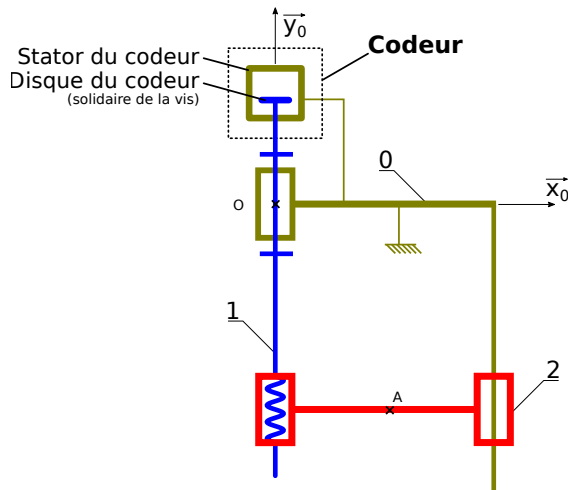


# À savoir faire !

PSI - MP : Lycée Rabelais

## Résolution codeur



### Nomenclature :

- 0 - bâti support
- 1 - vis en rotation (pas de la vis  $p = 0,75 \text{ mm}$ )
- 2 - écrou en translation

### Codeur utilisé :

- codeur incrémental à 128 fentes
- détection des fronts montants et descendants
- 2 voies de mesure

### Paramétrage :

- $\theta$  : angle de rotation de la vis (1)
- $y$  : déplacement de l'écrou (2)

On considère un mécanisme basé une transmission de mouvement par un système vis-écrou (présenté ci-dessus). La vis (1) est équipée d'un codeur permettant de connaître son orientation  $\theta$ .

Quel est le plus petit angle, noté  $\Delta\theta$ , que peut mesurer ce capteur ?

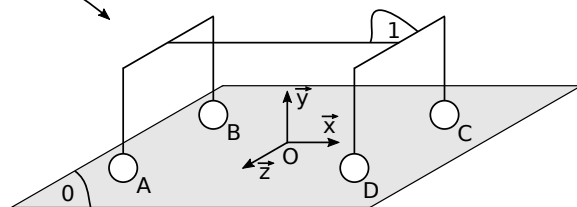
Déterminer quelle est la plus petite distance d'avance de l'écrou, notée  $\Delta y$ , détectable avec ce codeur.

Combien de pistes seraient nécessaires pour avoir la même précision avec un codeur absolu.

## Degré d'hyperstatisme – PSI !



Modélisation



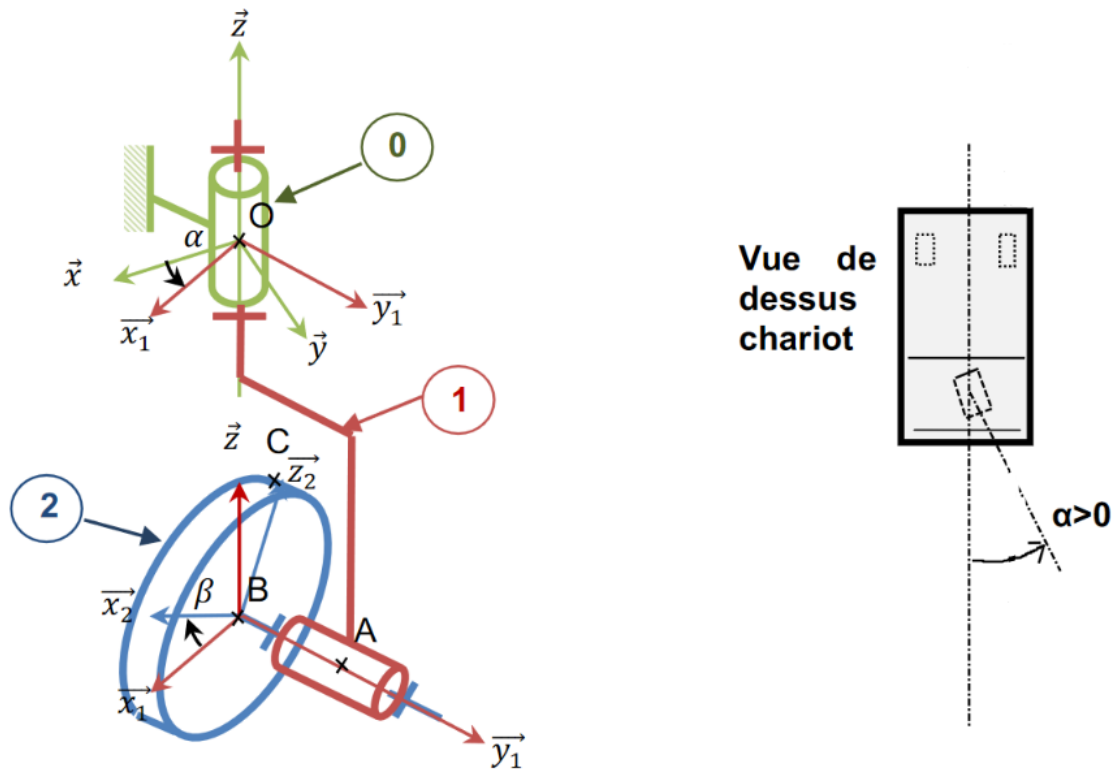
On note :  $\vec{AD} = \vec{BC} = L \vec{x}$  et  $\vec{BA} = \vec{CD} = H \vec{z}$ .

Faire un graphe de liaison.

Déterminer la liaison équivalente entre 0 et 1.

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison équivalente entre 0 et 1.

## Cinématique



On donne ci-dessus le schéma cinématique d'un système permettant l'orientation d'une roue de chariot.

Soit  $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  un repère lié au bâti ( $S$ ) du chariot. Le bras ( $S_1$ ) est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  avec ( $S$ ). Soit  $R_0(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  un repère lié au bâti ( $S_1$ ). On pose  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ , l'angle contrôlé par le moteur d'orientation.

