{01} (de l'action du sol **(0)** sur la roue **(1)**) en fonction uniquement de l'accélération γ et des masses. Donner alors, sans faire le calcul, l'expression littérale de la composante X_{02} de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

Question 7 On isole l'ensemble du chariot $(\Sigma) = (1) \cup (2) \cup (3) \cup (\text{moto-réducteurs})$. Proposer le théorème utilisé (T.R.D. ou T.M.D., la projection, éventuellement le point) permettant de déterminer la composante Y_{01} . Donner l'expression de la composante du torseur dynamique correspondant en fonction de γ , des différentes masses et/ou inerties ainsi que des grandeurs géométriques.

Question 8 Proposer uniquement la démarche (isolation(s), inventaire des actions mécaniques, théorème(s) utilisé(s)) permettant ensuite de déterminer la composante Y_{02} de l'action du sol **(0)** sur la roue **(2)**.

Une application numérique a permis de déterminer, sous les hypothèses fournies précédemment, la valeur minimale pour assurer le non-glissement du facteur de frottement noté f_1 au niveau de la roue motrice avant **(1)** puis celle du facteur de frottement noté f_2 au niveau de la roue motrice arrière **(2)** : $f_1 = 0,177$ et $f_2 = 0,146$.

Question 9 Dans un premier temps, en se basant sur les lois de Coulomb, indiquer la démarche qui a été mise en œuvre pour déterminer les valeurs minimales de f_1 et f_2 .

En réalité, le chariot ne possède pas uniquement quatre roues motrices (deux de chaque côté), mais deux bogies constitués chacun de deux roues motrices et de deux roues libres en rotation (Annexe 6). La présence d'une roue libre en rotation sur chaque côté d'un bogie permet de soulager environ de moitié l'effort normal sur chaque roue motrice, tandis que l'effort tangentiel sur chaque roue motrice reste identique.

Le rail sur lequel les roues roulent sans glisser est en acier. On souhaite utiliser le même matériau pour toutes les roues (avant comme arrière, motrices comme libres).

On adoptera un coefficient de sécurité $s = 2$ afin de garantir la pertinence des résultats en tenant compte des hypothèses simplificatrices adoptées lors de la modélisation.

Question 10 A partir des indications fournies, proposer une valeur du facteur de frottement à retenir et justifier. Enfin, à partir du Tableau 1 ci-dessous, proposer un choix de bandage (matériau de chaque roue) qui permette d'éviter le glissement en phase d'accélération, pour ainsi respecter l'exigence 1.1.1.

Matériau 1	Matériau 2	Facteur de frottement sec
Acier	Téflon	0,05
Acier	Acier (sec)	0,2
Acier	PVC	0,5
Acier	Caoutchouc	1 à 4

Tableau 1 : Facteur de frottement en fonction du couple de matériaux - contact sec

2.4 Etude du système de levage

L'étude précédente a permis de montrer qu'il faut choisir un bandage (couche de matière entourant chaque roue du chariot) pour obtenir le facteur de frottement nécessaire pour assurer l'exigence 1.1.1.

Lors des phases statiques, ce bandage va se déformer de manière permanente sous le propre poids du chariot. Le risque est de se retrouver avec des roues qui possèdent des zones aplatis et qui n'ont plus un profil circulaire et par conséquent de voir les essais perturbés par des vibrations.

La solution proposée est de maintenir le chariot surélevé par des vérins lors des phases statiques. C'est pourquoi, deux mécanismes identiques de levée (un pour chaque côté) sont intégrés au chariot. La structure d'un mécanisme de levage est présentée sur le Diagramme de Bloc Interne en Annexe 7.

Données :

- Moteur de levage :
 - Vitesse de rotation en charge : $\omega_{ml} = 200 \text{ rad.s}^{-1}$
- Réducteur Roue et Vis sans fin :
 - Nombre de filets de la vis : $n_{Vis} = 2$
 - Nombre de dents de la roue : $Z_{Roue} = 50$
- Réducteur levage :
 - Rapport de réduction : $\omega_{pignon} = k_L \cdot \omega_{Roue}$ avec $k_L = \frac{1}{40}$
- Pignon crémaillère :
 - Diamètre primitif du pignon : $d_{pignon} = 0,02 \text{ m}$
- Tige du vérin :
 - Course : $C_T = 0,01 \text{ m}$

La tige de vérin est solidaire de la crémaillère.

Question 11 Compléter le schéma-blocs en indiquant le gain cinématique dans chaque bloc et le nom du composant sous chaque bloc. En déduire l'expression littérale de la vitesse de la tige V_T en fonction de la vitesse de rotation du moteur de levage ω_{ml} . Faire l'application numérique.

Question 12 Donner l'expression littérale du temps de manœuvre T_V . Faire l'application numérique puis conclure quant au respect de l'exigence 3.3.2 du cahier des charges.

3 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 3 : « ACQUÉRIR LES DONNÉES »

Objectif : Déterminer l'ensemble des composantes du torseur des actions mécaniques de l'eau agissant sur la maquette en déplacement à vitesse stabilisée.

3.1 Principe de la mesure de l'action de l'eau sur la maquette

La maquette de bateau à étudier et le mât métallique de support forment l'ensemble (5). Cet ensemble est lié à la plateforme (3) par l'intermédiaire du solide (4) et de 6 barres (B_1 , B_2 , ..., B_6) dotées chacune d'un capteur dynamométrique (voir Figure 7 ci-dessous ainsi que les photos en Annexe 8).

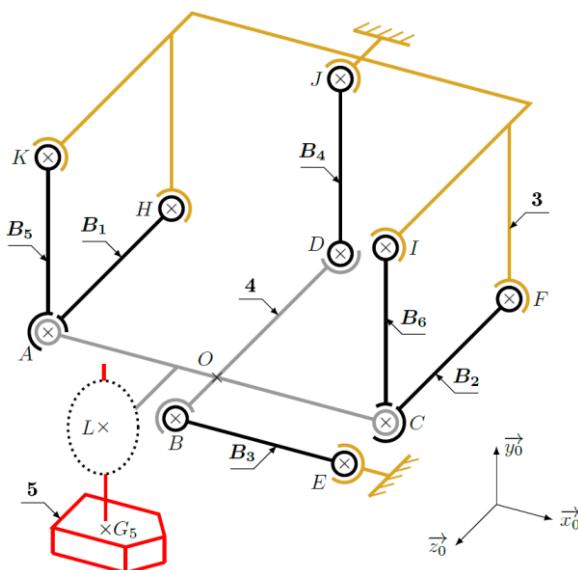


Figure 7 : Schéma cinématique 3D du dispositif de mesure

Données et hypothèses :

- $OA = OC = OD = a$
- $OB = d$
- $\overrightarrow{OL} = -e \cdot \vec{x}_0 + f \cdot \vec{z}_0$
- $\overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t) \cdot \vec{y}_0$
- Toutes les barres (B_i) ont la même longueur a , et on considérera leur masse négligeable.
- m_4 est la masse du solide (4), de centre d'inertie O .

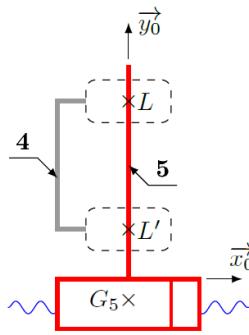
Les liaisons représentées en A et en C sont constituées chacune de 2 liaisons sphériques concentriques ($\mathcal{L}_{B_1/4}$ et $\mathcal{L}_{B_5/4}$ sphériques en A , et $\mathcal{L}_{B_2/4}$ et $\mathcal{L}_{B_6/4}$ sphériques en C).

Dans toute la partie 3, **on considérera la plateforme (3) immobile**.

