Révisions !

Consignes :

- Rédiger vos réponses, en bleu ou en noir, directement sur le document. Vos schémas pourront être coloriés avec d'autres couleurs.
- Chaque question - ou sous-question - est associée à un point. La correction sera binaire : si la réponse est intégralement bonne, vous aurez un point et zéro sinon.
- Vous corrigerez la copie de l'un de vos camarade ensuite. Si la copie est correctement corrigée (l'élève corrigé ne porte pas de réclamation justifiée), vous gagnez un bonus sur la note finale. Si elle est volontairement mal corrigée, vous aurez un malus. Vous cocherez les ◯ avec un symbole ✓ si la réponse est bonne et avec une croix sinon.
- Pour ce premier test, vous avez le droit de "tricher" (uniquement avec vos anti-sèches préparées en amont).

Question 1 - ◯

Le torseur dynamique du solide S, de centre d'inertie G et de masse m, par rapport au référentiel galiléen R s'écrit (compléter) :

$$\{\mathscr{D}_{S/R}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{Rd}_{S/R} = m \cdot \vec{a}_{G \in S/R} \\ \vec{\delta}_{A,S/R} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{A,S/R}\right)_R + m \cdot \vec{V}_{A/R} \wedge \vec{V}_{G \in S/R} \end{array} \right\}_A$$

avec $\vec{a}_{G \in S/R}$: le vecteur accélération en G de S par rapport à R et tel que : $\vec{a}_{G \in S/R} = \frac{d}{dt}\left(\vec{V}_{G \in S/R}\right)_R$

Question 2 - ◯

On peut aussi montrer que, pour un solide S de centre d'inertie G dans un référentiel R, le torseur **cinétique** s'écrit, en un point A quelconque :

$$\{\mathscr{C}_{S/R}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_{S/R} = m \cdot \vec{V}_{G \in S/R} \\ \vec{\sigma}_{A,S/R} = I(A,S) \cdot \vec{\Omega}_{S/R} + m \cdot \overrightarrow{AG} \wedge \vec{V}_{A \in S/R} \end{array} \right\}_A$$

Avec $I(A,S)$, la matrice d'inertie du solide S au point A. Elle contiendra notamment les moments d'inertie du solide.

Question 3 - ◯

Pour un ensemble de solides Σ composé des solides S_1, S_2, S_3... on calculera les torseurs cinétique et dynamique de la manière suivante :

$$\{\mathscr{C}_{\Sigma/R}\} = \{\mathcal{C}_{S_1/R}\} + \{\mathcal{C}_{S_2/R}\} + \dots$$
$$\{\mathscr{D}_{\Sigma/R}\} = \{\mathcal{D}_{S_1/R}\} + \{\mathcal{D}_{S_2/R}\} + \dots$$

Question 4 - ◯

Et bien entendu, une propriété des torseurs permet d'écrire :

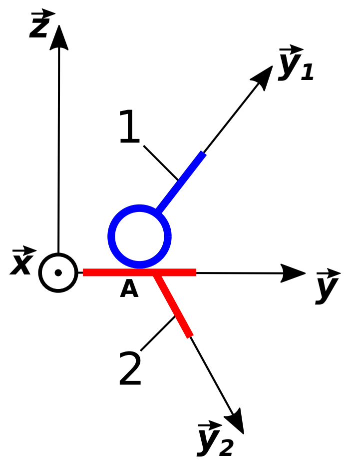
$$\overrightarrow{\delta_{B,S/R}} = \overrightarrow{\delta_{A,S/R}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R_{d\,S/R}}$$

Et de même :

$$\overrightarrow{\sigma_{B,S/R}} = \overrightarrow{\sigma_{A,S/R}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{P_{S/R}}$$

Question 5

On suppose deux pièces notées 1 et 2 en liaison sphère-plan en A et de normale $\overrightarrow{z}$. On suppose ce contact unilatéral (le sens de l'unilatéralité sera déduit du schéma) et avec frottement de type Coulomb (on notera f le coefficient de frottement). On considère que le problème reste dans le plan du schéma.