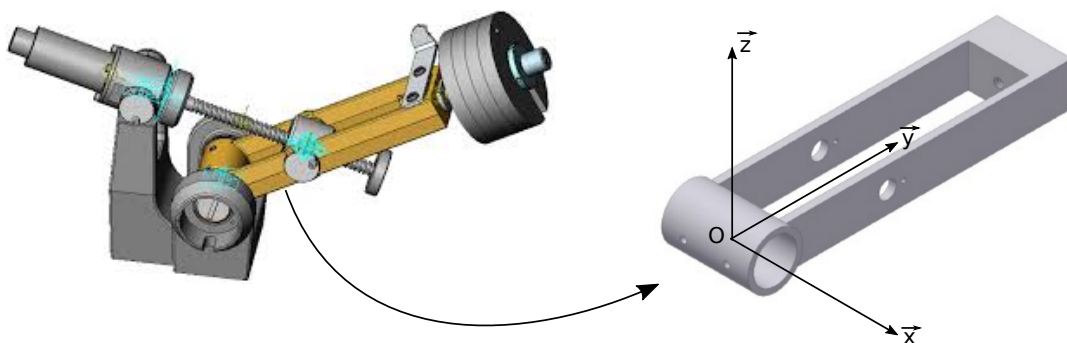
La roue ( $S_2$ ) de centre  $B$  est en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_1)$  avec ( $S_1$ ). Soit  $R_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  un repère lié à ( $S_2$ ). On pose  $\vec{OA} = -h \cdot \vec{z} + a \cdot \vec{y}_2$  avec  $h$  et  $a$  deux constantes.  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  est l'angle du moteur d'avance.

Soit  $C$  un point de la roue dont la position est donnée par  $\vec{AC} = -a \cdot \vec{y}_2 + r \cdot \vec{z}_2$ .

**Déterminer le vecteur vitesse du point  $C$  appartenant à ( $S_2$ ) dans son mouvement par rapport à ( $S$ ).**

**En déduire l'accélération  $\vec{\Gamma}_{C \in S_2/S}$ .**

## Simplification d'une matrice d'inertie

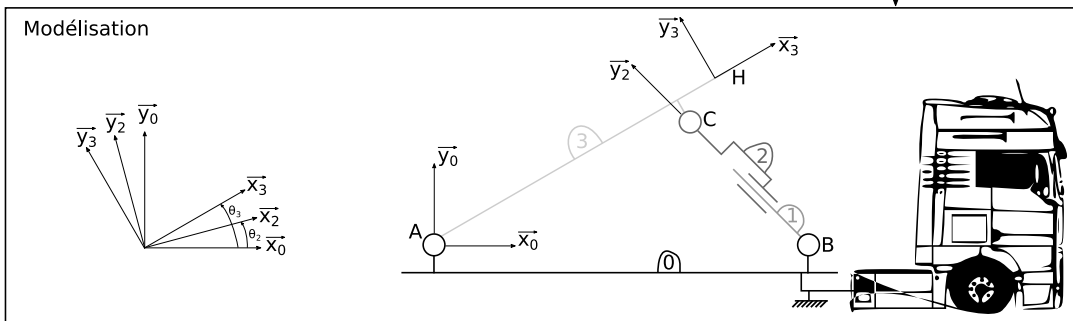


Compte-tenu de la géométrie du bras, **donner la forme de la matrice d'inertie  $I(O, \text{bras})$ .**

## Mécanique



Système réel



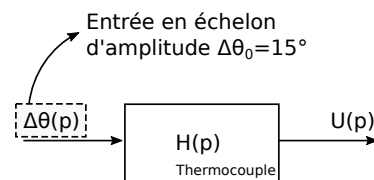
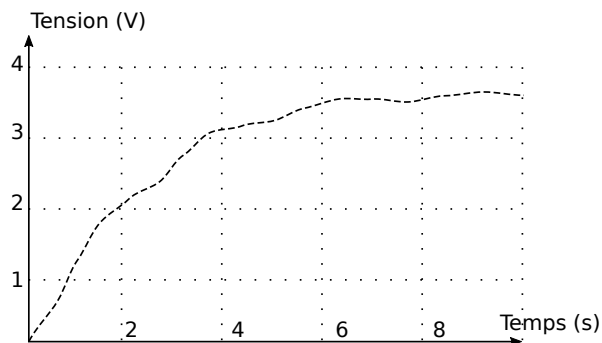
On suppose que :

- les liaisons sont parfaites ;
- Seule l'action de la pesanteur sur la benne (notée 3) a une influence significative sur l'action à fournir par le vérin ;
- Le vérin est l'ensemble {1,2} ;
- Les mouvements sont suffisamment lents pour qu'une approche statique puisse être envisagée ;
- On suppose que le problème est plan.

Q1. Montrer que la résultante du torseur d'action mécanique de 2 sur 3 est dirigée par le vecteur  $\vec{y}_2$ .

Q2. En déduire l'isolement à effectuer, sans réaliser les calculs, afin de déterminer l'effort à générer par le vérin, c'est-à-dire la résultante  $\vec{R}_{2 \rightarrow 3}$ .