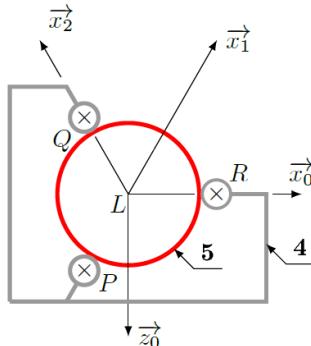
La fonction principale de ce dispositif est de mesurer les actions mécaniques qu'exerce l'eau sur la maquette de bateau. On cherche donc à mesurer à tout instant $\{T_{eau \rightarrow 5}\}$ au point G_5 , centre d'inertie de l'ensemble (5).

3.2 Étude de la liaison entre l'ensemble (5) et le solide (4)

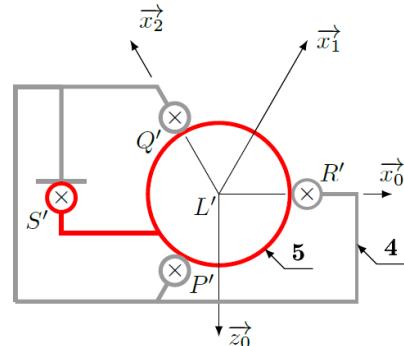
La maquette est en liaison encastrement avec un mât métallique (ensemble (5)), lui-même en liaison avec le solide (4) par l'intermédiaire de 7 liaisons sphère/plan (Figure 8).



Plan $(L, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$



Plan $(L, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$



Plan $(L', \vec{x}_0, \vec{z}_0)$

Figure 8a

Figure 8b

Figure 8c

Figure 8 : Modélisation de la liaison entre (4) et (5)

Données :

- $LP = L'P' = LQ = L'Q' = LR = L'R' = r_5$
- $\overrightarrow{S'L'} = d_5 \cdot \vec{x}_0, \quad \overrightarrow{LL'} = -h_5 \cdot \vec{y}_0, \quad \overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t) \cdot \vec{y}_0$
- $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{\pi}{3}$

$$\{T_{4 \rightarrow 5}^R\} = \begin{Bmatrix} X_R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_0} \quad \{T_{4 \rightarrow 5}^P\} = \begin{Bmatrix} X_P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_1} \quad \{T_{4 \rightarrow 5}^Q\} = \begin{Bmatrix} X_Q & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_2}$$

Notations :

- $\{T_{4 \rightarrow 5}^1\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente aux 3 liaisons représentées sur la Figure 8b.
- $\{T_{4 \rightarrow 5}^2\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente aux 4 liaisons représentées sur la Figure 8c.
- $\{T_{4 \rightarrow 5}\}$: torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente entre (4) et (5).

Pour les questions 11 et 12, on cherchera à simplifier les torseurs suivants en remplaçant les termes nuls par des 0 :

$$\{T_{4 \rightarrow 5}^1\} = \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}_{b_0} \quad \{T_{4 \rightarrow 5}^2\} = \begin{Bmatrix} X_2 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ Z_2 & N_2 \end{Bmatrix}_{b_0} \quad \{T_{4 \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} X_{45} & L_{45} \\ Y_{45} & M_{45} \\ Z_{45} & N_{45} \end{Bmatrix}_{b_0}$$

Question 13 Préciser votre démarche puis donner l'écriture simplifiée du torseur $\{T_{4 \rightarrow 5}^1\}$ au point L puis donner le nom et la (les) caractéristique(s) géométrique(s) de cette liaison. Donner également l'écriture simplifiée du torseur $\{T_{4 \rightarrow 5}^2\}$ au point L' . Les torseurs seront exprimés dans la base $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Question 14 Donner l'écriture simplifiée de $\{T_{4 \rightarrow 5}\}$, torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison équivalente entre (4) et (5) en L (également exprimé dans la base b_0). Donner le nom et la (les) caractéristique(s) géométrique(s) de cette liaison. Expliquer pourquoi le concepteur a choisi une telle liaison plutôt qu'une liaison encastrement entre l'ensemble (5) et le solide (4).

3.3 Réglage de la ligne de flottaison

Dans un souci de polyvalence du banc de mesure, il est nécessaire de pouvoir régler la position de la ligne de flottaison (exigence 3.2.1). De plus, il est important de compenser la présence du dispositif de mesure (exigence 3.2.2), c'est à dire d'annuler l'influence du poids du mât vertical. Un système de poulie avec contrepoids a donc été ajouté pour satisfaire conjointement ces deux exigences (Figure 9).

On note m_5 la masse de l'ensemble (5), considéré homogène et m_7 la masse du contrepoids (7). Connaissant la géométrie de la coque (simplifiée sur la Figure 9), on souhaite pouvoir régler la hauteur immergée h_i .

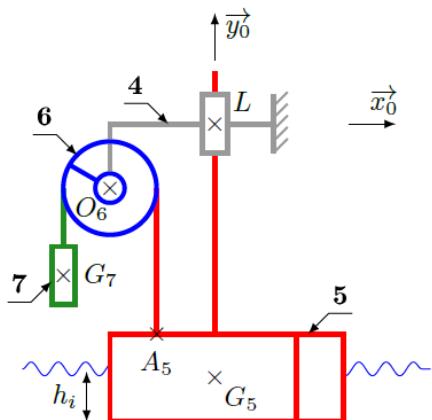


Figure 9a : vue d'ensemble

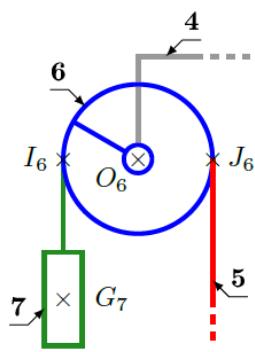


Figure 9b : poulie (6)

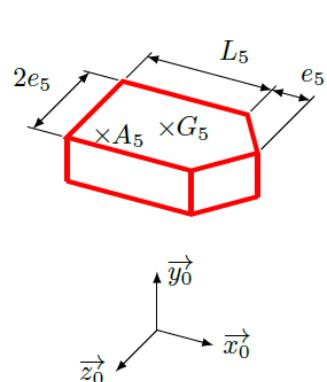


Figure 9c : modèle du bateau

Figure 9 : Système de réglage de la ligne de flottaison

Hypothèses :

- On considère le système à l'arrêt. Ainsi, le solide (4) est immobile par rapport au sol.
- Pour les questions 13 à 15, on considère que le bassin ne génère pas de houle. On admettra alors que la poussée d'Archimède est la seule action mécanique exercée par l'eau sur la maquette. Cette action mécanique sera modélisée par un glisseur passant par G_5 , de direction verticale, dirigée du bas vers le haut et de norme égale au poids du volume d'eau déplacé (volume correspondant au volume de la partie immergée de la maquette).
- Les masses du câble et de la poulie sont négligées. Le câble ne glisse pas sur la poulie, et les brins tendus seront considérés comme inextensibles dans le cadre d'une étude statique. Le câble est lié à la maquette en A_5 .
- On admettra que le brin tendu lié à la maquette exerce sur la poulie l'action mécanique suivante :

$$\{T_{5 \rightarrow 6}\} = \int_{J_6} \left\{ \begin{array}{l} F_{56} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Données :

- $\overrightarrow{I_6G_7} = -l_7 \cdot \vec{y}_0$
- $\overrightarrow{G_5A_5} = -a_5 \cdot \vec{x}_0 + b_5 \cdot \vec{y}_0 + c_5 \cdot \vec{z}_0$
- $\overrightarrow{A_5J_6} = l_6 \cdot \vec{y}_0$
- R_6 : rayon de la poulie (6)
- ρ : masse volumique de l'eau

Question 15 En appliquant le Principe Fondamental de la Statique à l'ensemble {6+7}, exprimer F_{56} en fonction de m_7 , g et des paramètres géométriques nécessaires. Préciser la ou les équations utilisées.

Question 16 Exprimer le torseur modélisant l'action de la poussée d'Archimède sur la maquette $\{T_{eau \rightarrow 5}\}$, au point G_5 , en fonction de L_5 , e_5 , h_i , ρ et g . En appliquant le Principe Fondamental de la Statique à (5), en déduire la hauteur de maquette immergée h_i en fonction de m_5 , m_7 , ρ , e_5 et L_5 .

