

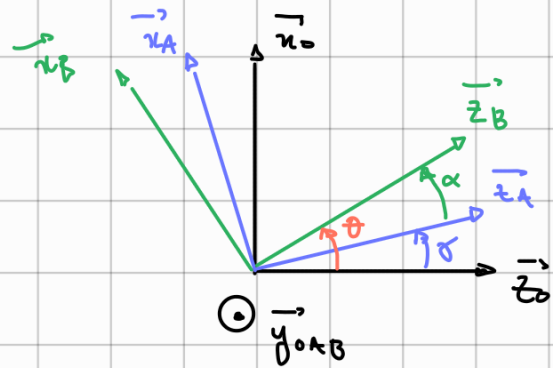
Pilote Automatique

Q1 J'isole l'avion soumis aux actions mécaniques extérieures:

- poids $\rightarrow$ avion
- propulsion $\rightarrow$ avion
- portance $\rightarrow$ avion
- traînée $\rightarrow$ avion
- portance gouvernée $\rightarrow$ avion
- perturbations $\rightarrow$ avion

Le Principe fondamental de la Statique donne :

$$\vec{P} + \vec{F}_n + \vec{F}_p + \vec{F}_T + \vec{F}_B + \vec{F}_V = \vec{0}$$



En projection sur $\vec{x}_A$:

$$-m \cdot g \cdot \sin \gamma + F_n \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{x0} + C_x \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 = 0$$

Et sur $\vec{z}_A$:

$$m \cdot g \cdot \cos \gamma - F_n \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{z0} + C_z \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{p0} + C_p \cdot (\alpha + \beta)) \cdot S \cdot V^2 + F_v = 0$$

Et ici : $\beta = \delta = 0^\circ$

$$F_v = 0$$

$$V_z = 0 \text{ et } V = V_x = V_0$$

On a donc :

$$F_M = \frac{1}{2 \cdot \cos \alpha} \cdot \ell \cdot (C_{x0} + C_{x \cdot \alpha}) \cdot S \cdot V^2$$

Et en substituant dans la 2^{ème} équation:

$$m \cdot g - \frac{\tan \alpha}{2} \cdot \ell \cdot (C_{x0} + C_{x \cdot \alpha}) \cdot S \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot S \cdot V^2 \cdot (C_{z0} + C_{z \cdot \alpha} + C_{p0} + C_{p \cdot \alpha}) = 0$$

Où encore:

$$m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot S \cdot V^2 \cdot [\tan \alpha \cdot C_{x0} + C_{z0} + C_{p0} + (\tan \alpha \cdot C_x + C_z + C_p) \cdot \alpha]$$

Q2 J'isole à nouveau l'avion mais j'écris cette fois-ci le th. des moments en G et en projection sur $\vec{y}_0$. On a:

$$\bullet \vec{M}_{G, \text{poids} \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 = 0$$

$$\bullet \vec{M}_{G, F_N \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 = \cancel{\vec{M}_{N, F_N \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0} + \left[\underbrace{\vec{GA}}_{\vec{x}_A \cdot \vec{x}_B} \wedge (F_N \cdot \vec{x}_B) \right] \cdot \vec{y}_0 = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{G, F_p \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 &= \cancel{\vec{M}_{A, F_p \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0} + \left[\underbrace{\vec{GA}}_{-\vec{x}_A \cdot \vec{x}_B} \wedge (F_p \cdot \vec{x}_A) \right] \cdot \vec{y}_0 \\ &= x_A \cdot F_p \cdot \cos \alpha \\ &= -\frac{1}{2} \cdot x_A \cdot \ell \cdot (C_{z0} + C_{z \cdot \alpha}) \cdot S \cdot V^2 \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$


 $(\vec{x}_B \wedge \vec{z}_A) \cdot \vec{y}_0 = \sin(-\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\cos \alpha$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{G, F_T \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 &= + x_A \cdot F_T \cdot \sin \alpha \\ &= -\frac{1}{2} \cdot x_A \cdot \ell \cdot (C_{x0} + C_{x \cdot \alpha}) \cdot S \cdot V^2 \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_{G, F_B \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 &= \vec{M}_{B, F_B \rightarrow \text{avion}} \cdot \vec{y}_0 + (\vec{GB} \wedge (F_B \cdot \vec{z}_A)) \cdot \vec{y}_0 \\
 &\quad - x_B \cdot x_B - h_B \cdot z_0 \\
 &= x_B \cdot F_B \cdot \cos \alpha + h_B \cdot F_B \cdot \sin \alpha \\
 &= -\frac{1}{2} \cdot x_B \cdot l \cdot (C_{p0} + C_p \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 \cdot \cos \alpha \\
 &\quad - \frac{1}{2} \cdot h_B \cdot l \cdot (C_{p0} + C_p \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 \cdot \sin \alpha
 \end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned}
 x_A \cdot (C_{z0} + C_z \cdot \alpha) \cdot \cos \alpha + x_A \cdot (C_{x0} + C_x \cdot \alpha) \cdot \sin \alpha / \cos \alpha \\
 + x_B \cdot (C_{p0} + C_p \cdot \alpha) \cdot \cos \alpha \\
 + h_B \cdot (C_{p0} + C_p \cdot \alpha) \cdot \sin \alpha = 0
 \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
 x_A \cdot C_{z0} + x_A \cdot C_z \cdot \alpha + x_A \cdot C_{x0} \cdot \tan \alpha \\
 + x_A \cdot C_x \cdot \tan \alpha \cdot \alpha \\
 + x_B \cdot C_{p0} \\
 + x_B \cdot C_p \cdot \alpha \\
 + h_B \cdot C_{p0} \cdot \tan \alpha \\
 + h_B \cdot C_p \cdot \tan \alpha \cdot \alpha = 0
 \end{aligned}$$