◯ - Écrire le torseur de l'action mécanique de 1 sur 2.

$$\{1 \rightarrow 2\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1\rightarrow 2}} = Z_{12} \cdot \overrightarrow{z} + Y_{12} \cdot \overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{M_{A,1\rightarrow 2}} = \overrightarrow{0} \end{array} \right._A$$

◯ - Écrire la contrainte d'unilatéralité (en fonction de la ou des composante(s) du torseur précédent).

Il faut que $Z_{12} < 0$.

◯ - Écrire la condition pour qu'il n'y ait pas de glissement entre les solides 1 et 2 (en fonction de la ou des composante(s) du torseur précédent).

Il faut que : $|Y_{12}| < f \cdot |Z_{12}|$.

◯ - À la limite du glissement, donner la relation sur les composantes du torseur (en fonction de la ou des composante(s) du torseur précédent).

À la limite : $|Y_{12}| = f \cdot |Z_{12}|$.

◯ - Lorsque le glissement est établi, donner la relation sur les composantes du torseur (en fonction de la ou des composante(s) du torseur précédent).

S'il y a glissement : $|Y_{12}| = f \cdot |Z_{12}|$.

Question 6 - ◯

Soit un système asservi - sans perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO} et la FTBF est H_{BF}. Le système sera précis vis-à-vis d'une entrée en échelon si la ..classe.. de ...H_{BO} est ...supérieure....ou...égale à 1.

Question 7

◯ - Soit un système asservi - sans perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe $\alpha_{BO} = 1$, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe $\alpha_{BF} = 0$. L'erreur vis-à-vis d'une entrée en échelon d'amplitude E_0 sera égale à ....0.......... .

◯ - On aura donc forcément un gain K_{BF} égal à ..1.. .

Question 8

◯ - Soit un système asservi - sans perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe $\alpha_{BO} = 0$, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe $\alpha_{BF} = 0$. L'erreur vis-à-vis d'une entrée en échelon d'amplitude E_0 sera égale à $\frac{E_0}{1+K_{BO}}$.. .

◯ - On aura donc forcément un gain K_{BF} ..$\neq$....1..... .

Question 9 - ◯

Soit un système asservi - sans perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe α_{BO}, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe α_{BF}.

L'erreur vis-à-vis d'une entrée en rampe de pente a_0 sera :

- égale à ..$+\infty$... si $\alpha_{BO} =$ ...0...;
- égale à ...$\frac{a_0}{K_{BO}}$... si $\alpha_{BO} = 1$;
- égale à 0 si .....$\alpha_{BO} \geq 2$.

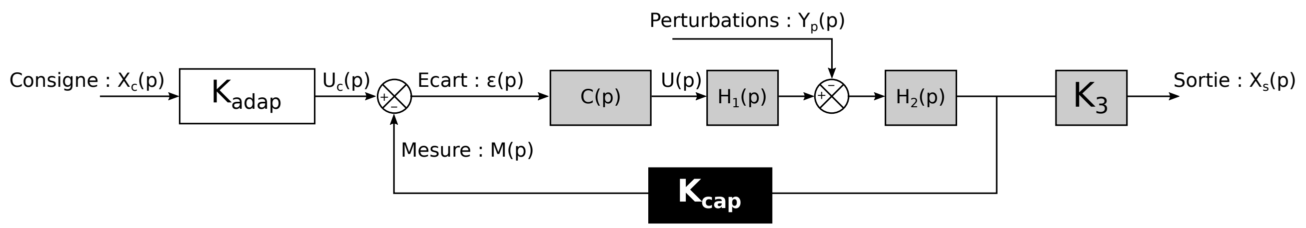
Question 10 - ◯

Soit un système asservi - avec perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe α_{BO}, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe α_{BF}.