Question 17 Montrer que ce dispositif permet à lui seul de satisfaire les exigences 3.2.1 et 3.2.2. L'emplacement du point d'ancrage du câble du contrepoids sur la maquette a-t-il une influence sur la hauteur immergée ?

3.4 Détermination du torseur des actions mécaniques de l'eau sur la maquette

L'objectif de cette étude est de trouver une relation entre les mesures des 6 capteurs dynamométriques et le torseur des actions mécaniques de l'eau sur la maquette (Figure 7 ou Annexe 8 et Figure 9), lorsque le bassin génère une houle.

Hypothèses :

- On considérera dans la partie 3.4 que la plateforme (3) est toujours à l'arrêt. Du fait de la géométrie du mécanisme, (4) est donc immobile par rapport à (3).
- On rappelle que les masses des barres (B_i) seront négligées dans cette étude.
- Le bassin génère maintenant une houle, donc $\lambda(t)$ varie au cours du temps. Conformément au paramétrage de la partie 3.1, on définit alors : $\overrightarrow{\Gamma_{G_5 \in 5/4}} = \gamma_5 \cdot \vec{y}_0$ avec $\gamma_5 = -\frac{d^2\lambda(t)}{dt^2}$
- La modélisation de $\{T_{eau \rightarrow 5}\}$ est maintenant définie par :

$$\{T_{eau \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} X_e & L_e \\ Y_e & M_e \\ Z_e & N_e \end{Bmatrix}_{b_0}$$

En considérant que les distances a_5 et c_5 sont très petites, une étude dynamique préliminaire a permis d'établir que l'action du câble sur la maquette s'écrit en G_5 : $\{T_{6 \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} m_7(g - \gamma_5) \cdot \vec{y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{G_5}$

Question 18 En tenant compte des hypothèses précédentes, déterminer le torseur $\{T_{4 \rightarrow 5}\}$ (exprimé au point L) des actions mécaniques transmises par la liaison glissière entre (4) sur (5) en fonction de X_e , Y_e , ..., N_e et des différents paramètres géométriques. **On exprimera le résultat dans b_0 .**

Question 19 Sachant que les coordonnées de $\{T_{4 \rightarrow 5}\}$ seront mesurées par les 6 capteurs dynamométriques de la balance, indiquer s'il est possible de mesurer Y_e avec ce dispositif. Justifier.

On note F_1, F_2, \dots, F_6 les **valeurs algébriques** mesurées par les 6 capteurs (c_1, c_2, \dots, c_6), telles que, pour une barre (**B_i**) de direction \vec{u}_i : $\{T_{B_i \rightarrow 4}\} = \begin{cases} F_i \cdot \vec{u}_i \\ \vec{0} \end{cases}_{M_i}$ avec le point M_i à choisir parmi les points A, B, C et D .

Question 20 Montrer que l'action mécanique de la barre (**B₁**) sur (**4**) est un glisseur et préciser son axe.

Question 21 Exprimer en fonction des F_i la forme des torseurs des actions mécaniques suivantes dans la base b_0 : $\{T_{B_1 \rightarrow 4}\}, \{T_{B_2 \rightarrow 4}\}, \{T_{B_3 \rightarrow 4}\}, \{T_{B_4 \rightarrow 4}\}, \{T_{B_5 \rightarrow 4}\}$ et $\{T_{B_6 \rightarrow 4}\}$.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on admettra pour la suite :

$$\{T_{5 \rightarrow 4}\} = \begin{pmatrix} X_e & L_e - \lambda(t) \cdot Z_e \\ 0 & M_e + e \cdot Z_e + f \cdot X_e \\ Z_e & N_e + \lambda(t) \cdot X_e \end{pmatrix}_{b_0}$$

Question 22 Déterminer les expressions de X_e, Z_e, L_e, M_e et N_e en fonction de F_1, F_2, \dots, F_6 et des diverses grandeurs géométriques.

Question 23 Au vu des expressions précédentes, quelle(s) grandeur(s) est-il nécessaire de connaître sur le système pour obtenir à tout instant une mesure de X_e, Z_e, L_e, M_e et N_e ? Proposer un dispositif permettant de connaître cette (ces) grandeur(s) en temps réel.

4 ETUDE DE L'EXIGENCE 2 : « GENERER UNE HOULE UNIDIRECTIONNELLE REGULIERE »

Objectif : Vérifier que le groupe hydraulique associé au vérin double effet est bien dimensionné.

4.1 Principe de génération de la houle

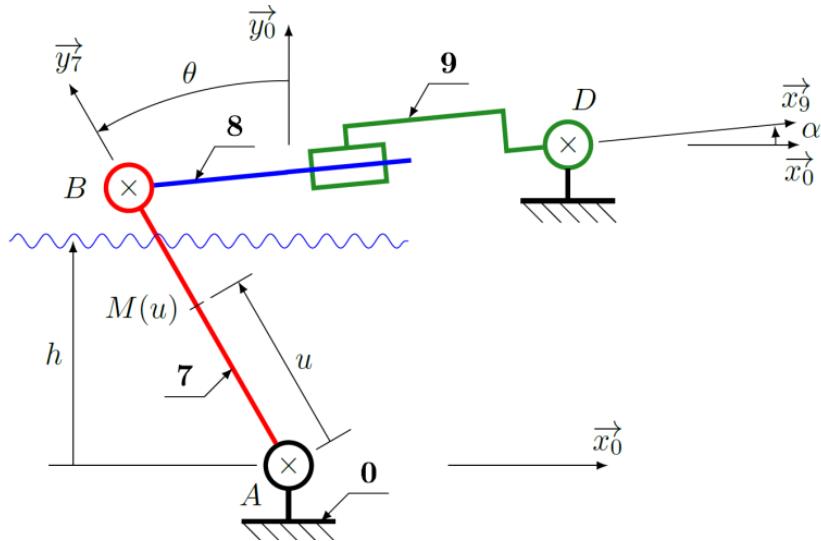
La houle est générée par un volet situé à l'une des extrémités du bassin. Ce volet est mis en mouvement par un vérin double effet alimenté par un groupe hydraulique. Dans cette partie, nous allons vérifier le bon dimensionnement du groupe hydraulique en appliquant la démarche suivante :

- détermination de l'expression de la puissance résistante (puissance galiléenne de l'action de l'eau sur le volet) dans une position quelconque, puis analyse de l'expression de cette puissance résistante afin de déterminer le cas de figure le plus défavorable ;
- analyse des capacités de génération de la houle par le volet étudié dans le bassin du LHEEA puis détermination des caractéristiques du mouvement du volet (dans le cas le plus défavorable) ;
- détermination des caractéristiques du vérin double effet et vérification du dimensionnement du groupe hydraulique.

4.2 Détermination de la puissance galiléenne de l'action de l'eau sur le volet

Modélisation :

La modélisation cinématique du système de génération de la houle est donnée Figure 10. La tige de vérin (8), mise en mouvement par rapport au corps du vérin (9) à partir de la puissance hydraulique fournie par le groupe hydraulique, va mettre en mouvement de rotation (alternatif) le volet (7) par rapport au bâti (0).



On donne :

$$\overrightarrow{AB} = b \cdot \overrightarrow{y_7}$$

$$\overrightarrow{BD} = \lambda(t) \cdot \overrightarrow{x_9}$$

$$\overrightarrow{AD} = d \cdot \overrightarrow{x_0} + b \cdot \overrightarrow{y_0}$$

$$\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_7}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_7})$$

$$\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_9}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_9})$$

Le plan $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ est un plan de symétrie pour le volet (7) de largeur $l = 5\text{ m}$ suivant $\overrightarrow{z_0}$.