Ainsi :

$$= l_1$$

$$1 + \frac{x_A \cdot C_{x0} + h_B \cdot C_{p0}}{x_A \cdot C_{z0} + x_B \cdot C_{p0}} \cdot \tan \alpha$$

$$+ \left[\frac{x_A \cdot C_z + x_B \cdot C_p}{x_A \cdot C_{z0} + x_B \cdot C_{p0}} + \frac{x_A \cdot C_x + h_B \cdot C_p}{x_A \cdot C_{z0} + x_B \cdot C_{p0}} \cdot \tan \alpha \right] \cdot \alpha = 0$$

$= l_2 \qquad \qquad \qquad = l_3$

Q3 On a d'abord :

$$V = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot (\tan \alpha \cdot C_{x0} + C_{z0} + C_{p0} + (\tan \alpha \cdot C_{x1} + C_{z1} + C_p) \cdot \alpha)}}$$

Donc : $V_0 \approx 59,7 \text{ m/s} \approx 215 \text{ km/h}$

Et : $F_M = \frac{1}{2 \cdot \cos \alpha} \cdot \rho \cdot (C_{x0} + C_{x1} \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2$

Donc : $F_{M0} \approx 796 \text{ N}$

L' avion a besoin d'une puissance :

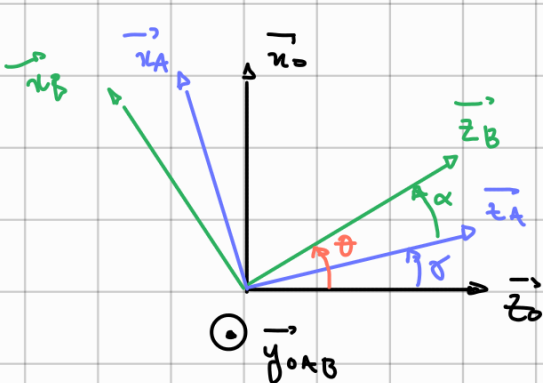
• $P = V_0 \cdot F_{M0} \approx 47,5 \text{ kW} < 72 \text{ kW}$: Sans perte, la puissance de la motorisation est suffisante

• $V_0 \in [164 \text{ km/h} ; 290 \text{ km/h}]$: la vitesse V_0 est compatible avec la gamme de l' avion.

Le point (V_0, F_{M0}) est donc atteignable.

Q4 $\vec{\Gamma}_{G, \text{ avion } / R_0} = \dot{V}_x \cdot \vec{x}_0 - \dot{V}_z \cdot \vec{z}_0$

$$= \Delta \dot{V}_x \cdot \vec{x}_0 - \Delta \dot{V}_z \cdot \vec{z}_0$$



$$= \Delta \dot{V}_x \cdot \cos \Delta \gamma \cdot \vec{x}_A + \Delta \dot{V}_x \cdot \sin \Delta \gamma \cdot \vec{z}_A - \Delta \dot{V}_z \cdot \cos \Delta \gamma \cdot \vec{z}_A + \Delta \dot{V}_z \cdot \sin \Delta \gamma \cdot \vec{x}_A$$

On a donc:

$$\vec{T}_{G, \text{avion}/R_0} \simeq (\Delta \dot{V}_x + \Delta \dot{V}_z \cdot \Delta \delta) \cdot \vec{x}_A + (\Delta \dot{V}_x \cdot \Delta \delta - \Delta \dot{V}_z) \cdot \vec{z}_A$$

Q5 On reprend les éq° de la q° 1:

En projection sur $\vec{x}_A$:

$$-m \cdot g \cdot \sin \delta + F_n \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{x0} + C_x \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 = m \cdot (\Delta \dot{V}_x + \Delta \dot{V}_z \cdot \Delta \delta)$$

Et sur $\vec{z}_A$:

$$m \cdot g \cdot \cos \delta - F_n \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{z0} + C_z \cdot \alpha) \cdot S \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{p0} + C_p \cdot (\alpha + \beta)) \cdot S \cdot V^2 + F_v = m \cdot (\Delta \dot{V}_x \cdot \Delta \delta - \Delta \dot{V}_z)$$

Q6 On a:

- $\sin \delta \simeq \Delta \delta$

- $V^2 = V_x^2 + V_z^2 = (V_0 + \Delta V_x)^2 + \Delta V_z^2 \simeq V_0^2 + 2 \cdot V_0 \cdot \Delta V_x$

- $\cos \alpha = \cos(\alpha_0 + \Delta \alpha) \simeq \cos \alpha_0 - \Delta \alpha \cdot \sin \alpha_0$

On a donc:

$$-m \cdot g \cdot \Delta \delta + (\underbrace{F_{n0}}_{\text{ordre 2}} + \underbrace{\Delta F_n}_{\text{ordre 2}}) \cdot (\underbrace{\cos \alpha_0}_{\text{ordre 2}} - \underbrace{\Delta \alpha \cdot \sin \alpha_0}_{\text{ordre 2}})$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{x0} \cdot S \cdot (V_0^2 + 2 \cdot V_0 \cdot \Delta V_x) \quad m \text{ s'annule}$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_x \cdot S \cdot (V_0^2 + 2 \cdot V_0 \cdot \Delta V_x) \cdot (\alpha_0 + \Delta \alpha)$$

$$\simeq m \cdot \Delta \dot{V}_x \quad (\text{autre terme négligé})$$

Il reste donc:

$$-m \cdot g \cdot \Delta\delta + \Delta F_n \cdot \cos \alpha_0 - F_{M_0} \cdot \Delta \alpha \cdot \sin \alpha_0$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot C_{n0} \cdot S \cdot \cancel{2} \cdot V_0 \cdot \Delta V_x$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot C_n \cdot S \cdot V_0^2 \cdot \Delta \alpha$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot C_n \cdot S \cdot \cancel{2} \cdot V_0 \cdot \Delta V_x \cdot \alpha_0 = m \cdot \frac{d \Delta V_x}{dt}$$