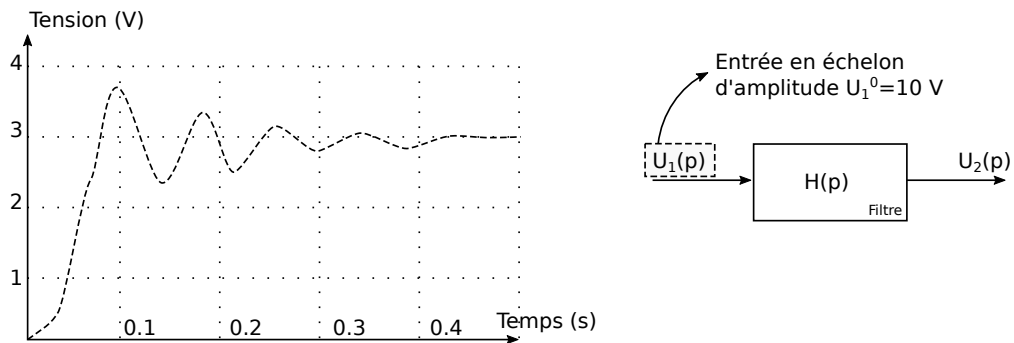
## Identification fonction de transfert (1/2)



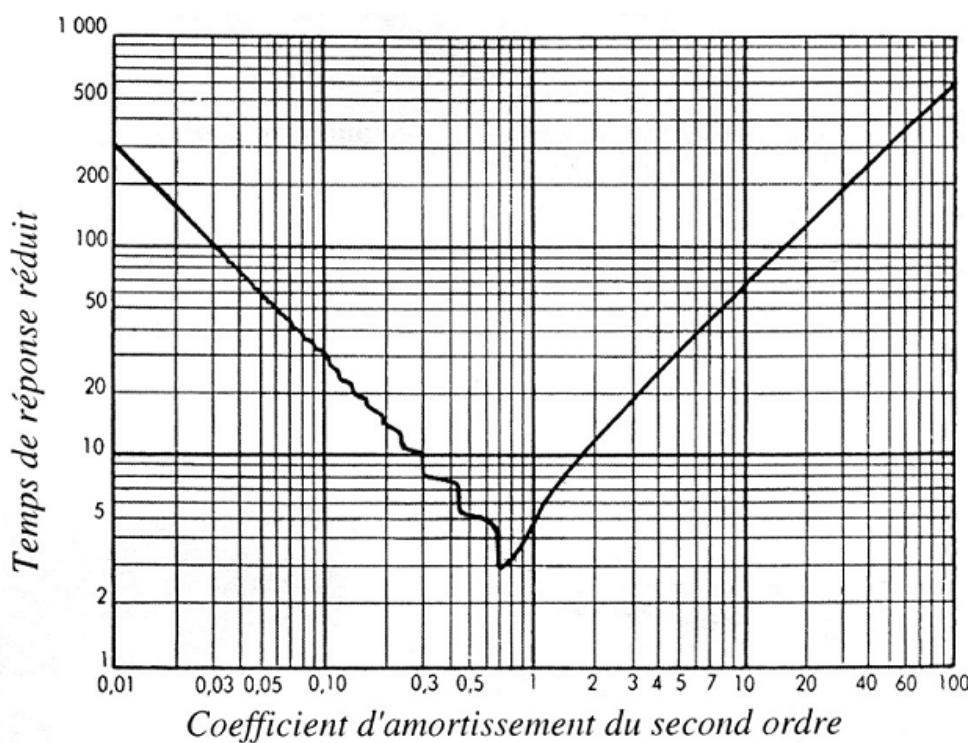
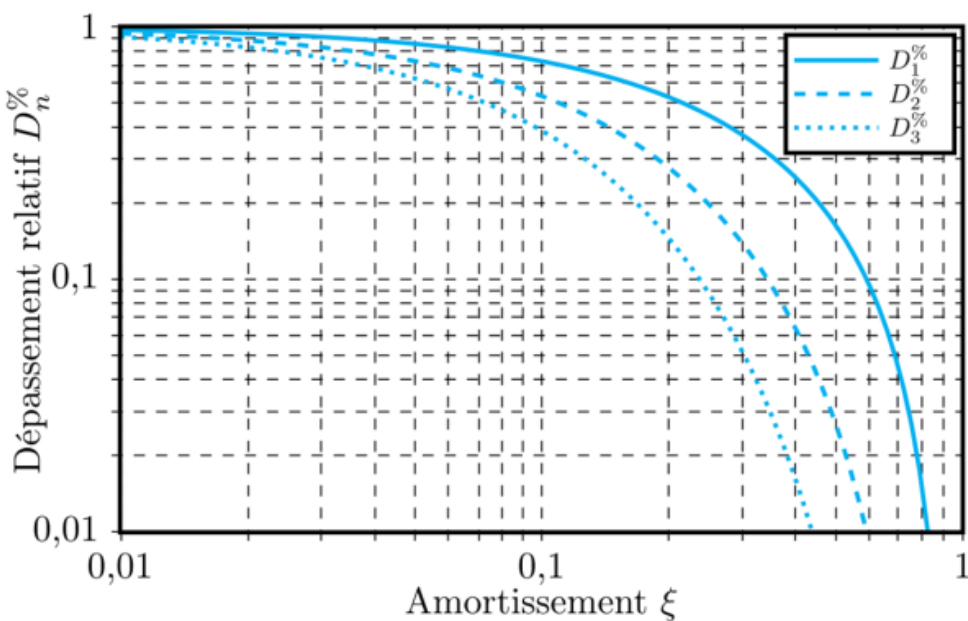
On souhaite étalonner un capteur de température (thermocouple). On réalise donc le relevé de la tension fournie par le thermocouple pour une entrée en échelon de température.

Identifier la fonction de transfert  $H(p)$  à partir des résultats fournis.

## Identification fonction de transfert (2/2)



Identifier la fonction de transfert du filtre  $H(p)$  à partir des résultats fournis et des abaques donnés ci-dessous.





## Modélisation moteur à courant continu



On donne ci-dessous les équations différentielles régissant le fonctionnement d'un moteur à courant continu.

$$J \frac{d\omega}{dt}(t) = C_m(t) - C_r(t)$$

$$C_m(t) = K_i i(t)$$

$$U_m(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e(t)$$

$$e(t) = K_e \omega(t)$$

avec  $J$ , moment d'inertie ramené à l'arbre moteur ;  $\omega$ , vitesse de rotation de l'arbre moteur ;  $C_m$ , couple moteur ;  $C_r$ , couple résistant ;  $K_i$ , constante de couple ;  $e$ , force contre-électromotrice ;  $K_e$ , constante de vitesse ;  $i$ , intensité ;  $U_m$ , tension d'alimentation ;  $L$ , inductance.