Le système asservi sera insensible à une perturbation en échelon s'il y a .au moins...une....intégrat°...en.. . amont de la perturbat°.

Question 11 - ◯

Soit le système asservi suivant :

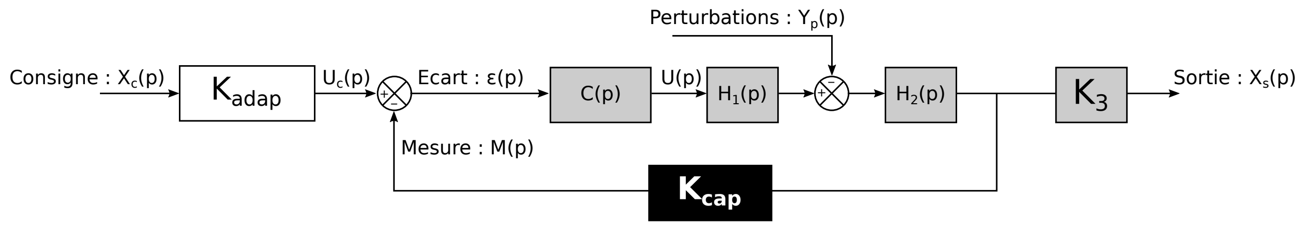


Il faut $\varepsilon(p) = 0$ si $X_s(p) = X_c(p)$ or $\varepsilon(p) = K_{adap} \cdot X_c(p) - \frac{K_{cap}}{K_3} \cdot X_s(p)$

Pour que le système asservi fonctionne correctement, il faut que le gain de l'adaptateur soit égal à $\frac{K_{cap}}{K_3}$.

Question 12

Soit le système asservi suivant :



En tenant compte de la question 11 , déterminer les fonctions de transfert :

$$\bigcirc \text{ - } H_1(p) = \left.\frac{X_s(p)}{X_c(p)}\right|_{Y_p(p)=0} \quad \text{et} \quad \bigcirc \text{ - } H_2(p) = \left.\frac{X_s(p)}{Y_p(p)}\right|_{X_c(p)=0}$$

$$H_1'(p) = \frac{K_{cap}}{\cancel{K_3}} \cdot \frac{C(p)\cdot H_1(p)\cdot H_2(p)}{1 + C(p)\cdot H_1(p)\cdot H_2(p)\cdot K_{cap}} \cdot \cancel{K_3}$$

$$H_2'(p) = -\frac{K_3}{\cancel{K_{cap}}\cdot \cancel{C(p)}\cdot \cancel{H_1(p)}} \cdot \frac{\cancel{K_{cap}}\cdot \cancel{C(p)}\cdot \cancel{H_1(p)}\cdot H_2(p)}{1 + C(p)\cdot H_1(p)\cdot H_2(p)\cdot K_{cap}}$$

◯ - Exprimer alors l'erreur en régime permanent puis faire apparaitre l'erreur en poursuite (liée à l'entrée consigne) et celle en régulation (liée à la perturbation).

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t\to+\infty} x_c(t) - x_s(t) = \lim_{p\to 0^+} p\cdot\left(X_c(p) - X_s(p)\right)$$

$$= \underbrace{\lim_{p\to 0^+} p\cdot\left(1 - H_1'(p)\right)\cdot X_c(p)}_{\varepsilon_{poursuite}} - \underbrace{\lim_{p\to 0^+} p\cdot H_2'(p)\cdot Y_p(p)}_{\varepsilon_{régulat^\circ}}$$

Question 13 - ◯

Soit un système asservi - avec perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe α_{BO}, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe α_{BF}.

Le système asservi sera stable si (donner le(s) critère(s) sur H_{BF}) :

les pôles de H_{BF} sont à partie réelle strictement négative.