Donc:

$$\frac{d \Delta V_x}{dt} + \frac{\ell \cdot S \cdot V_0 \cdot (C_{n0} + C_n \cdot \alpha_0)}{m} \cdot \Delta V_x = a$$

$$= -g \cdot \Delta\delta + \frac{\cos \alpha_0}{m} \cdot \Delta F_n$$

$$- \frac{F_{M_0} \cdot \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} \cdot \ell \cdot C_n \cdot S \cdot V_0^2}{m} \cdot \Delta \alpha = c$$

Q7 On a: $V \cdot \vec{n}_A = V \cdot \cos f \cdot \vec{n}_0 - V \cdot \sin f \cdot \vec{z}_0$
 $= V_x \cdot \vec{n}_0 - V_z \cdot \vec{z}_0$

Donc $V_x = V \cdot \cos f$

et $V_z = V \cdot \sin f$

Ainsi $V_0 + \Delta V_x \leq V$ donc $V \leq V_0$

Et $\Delta V_z \approx V_0 \cdot \Delta f$

Q8 $\vec{S}_{A, \text{anion}/R_0} = \vec{S}_{G, \text{anion}/R_0} + \vec{AG} \wedge \vec{R}_{\text{anion}/R_0}$

Avec $\vec{S}_{G, \text{avion}/R_0} = \frac{d}{dt} (\vec{F}_{G, \text{avion}/R_0})_{R_0} + m \cdot \underbrace{\vec{V}_{G/R_0} \wedge \vec{V}_{G \text{ avion}/R_0}}_{= \hat{0} \text{ (vitesse)}}$

Et $\vec{F}_{G, \text{avion}/R_0} = I_{G, \text{avion}} \cdot \vec{\Omega}_{\text{avion}/R_0} + m \cdot \vec{G} \wedge \vec{V}_{G \text{ avion}/R_0}$

$$= \begin{bmatrix} I_1 & 0 & -I_4 \\ 0 & I_2 & 0 \\ -I_4 & 0 & I_3 \end{bmatrix}_{R_0} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_0}$$

$$= I_2 \cdot (\ddot{\alpha} + \ddot{\gamma}) \cdot \vec{y}_{B0}$$

• $\vec{AG} \wedge \vec{R}_{\text{avion}/R_0} = x_A \cdot \vec{n}_B \wedge (m \cdot (\dot{\Delta V}_x + \dot{\Delta V}_z \cdot \Delta \gamma) \cdot \vec{n}_A + (\dot{\Delta V}_x \cdot \Delta \gamma - \dot{\Delta V}_z) \cdot \vec{z}_A)$

$$\vec{n}_B \wedge \vec{n}_A = -\sin \alpha \cdot \vec{y}_0 = -\sin(\alpha_0 + \Delta \alpha) \cdot \vec{y}_0$$

$$\approx (-\sin \alpha_0 - \Delta \alpha \cdot \cos \alpha_0) \cdot \vec{y}_0$$

$$\text{et } \vec{n}_B \wedge \vec{z}_A = \sin(-\alpha - \frac{\pi}{2}) \cdot \vec{y}_0$$

$$= -\cos \alpha \cdot \vec{y}_0$$

$$= -\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha) \cdot \vec{y}_0$$

$$= (-\cos \alpha_0 + \Delta \alpha \cdot \sin \alpha_0) \cdot \vec{y}_0$$

Donc $\vec{AG} \wedge \vec{R}_{\text{avion}/R_0} = m \cdot x_A \cdot \left[(\dot{\Delta V}_x + \dot{\Delta V}_z \cdot \Delta \gamma) \cdot (-\sin \alpha_0 - \Delta \alpha \cdot \cos \alpha_0) + (\dot{\Delta V}_x \cdot \Delta \gamma - \dot{\Delta V}_z) \cdot (-\cos \alpha_0 + \Delta \alpha \cdot \sin \alpha_0) \right] \cdot \vec{y}_0$

$$= m \cdot x_A \cdot \left[-\dot{\Delta V}_x \cdot \sin \alpha_0 - \dot{\Delta V}_x \cdot (\Delta \alpha + \Delta \gamma) \cdot \cos \alpha_0 + \dot{\Delta V}_z \cdot \cos \alpha_0 - \dot{\Delta V}_z \cdot (\Delta \alpha + \Delta \gamma) \cdot \sin \alpha_0 \right] \cdot \vec{y}_0$$

néglige

Donc $\vec{S}_{G_1, \text{avion}/R_0} = \left[I_2 \cdot [\ddot{\Delta\alpha} + \ddot{\Delta\delta}] + m \cdot x_A \cdot \left[-\dot{\Delta v}_x \cdot \sin \alpha_0 - \dot{\Delta v}_x \cdot (\Delta\alpha + \Delta\delta) \cdot \cos \alpha_0 + \dot{\Delta v}_z \cdot \cos \alpha_0 \right] \right] \cdot \vec{y}_0$

Q9

Q10 Pour un trapèze de β .