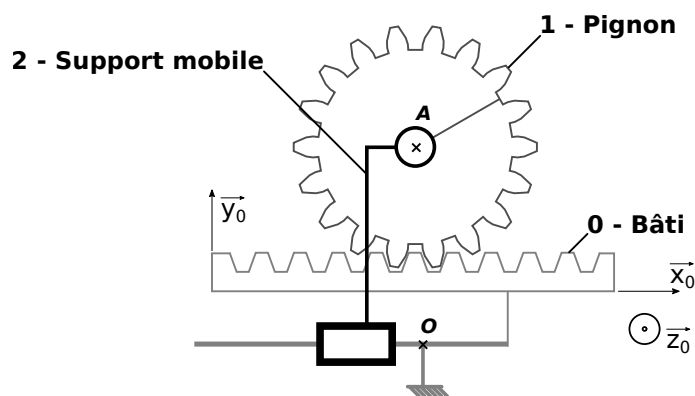
**Mettre en place le schéma bloc du système (entrée : tension ( $U_m$ ) ; sortie : vitesse de rotation ( $\omega$ )).**

**Donner les unités de toutes les grandeurs.**

**Calculer la(es) fonction(s) de transfert du moteur.**



## Inertie équivalente



On considère un mécanisme permettant la mise en mouvement d'un support mobile (2) à partir d'un mouvement de rotation issu d'un motoréducteur (non-représenté sur la figure ci-dessus).

- Le stator du motoréducteur est solidaire du support mobile 2. L'arbre de sortie du motoréducteur est encastré avec le pignon (1). Le motoréducteur a une masse  $m_{\text{mot}}$  et un moment d'inertie équivalent  $J_{\text{mot}}$  ramené à la vitesse de rotation  $\omega_m$  en sortie du moteur. On note  $r$  le rapport de réduction du réducteur entre les vitesses de rotation  $\omega_m$  et  $\omega_p$ , respectivement en entrée et en sortie du réducteur.
- Le pignon (1), entraîné par le motoréducteur, a ainsi une vitesse de rotation  $\omega_p$ . Sa masse est  $m_p$  et son moment d'inertie autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$  est  $J_p$ . Le rayon primitif du pignon est  $R_p$ . On suppose qu'il y a roulement sans glissement entre le pignon et la crémaillère solidaire du bâti (0).
- Le support mobile (2) a pour masse  $m_2$ . Il est en translation par rapport au bâti (0) de telle sorte que  $\vec{V}_{A \in 2/0} = v \cdot \vec{x}_0$ .

**Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à 0.**

**En déduire le moment d'inertie équivalent de l'ensemble en mouvement ramené sur l'arbre moteur.**

## Cinématique



figure 1

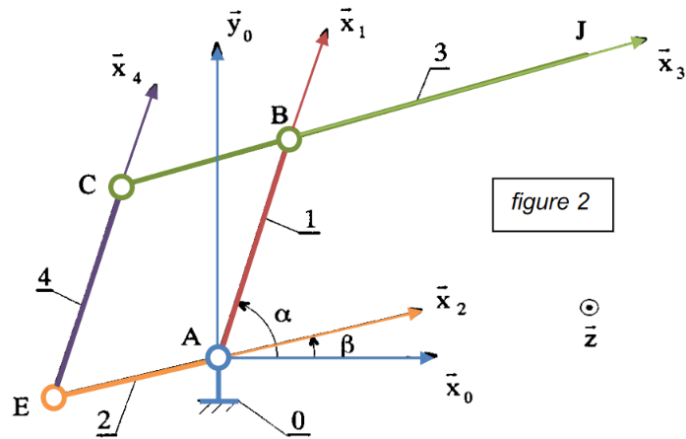


figure 2

Le robot étudié a une structure en parallélogramme déformable qui lui permet de déplacer son poignet dans l'aire de travail.

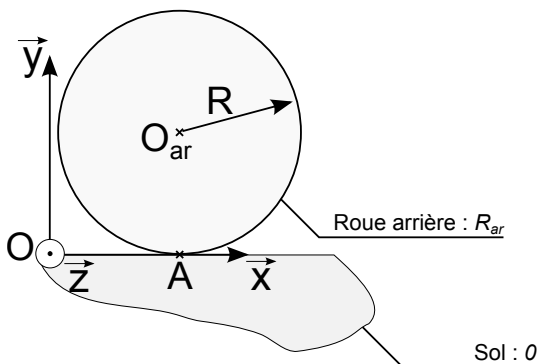
On associe à chaque solide  $i$  une base orthonormée directe  $B_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$ . Toutes les liaisons sont définies sur le schéma cinématique ci-dessus.

On donne :  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  ;  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$  ;  $\vec{AB} = L \cdot \vec{x}_1$  ;  $\vec{EA} = D \cdot \vec{x}_2$  ;  $\vec{EC} = L \cdot \vec{x}_4$  ;  $\vec{CB} = D \cdot \vec{x}_3$  et  $\vec{BJ} = H \cdot \vec{x}_3$ .

Que peut-on dire des vecteurs  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$  ? Quelle phrase du sujet permet de l'affirmer ?

Montrer que  $\vec{V}_{J \in 3/0} = L \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + H \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_3$ .

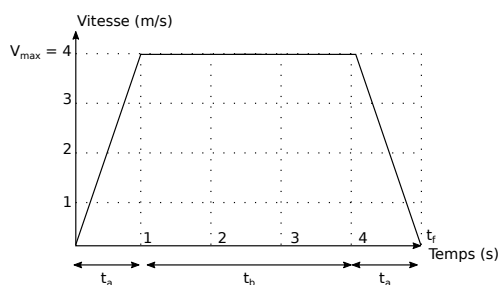
## Roulement sans glissement



On considère que la roue (notée  $R_{ar}$ ) roule sans glisser sur le sol (noté 0). Cette roue tourne à une vitesse  $\omega_r$  autour de l'axe  $(O_{ar}, \vec{z})$ . Le point  $O_{ar}$  possède une vitesse  $\vec{V}_{O_{ar} \in R_{ar}/0} = V \vec{x}$ .