Figure 10 : Schéma cinématique du batteur

Le volet (7) est partiellement immergé dans une hauteur d'eau notée h . Dans son mouvement, il va comprimer l'eau qui se trouve en aval et détendre celle du côté amont. Le côté comprimé, appelé côté aval, sera celui qui se trouve dans le sens de déplacement du volet. Pour la suite on définira la position d'un point M du volet (7) par : $\overrightarrow{AM} = u \cdot \overrightarrow{y_7}$

Hypothèses :

- L'eau étant présente de chaque côté du volet (7), les efforts dus à la pression hydrostatique se compensent.
- Le déplacement du volet (7) immergé induit une différence de pression hydrodynamique entre les 2 faces opposées à $\overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$.
- On définit par $\Delta p(M) = \frac{1}{2} \rho \cdot \|\overrightarrow{V_{M \in 7/0}}\|^2$ la différence de pression hydrodynamique en un point M du volet (7).
- On note $dP(M) = \overrightarrow{dF(M)} \cdot \overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$ la puissance galiléenne élémentaire de l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0).
- La masse volumique ρ de l'eau sera supposée constante.
- Pour les questions 24 à 27, on fera l'étude pour $\frac{d\theta(t)}{dt} > 0$.

Question 24 A l'aide d'une équation de fermeture géométrique, déterminer l'expression de l'allongement du vérin $\lambda(t)$ en fonction de l'angle du volet $\theta(t)$, de d et de b . Proposer une expression simplifiée par linéarisation de $\lambda(t)$ en considérant $\theta(t)$ au voisinage de 0 (on utilisera un développement limité à l'ordre 1).

Question 25 A partir de l'expression linéarisée obtenue à question précédente, en déduire $\frac{d\theta(t)}{dt}$ en fonction de $\frac{d\lambda(t)}{dt}$ et b .

Question 26 Donner l'expression littérale de $\overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$, vitesse du point M dans le mouvement de (7/0).

Donner l'expression littérale de $\overrightarrow{dF(M)}$, force élémentaire de l'action de l'eau sur une surface élémentaire ds au point M du volet (7). En déduire l'expression de $dP(M)$, puissance galiléenne élémentaire de l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) (les 3 expressions demandées seront écrites en fonction de $\frac{d\lambda(t)}{dt}$).

On continue à travailler avec $\theta(t)$ au voisinage 0.

Le mouvement de la tige du vérin sera pris sinusoïdal, c'est-à-dire $\lambda(t) = \lambda_0 \cdot \sin(\omega_B \cdot t) + d$

Question 27 Déterminer l'expression de la puissance galiléenne $P_{e \rightarrow 7/0}$ de l'action de l'eau sur la surface totale du volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) en fonction de ρ , l , b , h , λ_0 et ω_B . Donner l'expression de la puissance maximale.

5 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MOUVEMENT DU VOLET POUR GENERER LA HOULE LA PLUS ENERGIVORE

Capacités maximales de la houle générée :

La Figure 11 proposée ci-après montre le couple (Hauteur, Fréquence) de la houle qui peut être générée par le bassin de traction du LHEEA (géométrie du batteur en fonction de la géométrie du bassin).

La zone « foncée » correspond aux caractéristiques d'une houle impossible à générer.

La zone « claire » correspond aux caractéristiques d'une houle que l'on peut générer. La zone « claire » est encadrée par 3 courbes. Ces 3 courbes correspondent aux hauteurs maximales, à fréquence fixée, qu'on peut générer :

- Aux faibles fréquences, il faut un mouvement du batteur de grande amplitude (grand volume à déplacer), c'est donc le **débattement** maximal du volet, entre ses capteurs de fin de course, qui limite l'amplitude des vagues.
- Aux fortes fréquences, si on augmente l'amplitude de mouvement du volet, on finit par observer que les vagues déferlent (**déferlement**) et on ne peut générer des hauteurs plus grandes, même en augmentant encore l'amplitude de mouvement.
- Entre ces 2 régimes, pour ce volet à vérin hydraulique, c'est la **vitesse** maximale permise par le système hydraulique qui limite la hauteur de houle.

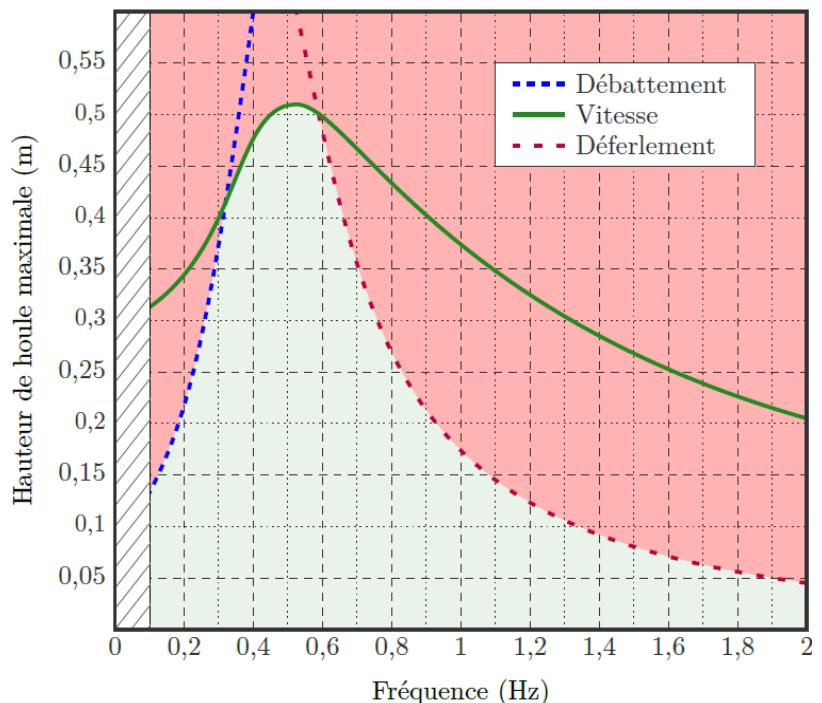


Figure 11 : Caractéristiques de la houle réalisable par le batteur du LHEEA.

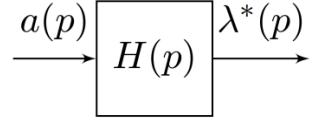
Chaque cellule du tableau, fourni dans le cahier réponses question 22, correspond au produit de $f_H \times a_0$ où a_0 représente la hauteur maximale de la houle et f_H représente la fréquence de la houle.

Question 28 Compléter le tableau du cahier réponses en barrant d'une croix toutes les cases dont le produit $f_H \times a_0$ de la houle est impossible à atteindre puis en entourant la valeur maximale du produit $f_H \times a_0$ pour une houle réalisable.

Fonction de transfert entre l'amplitude du volet $\lambda^*(p)$ et la hauteur de houle désirée $a(p)$:

A présent, on va travailler autour de la position médiane. On définit alors $\lambda^*(t) = \lambda(t) - d$.

Une étude théorique préalable a permis de montrer que les deux grandeurs $\lambda^*(t)$ et $a(t)$ sont reliées par une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Il est alors possible de définir une fonction de transfert $H(p)$ vérifiant : $\lambda^*(p) = H(p).a(p)$



La Figure 12 représente la courbe de gain du diagramme de Bode de la fonction de transfert $H(p)$.

La houle désirée (entrée de la fonction $H(p)$) est modélisée par une loi sinusoïdale de hauteur a_0 de la forme :

$$a(t) = a_0 \cdot \sin(\omega_H \cdot t) \quad \text{avec} \quad a_0 = 0,50 \text{ m} \quad \text{et} \quad \omega_H = 4 \text{ rad.s}^{-1} \quad (\text{cas de la houle la plus énergivore})$$

On se place en régime permanent.

Question 29 Compte tenu de la forme de l'entrée $a(t)$, donner la forme de l'expression de $\lambda^*(t)$. En utilisant le diagramme de Bode en gain Figure 12, déterminer la valeur numérique λ_0^* de l'amplitude de $\lambda^*(t)$ (on pourra utiliser la courbe de l'annexe 1).