	Modèle NL		Modèle L
v_x	Tosillato $\approx \approx$ $D_1 \approx 2 \text{ m/s}$	pas d'écart $\sim 50\%$ d'écart	Tosillato $\approx \frac{2}{3} \approx 0,66 \text{ s}$ $D_1 \approx 1 \text{ m/s}$
v_z	Tosillato $\approx 0,66 \text{ s}$ $D_1 \approx 3 \text{ m/s}$	pas d'écart $\sim 30\%$ d'écart	Tosillato $\approx 0,66 \text{ s}$ $D_1 \approx 2 \text{ m/s}$

Pour un échelon de ΔF_n .

	Modèle NL		Modèle L
v_x	Tosillato $\approx \frac{1,5}{7} \approx 0,21 \text{ s}$ $D_1 \approx 0,6 \text{ m/s}$	pas d'écart $\sim 3\%$ d'écart	Tosillato $\approx 0,21 \text{ s}$ $D_1 \approx 0,62 \text{ m/s}$
v_z	Tosillato $\approx 0,21 \text{ s}$ $D_1 \approx 1,25 \text{ m/s}$	pas d'écart	Tosillato $\approx 0,21 \text{ s}$ $D_1 \approx 1,25 \text{ m/s}$

Pour toutes les courbes, lorsque $t \rightarrow +\infty$, il n'y a pas d'écart de vitesse.

les écarts semble acceptable. Quoi qu'il en soit, si l'on veut utiliser la transformée de Laplace, cela impose d'utiliser le modèle linéaire.

Q11

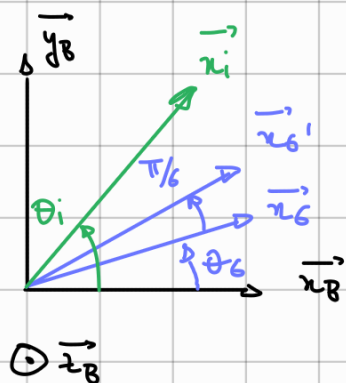
► La fermeture géométrique : $\vec{DC} + \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{0}$
donne une relatio entre θ_3 et θ_1 .

► La fermeture géométrique : $\vec{AB} + \vec{BE} + \vec{EG} + \vec{GH} + \vec{HA} = \vec{0}$
donne une relatio entre θ_1 et θ_6 .

► La fermeture géométrique : $\vec{HJ} + \vec{JK} + \vec{KL} + \vec{LH} = \vec{0}$
donne une relatio entre θ_6 et β .

$$\vec{LO} + \vec{OH} = (X_H - X_L) \cdot \vec{n}_B + (Y_H - Y_L) \cdot \vec{y}_B$$

Q12 Écrivons : $L_6 \cdot \vec{x}_6' + L_7 \cdot \vec{x}_7 - L_8 \cdot \vec{x}_8 + (X_H - X_L) \cdot \vec{n}_B + (Y_H - Y_L) \cdot \vec{y}_B = \vec{0}$



Donc :

$$L_6 \cdot \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{6}) + L_7 \cdot \cos \theta_7 - L_8 \cdot \cos \beta + (X_H - X_L) = 0$$

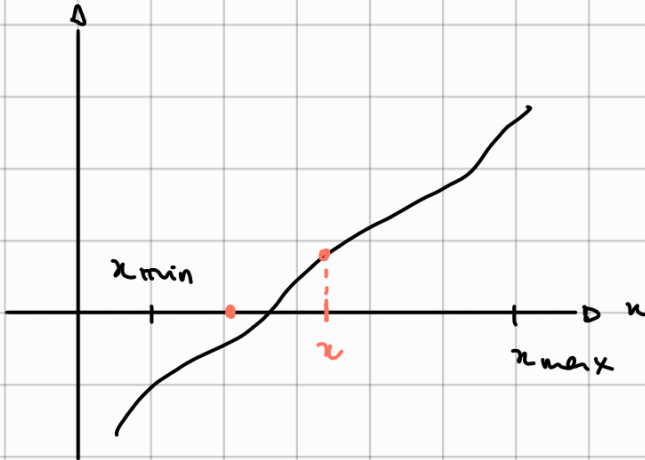
$$L_6 \cdot \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{6}) + L_7 \cdot \sin \theta_7 - L_8 \cdot \sin \beta + (Y_H - Y_L) = 0$$

Donc

$$L_7^2 = \left[L_6 \cdot \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{6}) - L_8 \cdot \cos \beta + X_H - X_L \right]^2 + \left[L_6 \cdot \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{6}) - L_8 \cdot \sin \beta + Y_H - Y_L \right]^2$$

Q13

Par une valeur de y donnée.



def dichotomie(f,y,xmin,xmax,epsilon) :

b = xmax

a = xmin

x = (a+b)/2

while abs(b - a) > epsilon :

if f(x,y) == 0:

return x

elif f(a,y)*f(x,y)<0 :

b = x

x = (a+b)/2

else :

a = x

x = (a+b)/2

return x

Q14 La pente à l'origine donne K tq:

$$\beta = K \cdot \theta_3 \text{ où } K \approx 1$$

lorsque $\theta_3 = -20^\circ$, on a une erreur maximale : $\Delta\beta \approx 2^\circ$.

Q15 Dans l'intervalle $[0,5 \text{ rad/s}; 5 \text{ rad/s}]$, on a:

- une pente de -20 dB/décade par le gain.
- une phase de 90° environ.