Exprimer la condition de roulement sans glissement puis en déduire une relation entre  $V$  et  $\omega_r$ .

## Trapèze de vitesse



On considère qu'un solide se déplace en translation rectiligne et vérifie le trapèze de vitesse donné ci-contre.

Donner l'allure de l'accélération et de la position en fonction du temps.

Pour  $t < t_a + t_b$ , donner les expressions de l'accélération et de la position en fonction du temps.

Déterminer la distance parcourue par le solide lorsque  $t = t_f$ .

### Pôle dominant

On considère une fonction de transfert définie ci-dessous dont les pôles sont fournis :

$$FTBF(p) = \frac{0,75}{1 + 2,6 \cdot 10^{-1} \cdot p + 5,2 \cdot 10^{-2} \cdot p^2 + 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot p^3}$$

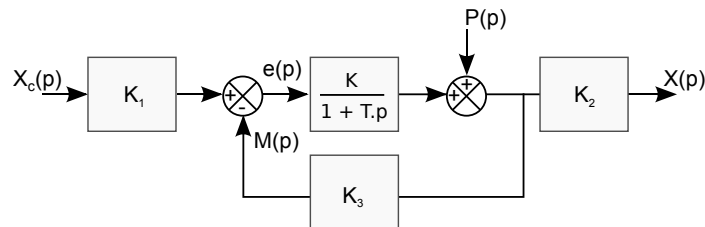
$$p_1 = -2,5 + 4,3j \quad ; \quad p_2 = -2,5 - 4,3j \quad ; \quad p_3 = -17$$

Déterminer les pôles dominants de  $FTBF(p)$  puis en déduire une forme approchée. Donner une valeur approchée du temps de réponse à 5 %. On s'aidera des abaques fournis en page 4 si besoin.

Le système risque-t-il de présenter des dépassements ?

### Fonction de transfert

On considère le schéma bloc donné ci-dessous :



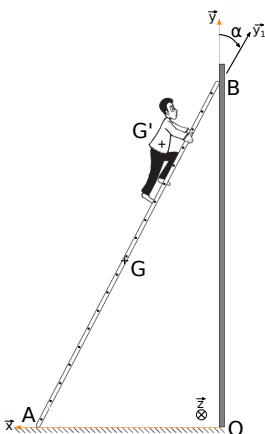
Déterminer l'expression de  $K_1$  en fonction des autres paramètres de telle sorte que l'asservissement soit opérationnel.

Déterminer  $X(p)$  en fonction de  $P(p)$  et de  $X_c(p)$ .

Déterminer l'erreur statique pour deux entrées en échelon d'amplitudes  $P_0$  (pour la perturbation) et  $X_{c0}$  (pour la consigne).

### Frottements

On étudie une échelle, notée  $S_1$ , en appui sur le sol et sur le mur, notés  $S_0$ . L'utilisateur, noté  $S_2$ , est sur l'échelle.



On suppose que le problème est plan.

L'échelle est en liaison ponctuelle avec le sol en A. Cette liaison est une liaison avec du frottement de type Coulomb. On prend  $f = 0,9$ , le coefficient de frottement. La liaison avec le mur en B est supposée parfaite.

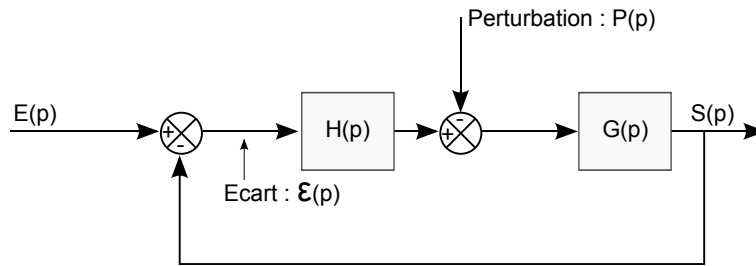
On note également :

- $G$ , le centre de gravité de l'échelle, avec  $\vec{AG} = \frac{L}{2} \vec{y}_1$  où  $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_1)$  ;
- $m = 15$  kg, la masse de l'échelle ;
- $G'$ , le centre de gravité de l'utilisateur, avec  $\vec{AG}' = h \vec{y} + l_2 \vec{y}_1$  ;
- $m' = 75$  kg, la masse de l'utilisateur.

Déterminer les angles pour lesquels l'échelle ne glisse pas (on prendra  $L = l_2 = 5$  m et  $h = 0,9$  m).

## Précision

On considère le schéma bloc donné ci-dessous :