Question 14 -

Soit un système asservi - avec perturbation - dont la FTBO est notée H_{BO}, de gain K_{BO} et de classe α_{BO}, et la FTBF est H_{BF}, de gain K_{BF} et de classe α_{BF}.

Le système asservi sera stable si (donner le(s) critère(s) sur H_{BO}) :

Les marges de gain et de phase sont strictement positives

donc $\arg(H_{BO}(j\cdot\omega)) > -180°$ lorsque $|H_{BO}(j\cdot\omega)| = 1$; et $|H_{BO}(j\cdot\omega)| < 1$ lorsque $\arg(H_{BO}(j\cdot\omega)) = -180°$.

Question 15 -

Soit un système asservi - avec perturbation - dont la FTBO est notée $H_{BO}(p) = \dfrac{K_O}{1 + \dfrac{2\xi_O}{\omega_O}p + \dfrac{1}{\omega_O^2}p^2}$, et la FTBF est $H_{BF}(p) = \dfrac{K_F}{1 + \dfrac{2\xi_F}{\omega_F}p + \dfrac{1}{\omega_F^2}p^2}$.

Le système asservi sera stable si :

$\xi_F \cdot \omega_F > 0$ (ts les coeff^t du dénominateur de H_{BF} sont de même signe).

Question 16 -

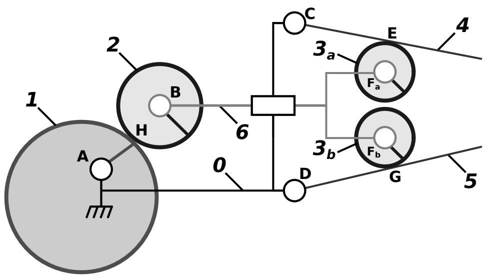
Soit un système de fonction de transfert $H(p)$, de gain K, de classe nulle et possédant trois pôles p_1, p_2 et p_3.

On pourra donc écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{K}{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)\cdot\left(1 - \frac{p}{p_2}\right)\cdot\left(1 - \frac{p}{p_3}\right)}$$

Question 17 -

On considère le mécanisme suivant :



À partir du schéma et en supposant que tous les contacts extérieurs des roues se font sans glisser, donner **toutes** les conditions de roulement sans glissement.

$\vec{V}_{H\in 2/1} = \vec{0}$; $\vec{V}_{E\in 4/3a} = \vec{0}$ et $\vec{V}_{G\in 5/3b} = \vec{0}$.

Question 18 - ◯

Soit un système de fonction de transfert $H(p)$, de gain K, de classe nulle et possédant trois pôles réels p_1, p_2 et p_3 associés respectivement aux constantes de temps τ_1, τ_2 et τ_3.

Si l'on a $\tau_3 \gg \tau_2 > \tau_1 > 0$, on pourra donc écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme simplifiée :

$$H(p) \simeq \frac{K}{1 + \tau_3 \cdot p}$$

Question 19 - ◯

Nom de la liaison : ...PiVOT...............

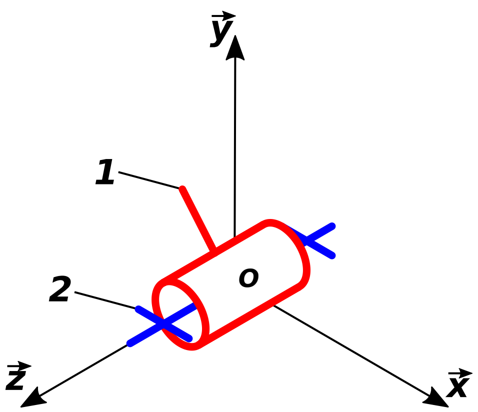
Caractéristique(s) : D'axe.....$(O, \vec{z})$..