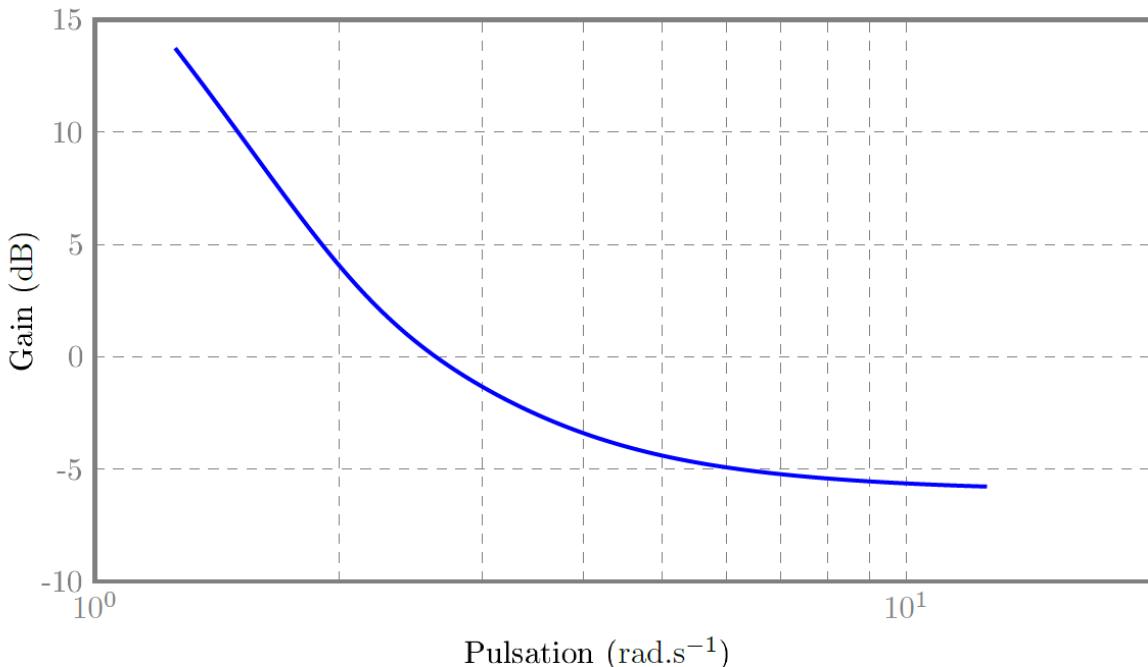


Figure 12 : Diagramme des gains (en décibel) de $H(p)$

5.1 Vérification du dimensionnement du vérin et du groupe hydraulique

L'objectif maintenant est de vérifier le dimensionnement du vérin et du groupe hydraulique.

On s'appuie sur le Diagramme de Définition de Blocs et le Diagramme de Bloc Interne en Annexe 9 ainsi que sur la modélisation cinématique déjà retenue sur la Figure 10.

Hypothèses :

- Les liaisons sont supposées parfaites.
- Les masses et inerties du volet (7), de la tige de vérin (8) et du corps du vérin (9) sont négligeables.
- Dans tout le circuit hydraulique, on suppose que le débit volumique se conserve.
- On considère que α et θ (Figure 10) restent au voisinage de 0.

Données :

On considérera que la puissance galiléenne maximale dissipée par l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) s'écrit : $P_{e \rightarrow 7/0} = -\frac{1}{2}\rho \cdot K \cdot V_V^3$

$$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3} \quad K = 1,5 \text{ m}^2 \quad V_V = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

Pour ces valeurs, on a : $|P_{e \rightarrow 7/0}| = 6 \text{ kW}$

La vitesse V_V correspond à la vitesse de déplacement maximale admissible de l'extrémité du volet :

$$\overrightarrow{V}_{B \in 7/0} = -V_V \cdot \vec{x}_0 \quad \text{dans la configuration } \alpha = 0 \text{ et } \theta = 0 \text{ avec } \frac{d\theta(t)}{dt} > 0$$

L'action de la tige vérin (8) sur le volet (7) sera modélisée par : $\{T_{8 \rightarrow 7}\}_B = \begin{cases} -F_V \cdot \vec{x}_0 \\ 0 \end{cases}$.

Le vérin double effet (Figure 13) possède un piston de diamètre D et une tige traversante de diamètre d .

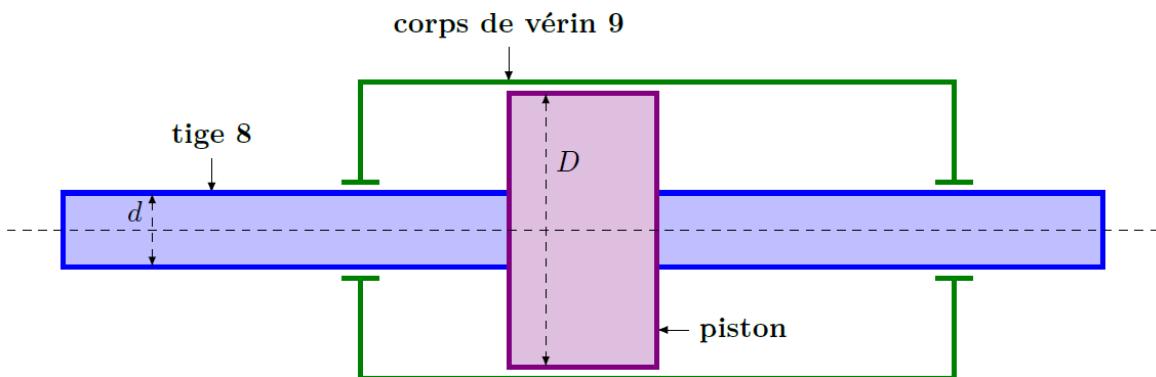


Figure 13 : Schéma de principe d'un vérin double effet avec tige traversante

La mise en mouvement du volet (7) est possible grâce aux composants suivants (Diagramme de Bloc Interne du groupe hydraulique en Annexe 9) :

- Un groupe hydraulique permet de fournir une puissance hydraulique à partir d'une puissance électrique P_{elec} . On considérera que le rendement de ce groupe hydraulique est $\eta_1 = 0,75$.

- Une servo valve associée à un distributeur hydraulique permet de réguler le débit et de distribuer la puissance hydraulique reçue. L'ensemble servo valve + distributeur aura un rendement $\eta_2 = 0,5$.
- Un vérin hydraulique permet enfin de convertir la puissance hydraulique reçue en puissance mécanique (on considérera une puissance mécanique de translation pour θ au voisinage de 0). Ce vérin aura un rendement $\eta_3 = 0,8$.

Question 30 Isoler le volet (7). Appliquer le Théorème de l'Energie Cinétique (ou Energie Puissance) pour déterminer l'expression littérale de F_V en fonction de ρ , K et V_V . Faire l'application numérique.

Le vérin hydraulique utilisé est dimensionné pour fonctionner jusqu'à une différence de pression ΔP_V maximale de 50 bar. On pourra utiliser la relation suivante entre le débit volumique Q , la vitesse de déplacement V_V et la surface utile du vérin S_V (surface sur laquelle agit la différence de pression ΔP_V) :

$$Q = S_V \cdot V_V$$

Question 31 Déterminer l'expression de la surface utile du vérin S_V en fonction des diamètres D et d . En raisonnant sur la puissance d'entrée et la puissance de sortie du vérin, déduire l'expression de la force F_V correspondante, puis en déduire la valeur numérique de la force F_V que l'on peut générer (prendre $S_V \approx 0,01 m^2$ pour l'application numérique). Conclure.