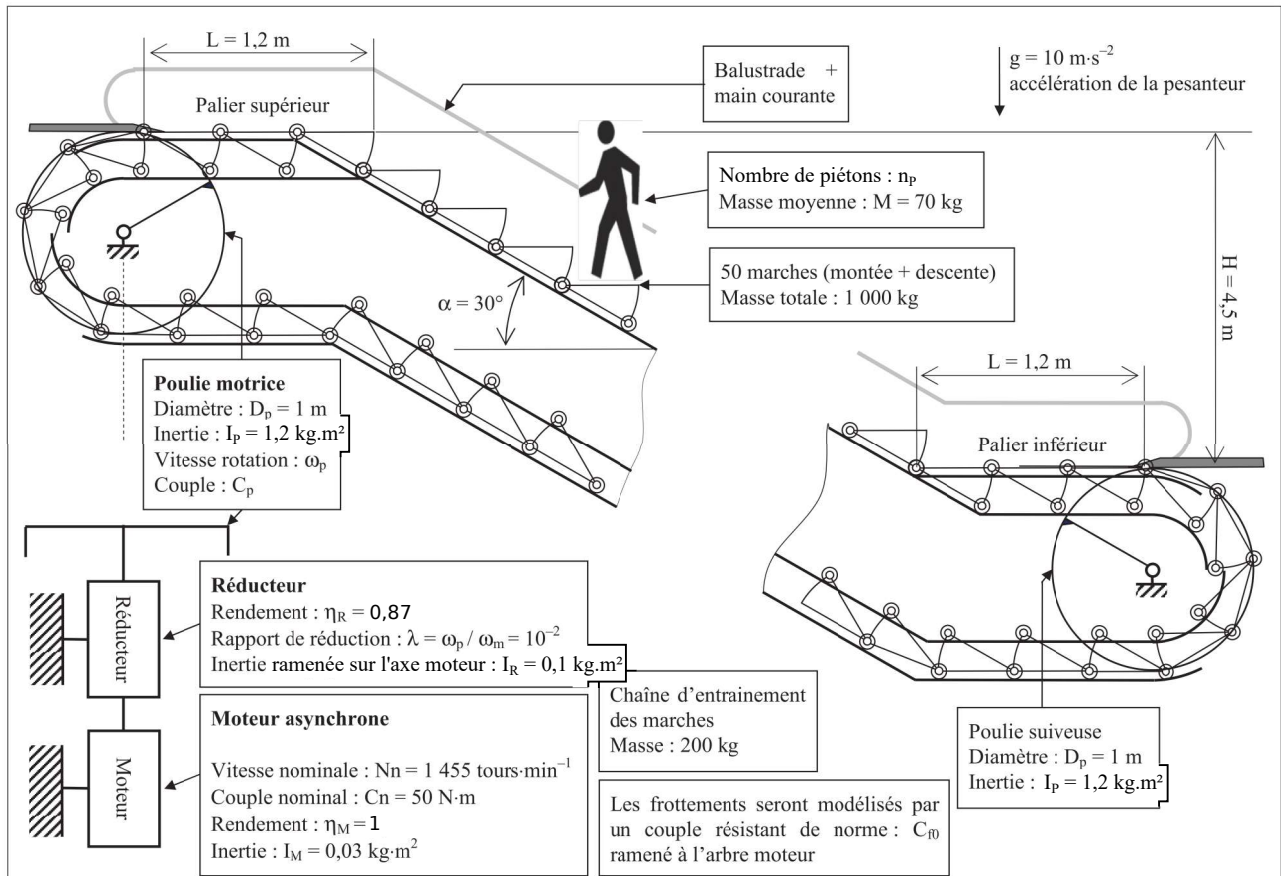
On note :  $E(t) = E_0 u(t)$  et  $P(t) = P_0 u(t)$  où  $u$  est la fonction échelon unitaire. Pour chacun des couples de fonction de transfert donnés ci-dessous, on demande de **déterminer l'erreur en régime permanent**.

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + 4p} \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{6}{p^2 + 2p + 4}$$

$$H(p) = \frac{1}{p + 4} \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{6}{p(p^2 + 2p + 4)}$$

$$H(p) = \frac{1}{p + 4} \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{6}{p^2 + 2p + 4}$$