Et on a bien:

$$20 \cdot \log(|\tilde{H}_4(j\omega)|) = 20 \cdot \log(K_{4a}) - 20 \cdot \log(\omega)$$

$$\begin{aligned} \arg(\tilde{H}_4(j\omega)) &= \arg(-1) + \arg\left(\frac{1}{j\omega}\right) \\ &= 180^\circ - 90^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Je relève } 20 \cdot \log(|\tilde{H}_4(0)|) \simeq 42 \text{ dB} = 20 \cdot \log(K_{4a})$$

$$\text{donc } K_{4a} \simeq 126 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Avec } [H_4(p)] = \frac{[\Delta V_2(p)]}{[\Delta \beta(p)]} = \frac{\text{m/s}}{\text{rad}} = \frac{[K_{4a}]}{\text{rad/s}}$$

Q16 On a donc:

$$FTBO(p) = -K_z \cdot \frac{1 + T_z \cdot p}{T_z \cdot p} \cdot \frac{K_{4a}}{p}$$

Si $K_z > 0$, on a $\arg(FTBO(j\omega)) < -180^\circ$ et donc le système sera forcément instable.

Avec $K_z < 0$, on a forcément $\arg(FTBO(j\omega)) > -180^\circ$.

Q17 Il est indiqué: $\omega_c \cdot tr \simeq 3$

le cahier des charges demande: $tr = 5 \text{ s}$

$M_p \gg 45^\circ$ (marge de phase)

Il faut donc que $\omega_c \simeq 0,6 \text{ rad/s}$.

On a également :

$$\arg(FTBO(j.\omega)) = \arctan(T_z.\omega) - 180^\circ$$

Ainsi $M_e \gg 45^\circ$ signifie que $\arctan(T_z.\omega_c) \gg 45^\circ$ et donc

$$T_z.\omega_c \gg 1$$

donc $T_z \gg 1,67 \text{ s}$

Q18 Il reste à vérifier que $|FTBO(j.\omega_c)| = 1$ et donc :

$$-K_z \cdot K_{4a} \cdot \frac{\sqrt{1 + T_z^2 \cdot \omega_c^2}}{T_z \cdot \omega_c^2} = 1$$

Et donc $K_z = - \frac{T_z \cdot \omega_c^2}{K_{4a} \cdot \sqrt{1 + T_z^2 \cdot \omega_c^2}}$

$$K_z \approx - 3 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s.m}^{-1} \quad (\text{si } T_z = 1,67 \text{ s})$$

valeurs du cahier des charges

Q19 γ relève : $\Rightarrow \pi_{\text{gain}} \approx 17 \text{ dB} > 8 \text{ dB} : \text{Exigence respectée}$
 $\pi_{\text{phase}} \approx 45^\circ > 45^\circ : \text{ " " }$

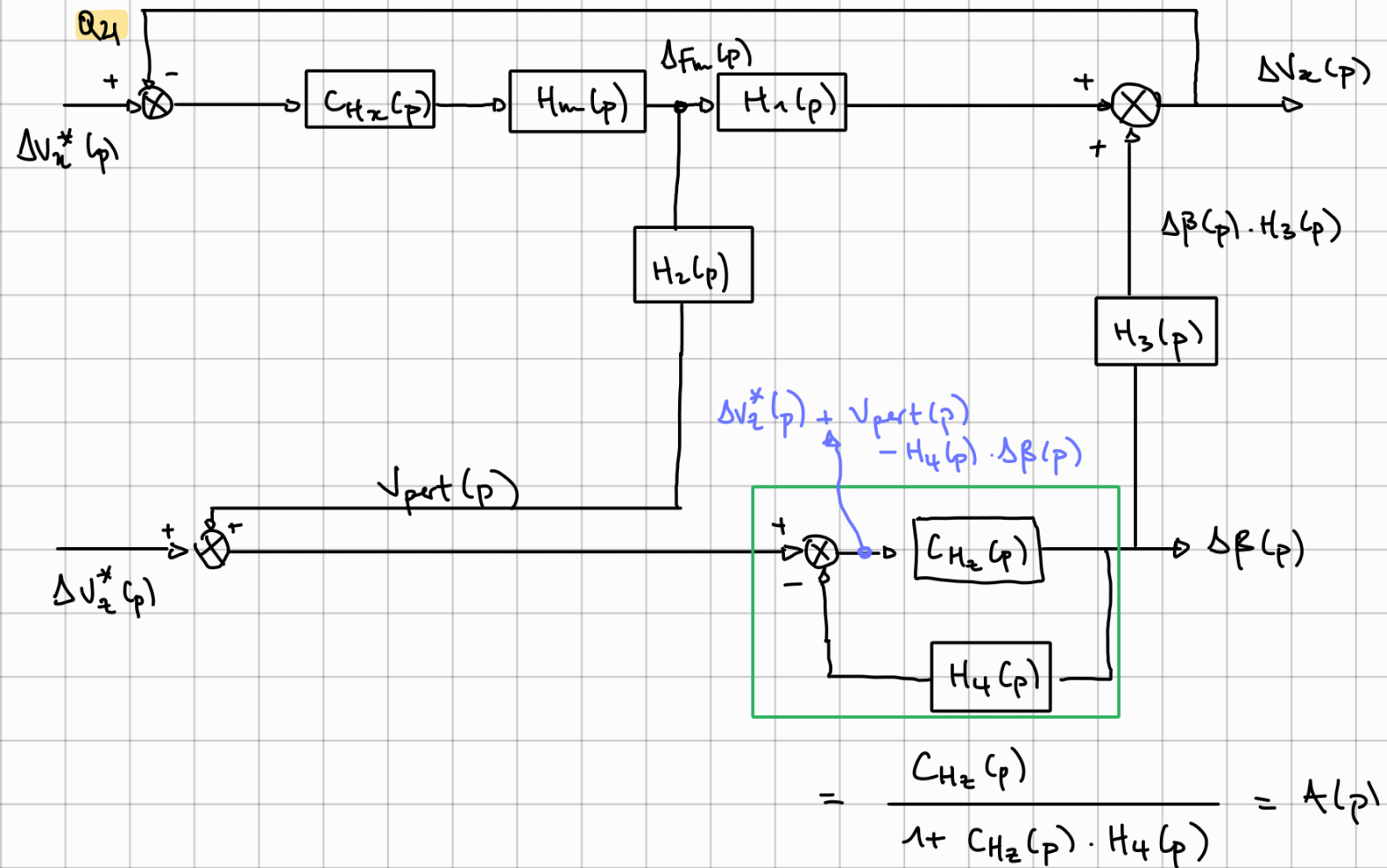
Aussi :