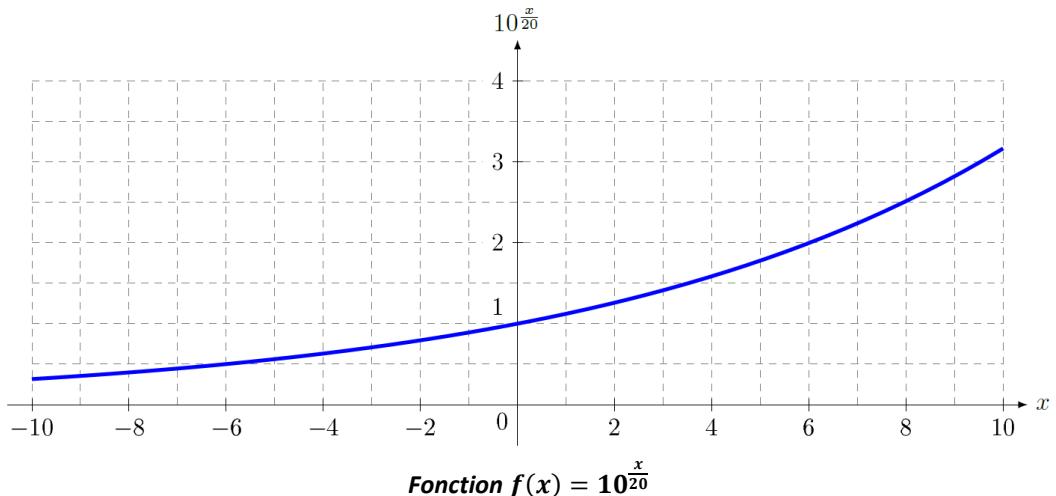
Afin de prendre en compte les conséquences des hypothèses simplificatrices de cette étude, on introduit un coefficient de sécurité $c = 4$ sur la puissance $P_{e \rightarrow 7/0}$ tel que $c = \frac{P_{réelle}}{P_{théorique}}$.

Question 32 A partir des diverses données techniques précédemment fournies, déterminer l'expression littérale de la puissance électrique réelle du groupe hydraulique $P_{elec_réelle}$ à fournir puis faire l'application numérique. Le concepteur ayant choisi un groupe hydraulique de puissance électrique maximale de 90kW, conclure quant à la capacité de ce groupe hydraulique à apporter suffisamment de puissance pour générer la houle la plus énergivore.

FIN DU SUJET

Annexes

ANNEXE 1 : AIDE AU CALCUL



ANNEXE 2 : ANALYSE FONCTIONNELLE

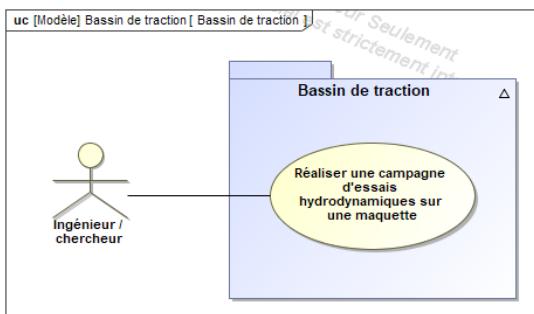


Diagramme de cas d'utilisation

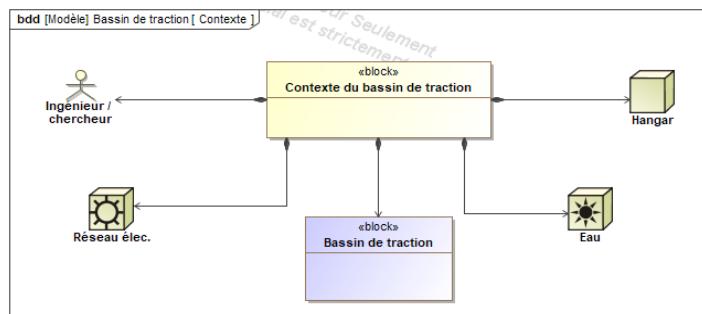
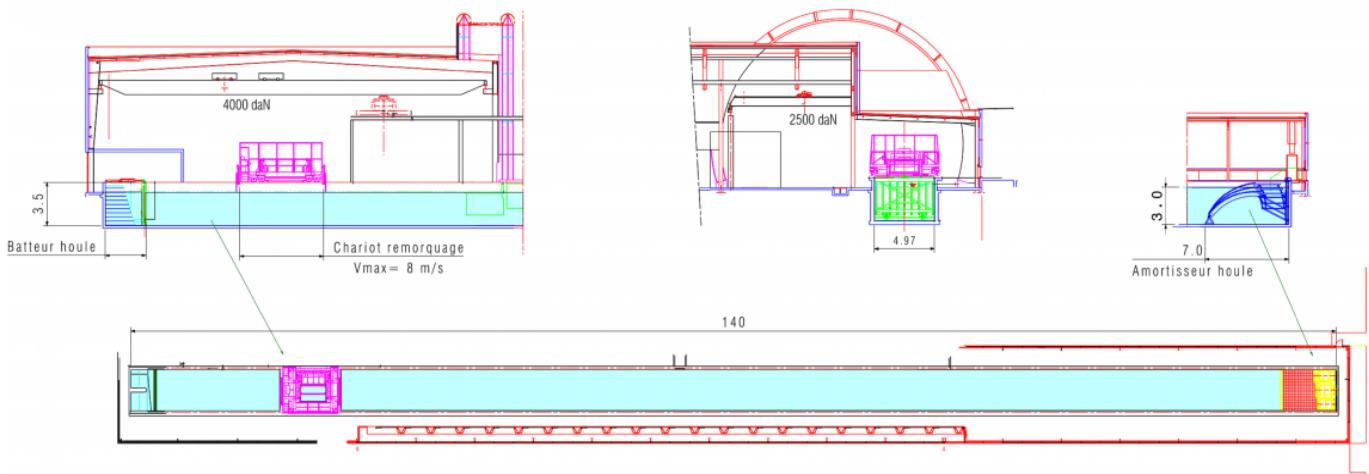