Torseur des actions mécaniques transmissibles : $\{0 \to 1\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \to 1} = X_{01} \cdot \vec{x} + Y_{01} \cdot \vec{y} + Z_{01} \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{P, 0 \to 1} = L_{01} \cdot \vec{x} + M_{01} \cdot \vec{y} \end{array} \right._P$

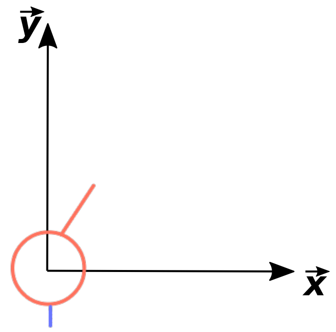
Torseur valable si P $\in (O, \vec{z})$..........

Représentation (en couleur, **en respectant le même code couleur pour tous les schémas**, et en respectant les directions !) :

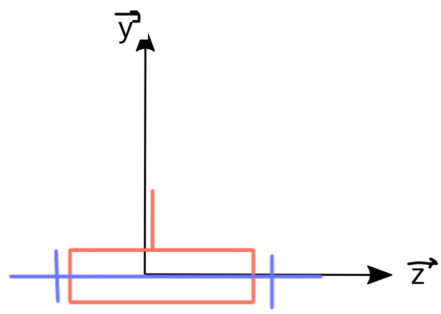
Représentation en 3D



Représentation en 2D - vue de face



Représentation en 2D - vue de côté



Question 20 - ◯

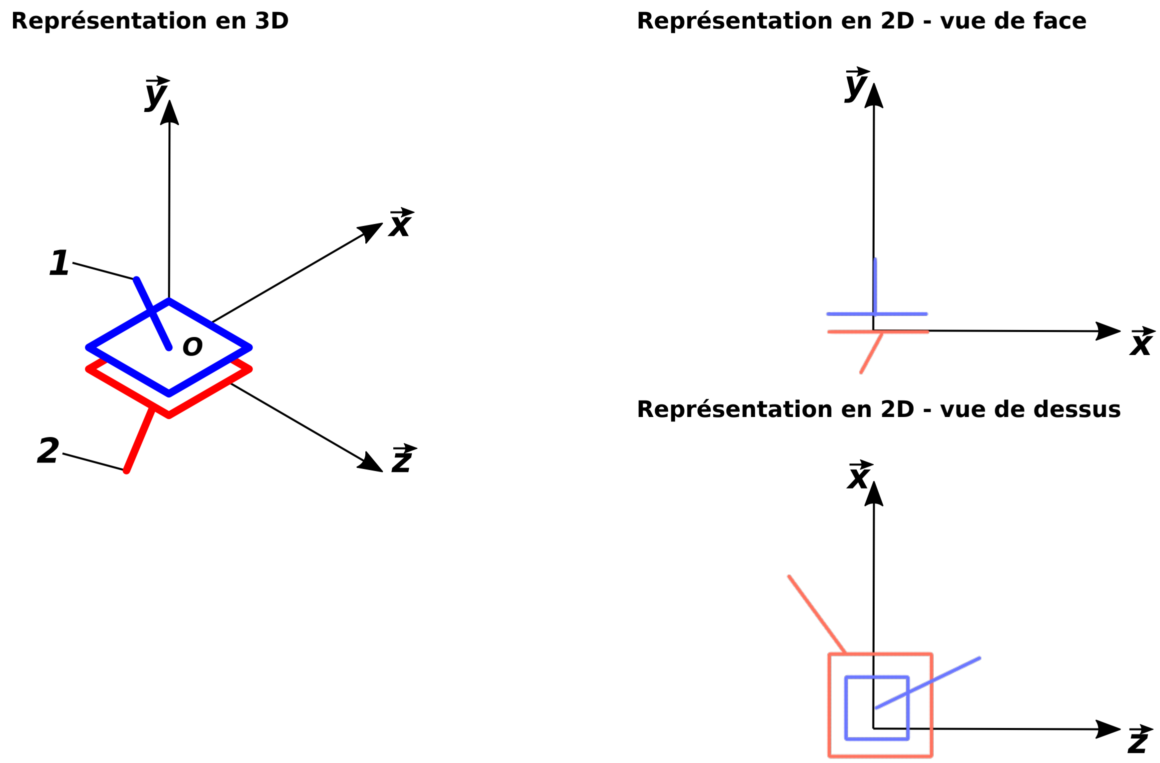
Nom de la liaison : .APPUi - PLAN.....