► FTBO de classe 2 donc écart nul | écart nul : " "
pour entrée en échelon | demandé

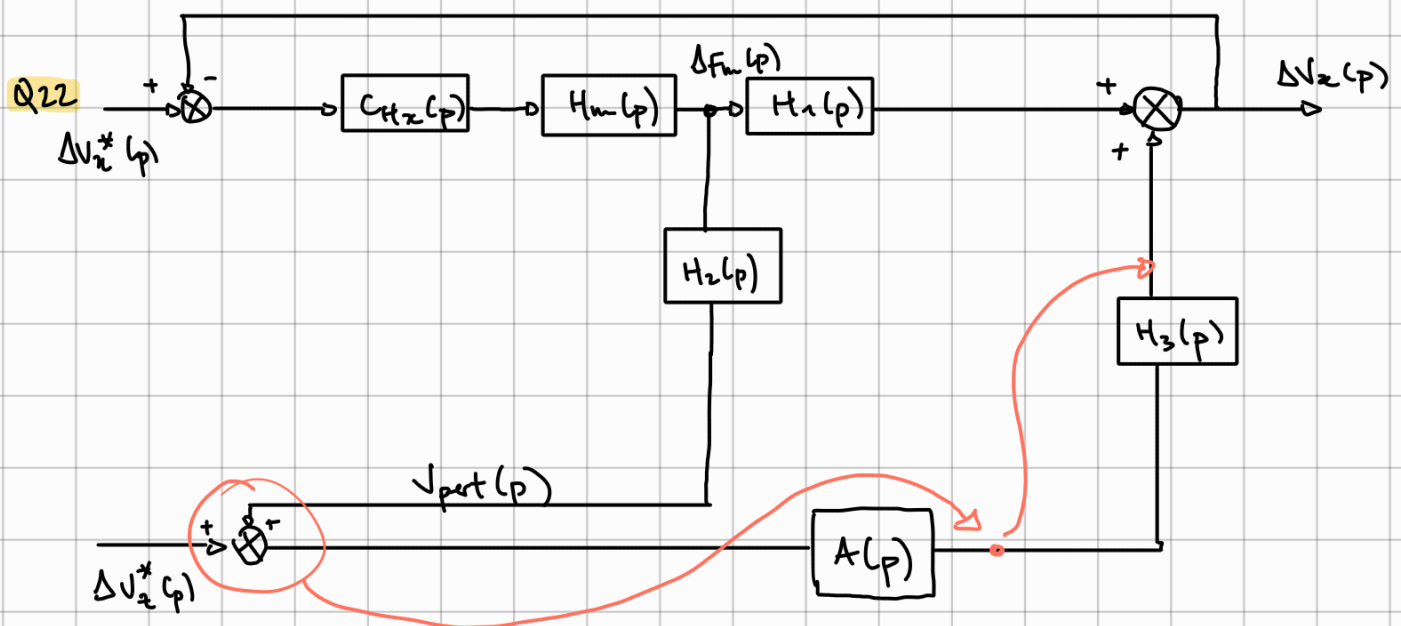
► $t_r = \frac{3}{\omega_c} \approx \frac{3}{0,63} \approx 4,76 \text{ s} \leq 5 \text{ s} : \text{ " " }$

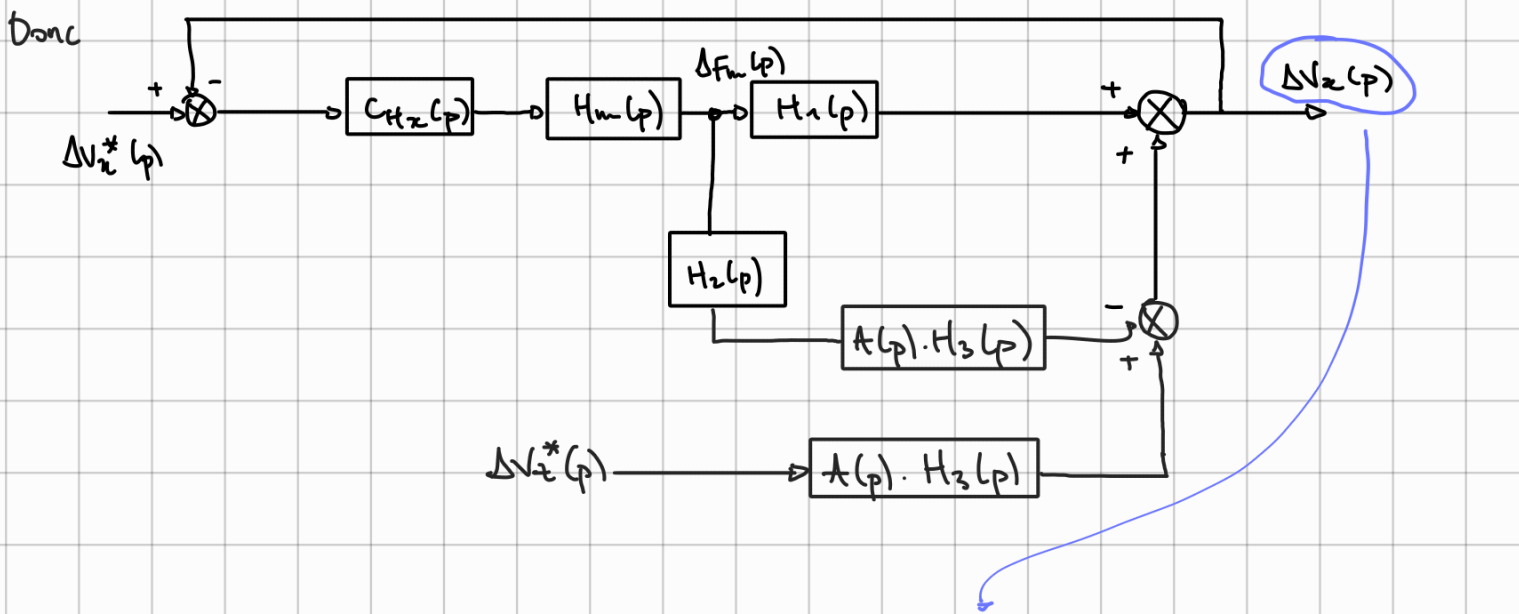
no Toutes les exigences sont respectées.