## Déterminer l'équation de mouvement en fonction de $\omega_m$ (vitesse de rotation du moteur)

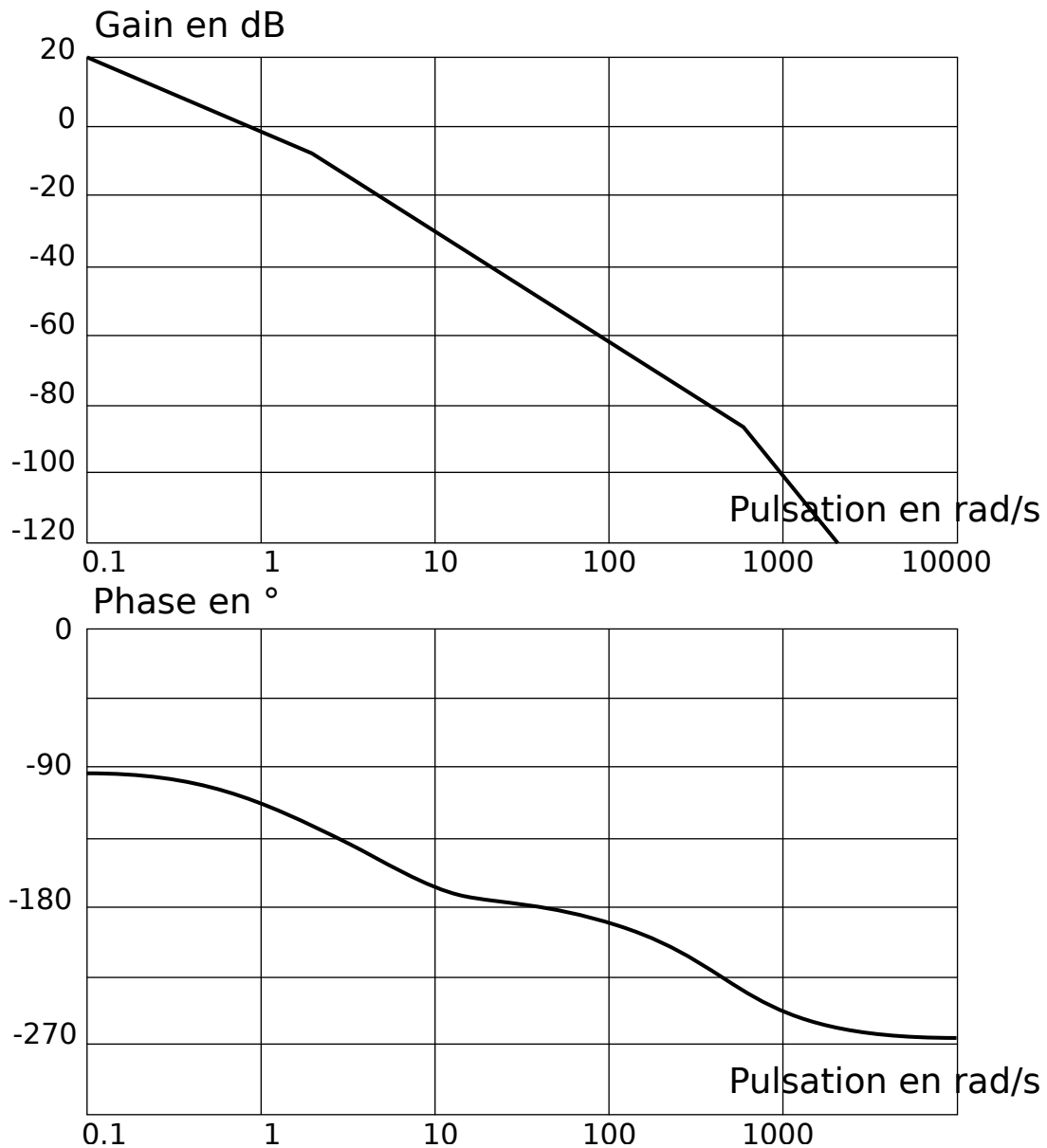


On suppose que les marches ont un mouvement de translation.



## Marges de stabilité

On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) non-corrigée d'un système asservi dont la FTBO complète est  $FTBO_{\text{corrigée}}(p) = C(p) \cdot FTBO_{\text{non-corrigée}}(p)$  avec  $C(p)$  l'expression dans le domaine de Laplace d'un correcteur :



Le cahier des charges impose une marge de phase  $M_\varphi > 45^\circ$  et une marge de gain  $M_G > 6\text{dB}$ . On souhaite aussi, pour la rapidité, une pulsation à 0 dB telle que  $\omega_{0\text{dB}} \geq 1 \text{ rad/s}$ .

En supposant que  $C(p) = k$ , quelles valeurs de  $k$  permettent de vérifier les marges de stabilité du cahier des charges ?

Quelle est la condition à respecter sur  $k$  pour que le critère de rapidité soit respecté ?

Que se passe-t-il pour  $C(p) = \frac{k_i}{p}$  ?

On choisit finalement  $C(p) = \frac{k_i}{p} \cdot \frac{1 + 10 \times p}{1 + 0,1 \times p}$ . La partie  $\frac{1 + 10 \times p}{1 + 0,1 \times p}$  permet d'ajouter  $80^\circ$  de degré de phase maximale en  $\omega_m$ .

Quelles valeurs de  $k_i$  permettent de respecter le cahier des charges ?

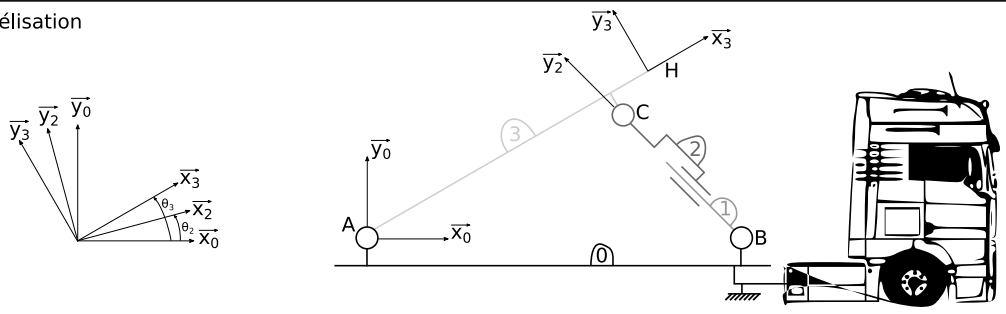


## Loi entrée-sortie



Système réel

Modélisation



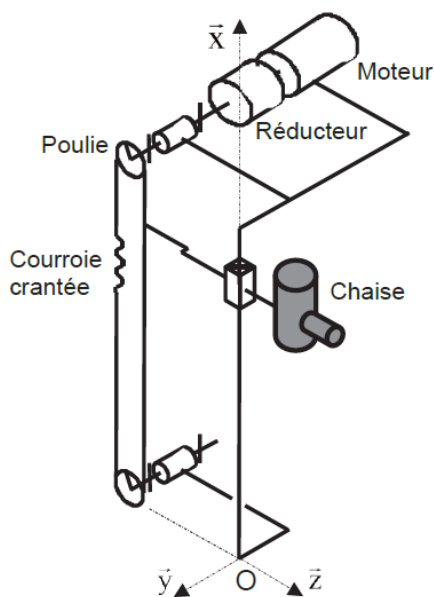
Paramétrage :

- $\vec{AB} = l_0 \vec{x}_0$        $\vec{AC} = l_{3x} \vec{x}_3 + l_{3y} \vec{y}_3$        $\vec{BC} = \lambda(t) \vec{y}_2$        $\vec{AH} = l_H \vec{x}_3$
- $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$        $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$

Donner une relation liant  $\theta_3$  à  $\lambda$ .



## Transmission de puissance



$C_m$  : couple électromécanique moteur  
 $P_{max}$  : la puissance maximale du moteur

$\omega_m$  : vitesse angulaire arbre moteur  
 $\omega_p$  : vitesse angulaire poulie  
 $V$  : vitesse linéaire du module  
 $\gamma$  : accélération du module

$J_m$  : moment d'inertie de l'arbre moteur  
 $J_p$  : moment d'inertie d'une poulie  
 $J_r$  : moment d'inertie du réducteur ramené à l'arbre moteur  
 $M$  : masse équivalente de la partie en mouvement

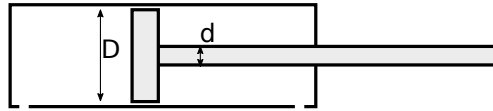
$R_p$  : rayon primitif d'une poulie crantée  
 $n$  : rapport de réduction  $n = \frac{\omega_p}{\omega_m}$

Déterminer  $V$  en fonction de  $\omega_m$ .

Donner l'inertie équivalente de l'ensemble des pièces en mouvement ramené sur l'arbre moteur.