Caractéristique(s) : De normale $\vec{y}$

Torseur des actions mécaniques transmissibles : $\{0 \to 1\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \to 1} = Y_{01} \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{P, 0 \to 1} = L_{01} \cdot \vec{x} + N_{01} \cdot \vec{z} \end{array} \right._P$

Torseur valable ~~si P~~ ....$\forall P$................

Représentation (en couleur, **en respectant le même code couleur pour tous les schémas**, et en respectant les directions !) :



Question 21 - ◯

Soit un système de fonction de transfert $H(p)$, de gain K, de classe nulle et possédant trois pôles p_1, p_2 et p_3 où :

- p_1 est un pôle réel ; → strictement négatif.
- p_2 est un pôle complexe tel que $p_2 = -a + j.b$ où a est un réel strictement positif et b est un réel ;
- p_3 est un pôle complexe tel que $p_3 = -a - j.b$.

Si l'on a $a \ll |p_1|$, on pourra donc écrire la fonction de transfert $H(p)$ sous la forme simplifiée :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} = \frac{K}{\left(1 - \frac{p}{-a+j.b}\right)\left(1 - \frac{p}{-a-j.b}\right)}$$

$$\text{dénom}(p) = 1 - \left[\frac{1}{-a+j.b} + \frac{1}{-a-j.b}\right] \cdot p + \frac{1}{a^2+b^2} \cdot p^2$$

$$= 1 + \frac{2.a}{a^2+b^2} \cdot p + \frac{1}{a^2+b^2} \cdot p^2$$

Avec $\xi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Et $\omega_0 = \sqrt{a^2+b^2}$

$$\xi = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \cdot \frac{\cancel{2}.a}{a^2+b^2}$$

Question 22 - ◯

Nom de la liaison : LINÉAIRE RECTILIGNE

Autre nom : Cylindre - Plan

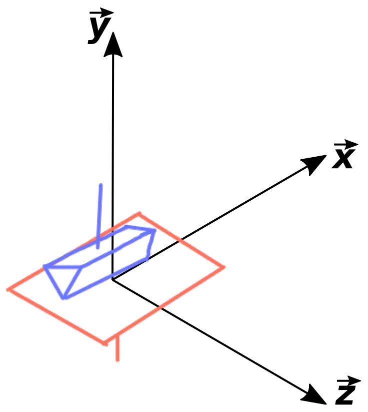
Caractéristique(s) : d'axe $(O, \vec{x})$ et de normale $\vec{y}$

Torseur des actions mécaniques transmissibles : $\{0 \to 1\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0\to1} = Y_{01}.\vec{y} \\ \vec{M}_{P,0\to1} = L_{01}.\vec{x} \end{array} \right\}_P$

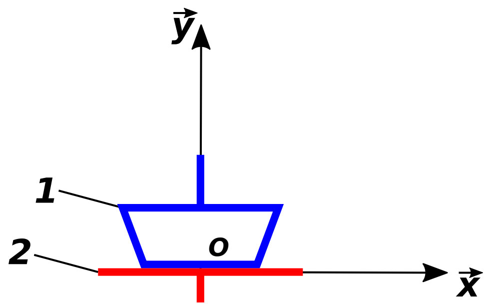
Torseur valable si $P \in (O, \vec{x})$

Représentation (en couleur, **en respectant le même code couleur pour tous les schémas**, et en respectant les directions !) :

Représentation en 3D



Représentation en 2D - vue de face



Représentation en 2D - vue de ~~dessus~~ côté