Q20 $H_{BFV_z}(p) = \frac{H_4(p) \cdot C_{H_z}(p)}{1 + H_4(p) \cdot C_{H_z}(p)} = \frac{\Delta V_z(p)}{\Delta V_z^*(p)}$



On a donc : $A(p) = \frac{1}{H_4(p)} \cdot H_{BFV_z}(p)$





$$\Delta V_z(p) = \Delta F_M(p) \cdot (H_1(p) - H_2(p) \cdot A(p) \cdot H_3(p)) + \Delta V_z^*(p) \cdot A(p) \cdot H_3(p)$$

$= B(p)$

On retrouve bien la figure 11 si $B(p) = H_2(p) \cdot A(p) \cdot H_3(p)$.

Q23 On a bien : $\arg(\tilde{H}_1(j\omega)) \approx -90^\circ$
 et $20 \cdot \log(|\tilde{H}_1(j\omega)|) = 20 \cdot \log(K_{1a}) - 20 \cdot \log(\omega)$

Pour $\omega = 1 \text{ rad/s}$, on a $20 \cdot \log(K_{1a}) \approx -56 \text{ dB}$

Donc $K_{1a} \approx 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{N}^{-1}$

$$[H_1(p) - B(p)] = (\text{m/s})/\text{N} = \frac{[K_{1a}]}{\text{rad/s}}$$

Q24 $H_{\text{DOV}_z}(p) = C_{H_z}(p) \cdot H_m(p) \cdot \tilde{H}_1(p)$

Dans l'intervalle $[0,8 \text{ rad/s} ; 8 \text{ rad/s}]$, on a : $H_m(j\omega) \approx 1$ car $8 \ll \frac{1}{0,01} \text{ (rad/s)}$. On a donc $H_{\text{DOV}_z}(p) \approx C_{H_z}(p) \cdot \tilde{H}_1(p)$.

$$\begin{aligned}
 \text{Q25 } H_{BFV_2}(p) &= \frac{C_{H_2}(p) \cdot \hat{H}_1(p)}{1 + C_{H_2}(p) \cdot \hat{H}_1(p)} \\
 &= \frac{K_n \cdot \frac{1 + T_n \cdot p}{T_n \cdot p} \cdot \frac{K_{1a}}{p}}{1 + K_n \cdot \frac{1 + T_n \cdot p}{T_n \cdot p} \cdot \frac{K_{1a}}{p}} \\
 &= \frac{K_n \cdot K_{1a} \cdot (1 + T_n \cdot p)}{K_n \cdot K_{1a} \cdot (1 + T_n \cdot p) + T_n \cdot p^2} \\
 &= \frac{1 + T_n \cdot p}{1 + T_n \cdot p + \frac{T_n}{K_n \cdot K_{1a}} \cdot p^2}
 \end{aligned}$$

Les coefficients du dénominateur sont de même signe donc les pôles de H_{BFV_2} seront à partie réelle strictement négative. Le système bouclé sera donc stable.

$$\begin{aligned}
 \text{Q26 } H_{BFV_2}(p) &= \frac{1}{1 + T_n \cdot p + \frac{T_n}{K_n \cdot K_{1a}} \cdot p^2} = X(p) \\
 &\quad + \underbrace{T_n \cdot p}_{T} \cdot \frac{1}{1 + T_n \cdot p + \frac{T_n}{K_n \cdot K_{1a}} \cdot p^2}
 \end{aligned}$$

$$\text{Q27 } T \text{ identifie: } \omega_0 = \sqrt{\frac{K_n \cdot K_{1a}}{T_n}}$$

$$\text{et } \zeta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_n \cdot K_{1a} \cdot T_n}$$

Pour avoir la réponse la plus rapide et sans dépassement, il faut $\zeta = 1$ et donc :

$$K_x = \frac{4}{K_{1a} \cdot T_x}$$

Q28 On veut $t_r = 3$ s et $t_{révit} = 5 = t_r \cdot \omega_0$.

Il faut donc $\omega_0 \simeq 1,67 \text{ rad/s}$.

Et donc
$$T_x = \frac{K_x \cdot K_{1a}}{\omega_0^2} = \frac{4}{K_{1a} \cdot T_x} \cdot \frac{K_{1a}}{\omega_0^2}$$

donc
$$T_x = \frac{2}{\omega_0} \simeq 1,2 \text{ s}$$

Avec $K_{1a} \simeq 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{N}^{-1}$, on a :

$$K_x \simeq 2110 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$$

Q29 On veut tracer la réponse à un échelon d'amplitude V_x^0 par la f° de transfert $H_{BF} V_x$.