Diagramme de contexte

ANNEXE 3 : VUES DU BASSIN



Dimensions : 140 m de long x 5 m de largeur x 3 m de profondeur

ANNEXE 4 : EXTRAIT DU RECUEIL DES EXIGENCES

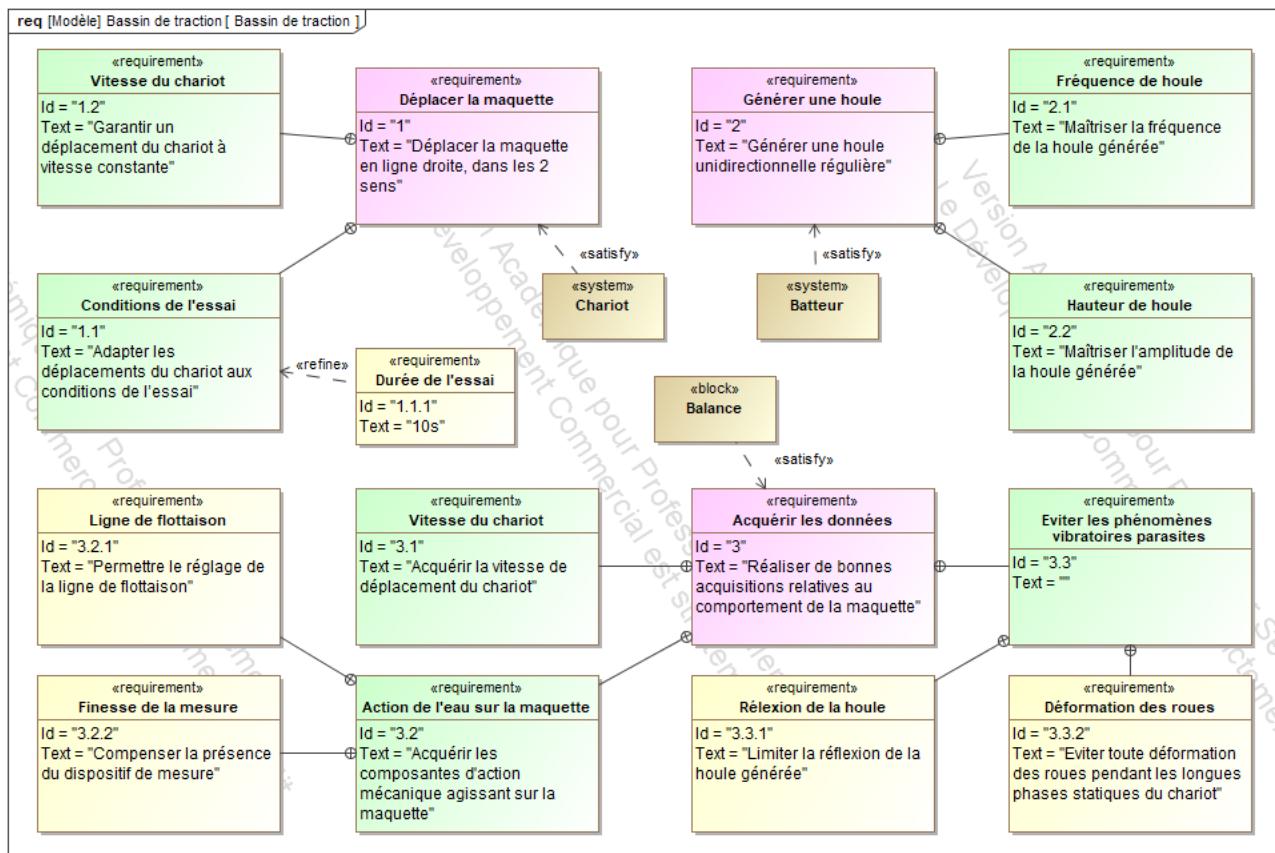


Diagramme des exigences (partiel)

Id	Exigences	Id	Exigences	Niveaux
1	Déplacer la maquette en ligne droite, dans les 2 sens			
1.1	Adapter les déplacements du chariot aux conditions de l'essai	1.1.1	Durée de l'essai	$t_{acq} \geq 10 s$
		1.1.2	Distance de freinage	$D_{FU} \leq 10 m$
		1.1.3	Glissement de la roue libre sur le rail	Nul
1.2	Garantir un déplacement du chariot à vitesse constante	1.2.1	Rapidité (Temps de réponse à 5%)	$T_{r5\%} \leq 3 s$
		1.2.2	Stabilité : Marge de gain Marge de phase	$M_G \geq 12 dB$ $M_\varphi \geq 45^\circ$
		1.2.3	Précision : Erreur statique pour une entrée : $v_c(t) = V_0 \cdot u(t)$ avec $V_0 = 8 m.s^{-1}$	$E_S = 0$
2	Générer une houle unidirectionnelle régulière			
3	Réaliser de bonnes acquisitions relatives au comportement de la maquette			
3.3	Eviter les phénomènes vibratoires parasites	3.3.2	Durée de manœuvre du dispositif de relevage	$T_V \leq 5 s$

Tableau des exigences (partiel)

ANNEXE 5 : ARCHITECTURE ORGANIQUE DU SYSTEME

Le bassin de traction est composé d'un bassin rempli d'eau, d'un batteur générant une houle, de deux rails sur lesquels un chariot est mis en mouvement pour générer une vitesse relative d'une maquette par rapport à l'eau.

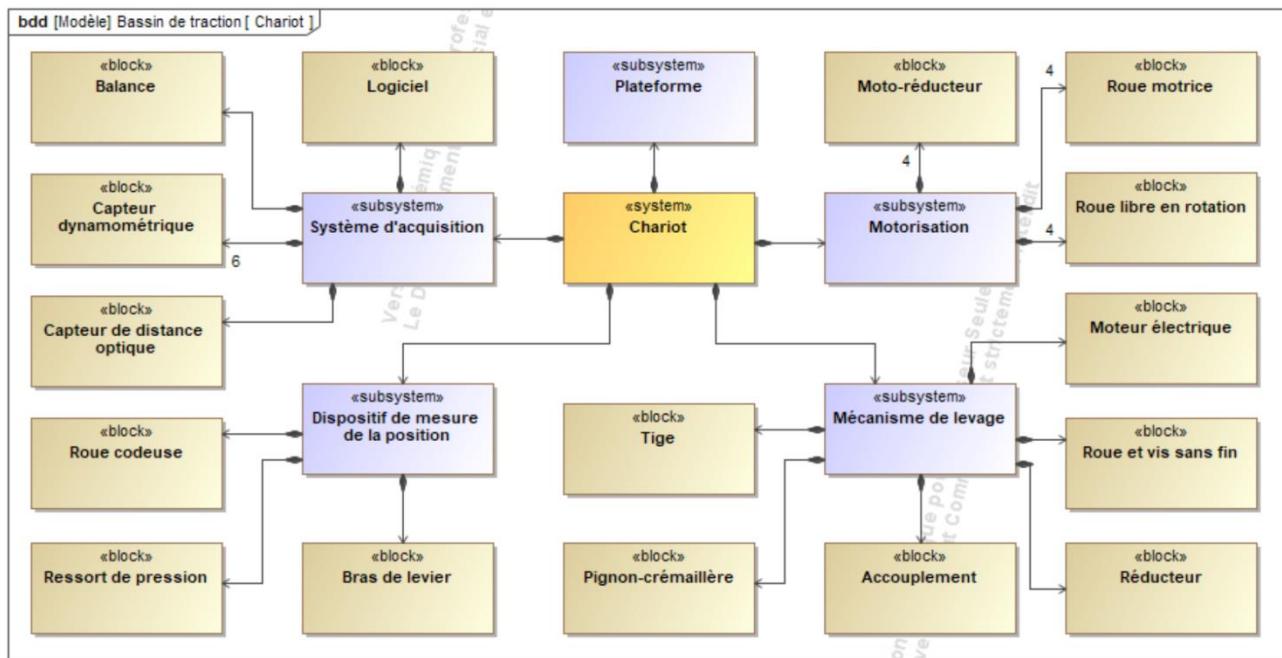
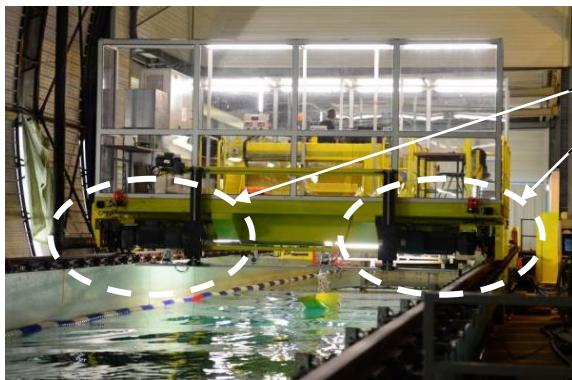


Diagramme de Définition de Blocs du Bassin de Traction

ANNEXE 6 : MODELISATION DU CHARIOT ET DE SON GUIDAGE



La plateforme se déplace sur deux rails (voir ci-contre). Le schéma ci-dessous représente l'architecture du guidage sur un seul rail. Le système est considéré symétrique.

Dans tout l'énoncé, on utilisera la base orthonormée directe $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ comme présentée dans la figure ci-dessous.