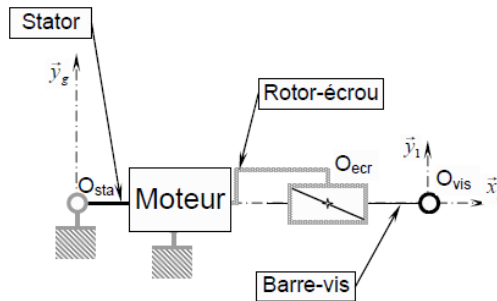
### Transmission de puissance



En sortie de tige du vérin, déterminer la relation entre  $\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{verin}}$  et la pression dans la chambre arrière. Déterminer les relations entre le débit de refoulement et la vitesse de sortie de tige puis entre le débit d'admission et la vitesse de sortie de tige.

En rentrée de tige du vérin, déterminer la relation entre  $\vec{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{verin}}$  et la pression dans la chambre avant. Déterminer les relations entre le débit de refoulement et la vitesse de rentrée de tige puis entre le débit d'admission et la vitesse de rentrée de tige.

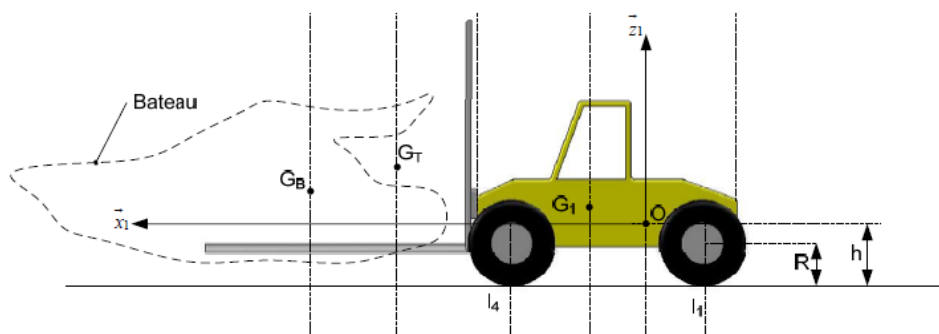
### Transmission de puissance



On note :  $p$ , le pas de la vis ;  $v$ , la vitesse d'avance du point  $O_{\text{vis}}$  et  $\omega$ , la vitesse de rotation de l'arbre en sortie du moteur.

Déterminer  $v$  en fonction de  $\omega$ .

### Condition de non-basculement



Donner la (les) condition(s) de non-basculement sans faire de calcul.

Quel isolement et quel théorème faut-il réaliser pour finir ce problème ?

### Puissances

Donner les puissances "à connaître" (faire un schéma).



## Apprentissage automatique

On dispose d'un algorithme, basé sur des réseaux de neurones, qui permet de prédire si une image est acceptable ou inappropriée pour être publiée sur un réseau social. On donne la matrice de confusion suivante :

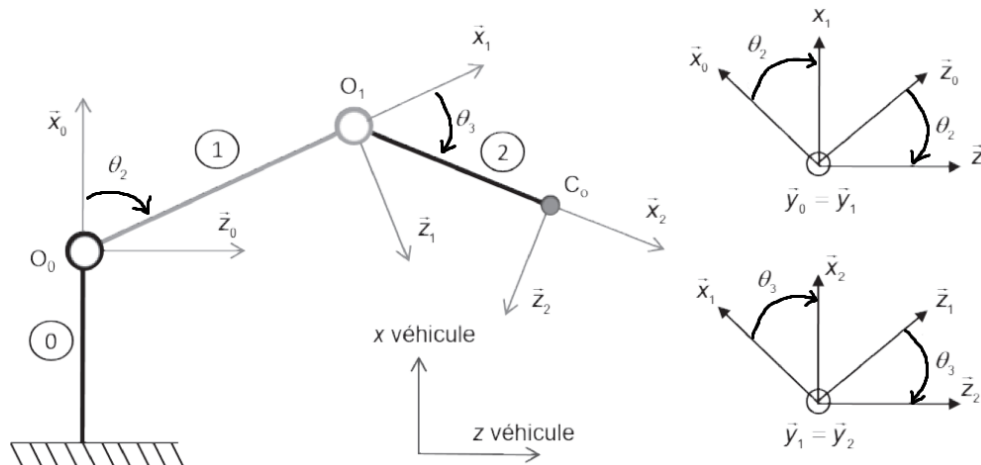
		Prédictions	
		Inappropriée	Acceptable
Vraies	Inappropriée	2.35	0.07
	Acceptable	0.02	0.06

Compléter les phrases ci-dessous avec la valeur numérique adaptée (en %).

- La justesse du modèle est de ..... %.
- Les images inappropriées sont bien prédites à hauteur de ..... %.
- Il y a ..... % des images testées qui étaient réellement acceptables.
- ..... % des images déclarées acceptables sont en réalité des images inappropriées.



## Géométrie, cinématique et équations de mouvement



On note  $L_1$ , la distance  $O_0O_1$  et  $L_2$ , la distance  $O_1C_0$ . Les pièces  $i$  sont des tiges de masse  $m_i$  et de moment d'inertie  $J_i$  autour de l'axe  $(G_i, \vec{y}_0)$  avec  $G_i$  le centre d'inertie (situé au milieu de la tige  $i$ ). Deux motoréducteurs permettent de mouvoir le système. Ces deux motoréducteurs, fixés aux deux articulations  $O_0$  et  $O_1$ , imposent des couples  $C_{m_{01}}$  (action motrice entre les solides 0 et 1) et  $C_{m_{12}}$  (action motrice entre les solides 1 et 2).

Refaire la(es) figure(s) de calcul nécessaire(s) pour que les angles soient bien représentés petits et positifs.

Déterminer les coordonnées du point  $C_0 = (z_c, x_c)$  dans le repère  $(O_0, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$ .

Calculer  $\vec{V}_{G_1 \in 1/0}$  et  $\vec{V}_{G_2 \in 2/0}$  de deux manières différentes.

Déterminer  $C_{m_{01}}$  et  $C_{m_{12}}$  (étude en dynamique).