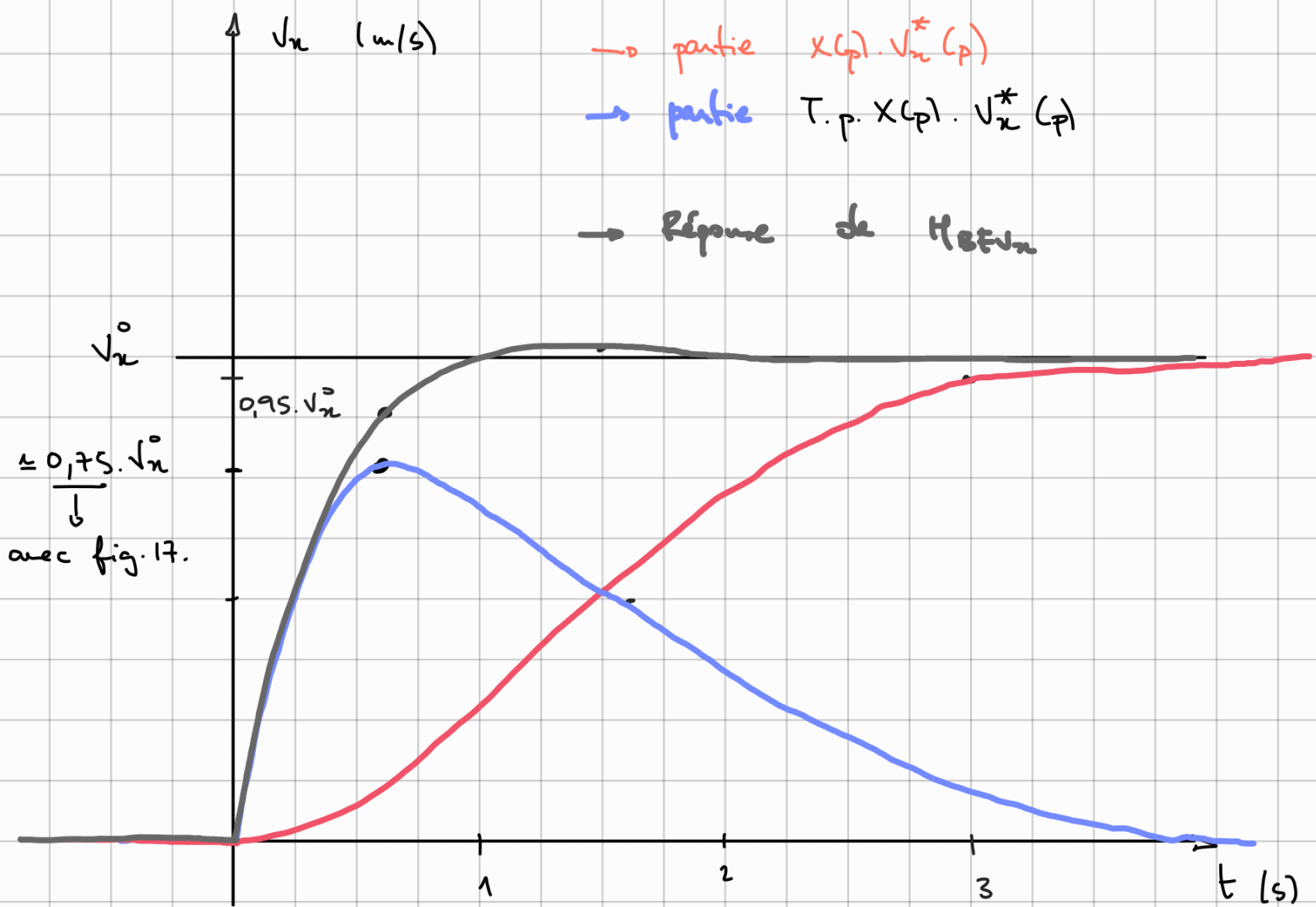
→ partie T.p. $X(p) \cdot V_x^*(p)$: je reprends l'annexe

→ partie $X(p) \cdot V_x^*(p)$:

- pente à l'origine nulle
- V_x^0 : valeur finale
- pas de dépassement car $\xi = 1$
- $t_{r50\%} = 3$ s (q° 28)

→ Réponse de $H_{BF} V_x$: faire la somme.

Voir tracé ensuite.



le zéro de H_{BFV_x} va introduire un léger déphasage.

Q30 Reprenons le cahier des charges (en noir), les valeurs relevées (en vert)

Id 1.2
Ass^t en vitesse verticale

{ Plage de phase $\geq 45^\circ$
 { Plage de gain ≥ 8 dB

Non évaluable ici.

$tr_{50\%} < 5$ s

$tr_{50\%} \approx 6$ s

Écart nul par échelon de vitesse

$\varepsilon = 0$

légèrement trop lent

Exigence respectée

Id 1.3
Ass^t en vitesse horizontale

$$tr_{sp} < 3 \text{ s}$$

$$tr_{sp} \approx 2 \text{ s}$$

⇓
Exigence respectée

Écart nul par échelon de vitesse

$$\varepsilon = 0$$

⇓
Exigence respectée

Il n'y a pas de découplage car l'échelon de 10 m/s à 10 s introduit une variation de V_z (non demandé !) de 4 m/s.

Q31 Pour tous les pôles : la partie réelle reste négative donc le système reste stable.

Pour les pôles p_3 et p_4 : il y a peu d'influence de e .
→ altitude qui diminue.

Pour les pôles p_1 et p_2 : plus e est grand, plus ξ augmente donc plus le système devient stable.

Conclusion : plus l'avion est proche du sol, plus il est stable (plutôt rassurant pour atterrir !).