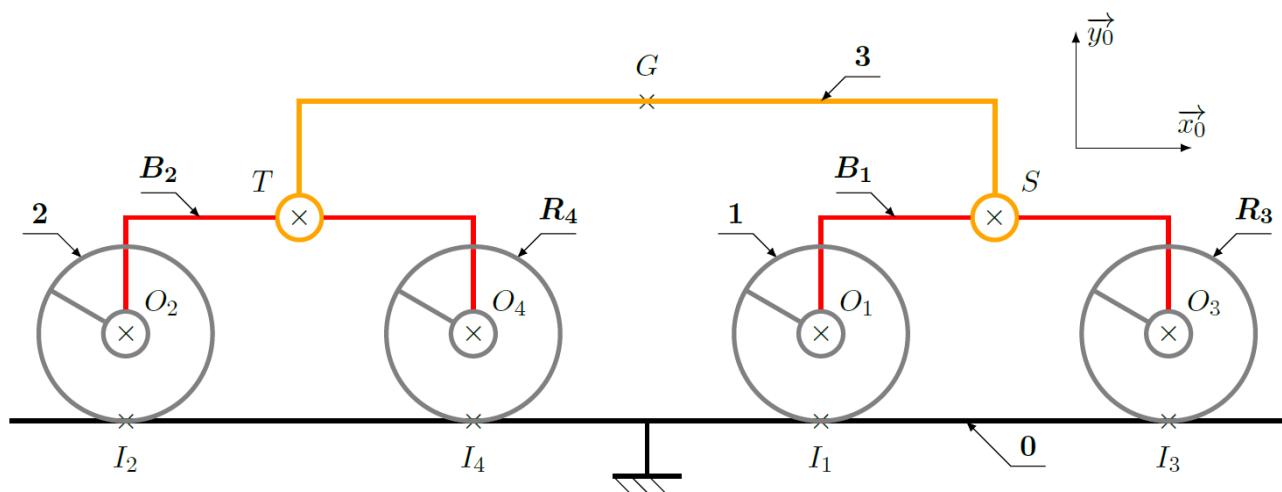


Schéma cinématique complet du chariot

ANNEXE 7 : ARCHITECTURE DU MECANISME DE LEVAGE :

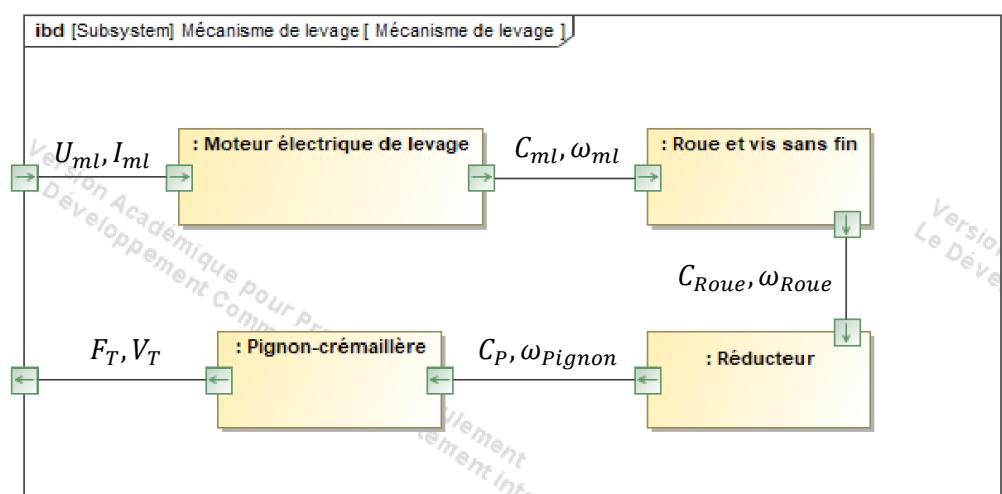
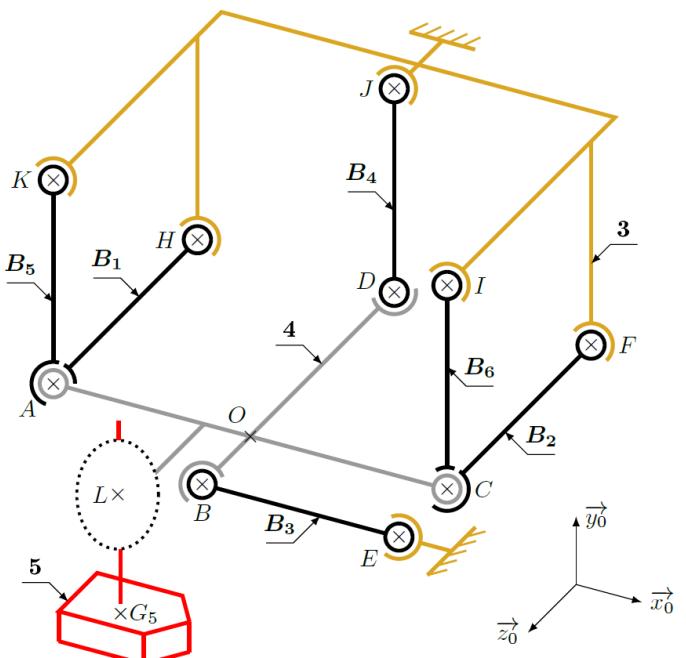


Diagramme de Bloc Interne du mécanisme de levage

ANNEXE 8 : DISPOSITIF DE MESURE - PHOTOS ET MODÈLE RETENU



Vue du dispositif réel



Modèle retenu

$OA = OC = OD = a$	$\overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t) \cdot \vec{y}_0$
$OB = d$	Toutes les barres (B_i) ont la même longueur a . On considérera leur masse négligeable.
$\overrightarrow{OL} = -e \cdot \vec{x}_0 + f \cdot \vec{z}_0$	m_4 est la masse du solide (4), de centre d'inertie O .

Rappel des données et hypothèses



Guidage vertical du mât



Dispositif de contrepoids



Maquette de bateau

ANNEXE 9 : ARCHITECTURE DU BATTEUR :

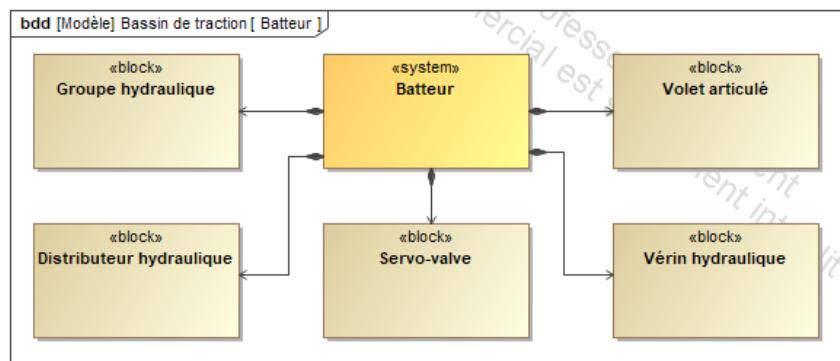


Diagramme de Définition de Blocs du batteur

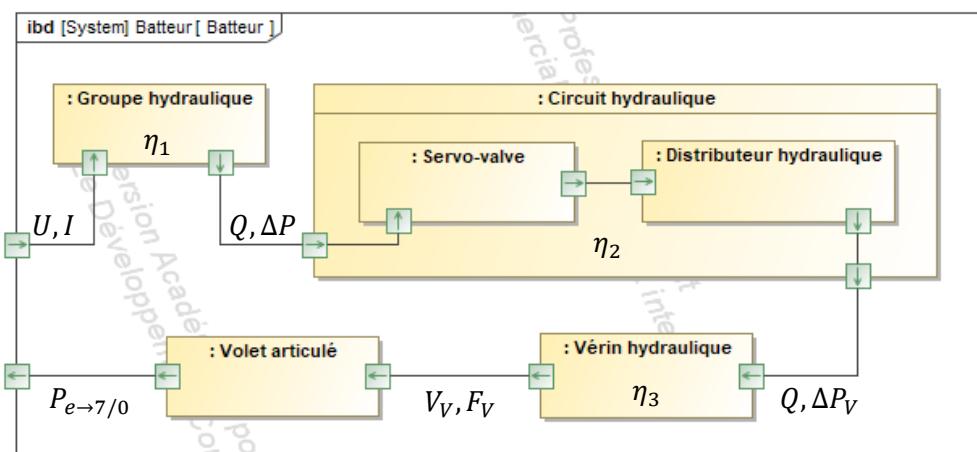


Diagramme de Bloc Interne du batteur

FIN DES ANNEXES