

Révisions de cinématique et de géométrie

PSI - MP : Lycée Rabelais



Pré-requis

Géométrie vectorielle

Cours de première année sur la cinématique



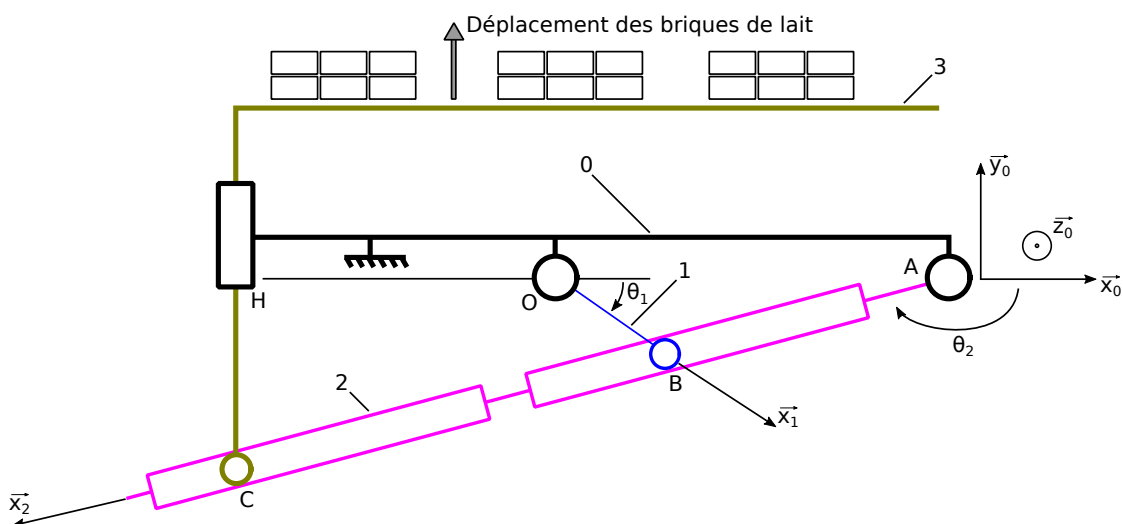
Objectifs

Savoir exploiter une fermeture géométrique

Savoir calculer une vitesse

1 Palettiseur pour l'industrie laitière ★

Les briques de lait de 1 L sont stockées par packs de 6 et déposées sur des palettes pour faciliter le transport par camion. Dans une chaîne de conditionnement, on utilise souvent des poussoirs qui permettent de mouvoir tout un lot de briques. On se propose d'étudier un de ces poussoirs représenté sur le schéma ci-dessous.



Le cahier des charges impose une course de la pièce 3 de 50 cm au minimum.

Le bâti est noté 0. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle 1. Par l'intermédiaire de deux liaisons sphère-cylindre en B et C, le mouvement de rotation de la pièce 1 modifie la position de la pièce 3.

On donne le paramétrage suivant :

- $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$; $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$
- $\vec{AB} = \mu \vec{x}_2$; $\vec{AC} = \lambda \vec{x}_2$; $\vec{HC} = y \vec{y}_0$; $\vec{OB} = R \vec{x}_1$; $\vec{HA} = L \vec{x}_0$; $\vec{OA} = L_1 \vec{x}_0$
- $R = 0,15 \text{ m}$; $L = 2L_1 = 0,5 \text{ m}$

Les distances λ , μ , x et y sont variables.

Question 1. Mettre en place les figures de changement de base.

Question 2. Écrire la fermeture géométrique (OAB).

Question 3. Déterminer une relation entre la longueur μ et l'angle θ_1 . Quelle doit être la course du point B dans la liaison entre les pièces 1 et 2 ?

Question 4. Écrire la fermeture géométrique (HAC).

Question 5. En déduire la loi entrée-sortie sous la forme $y = f(\theta_1)$ où f est une fonction à déterminer.

Question 6. Déterminer la course du poussoir 3. Conclure vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges.

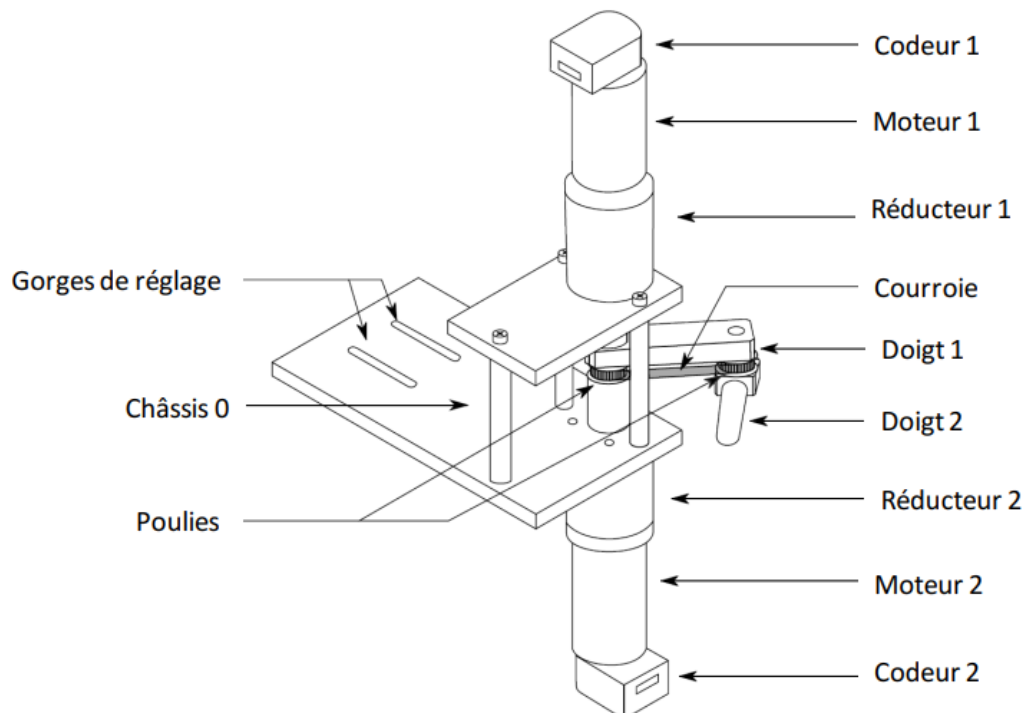
Question 7. Déterminer le débattement angulaire de la pièce 2.

2 Robot DRoPiC : pinceur de corde ★

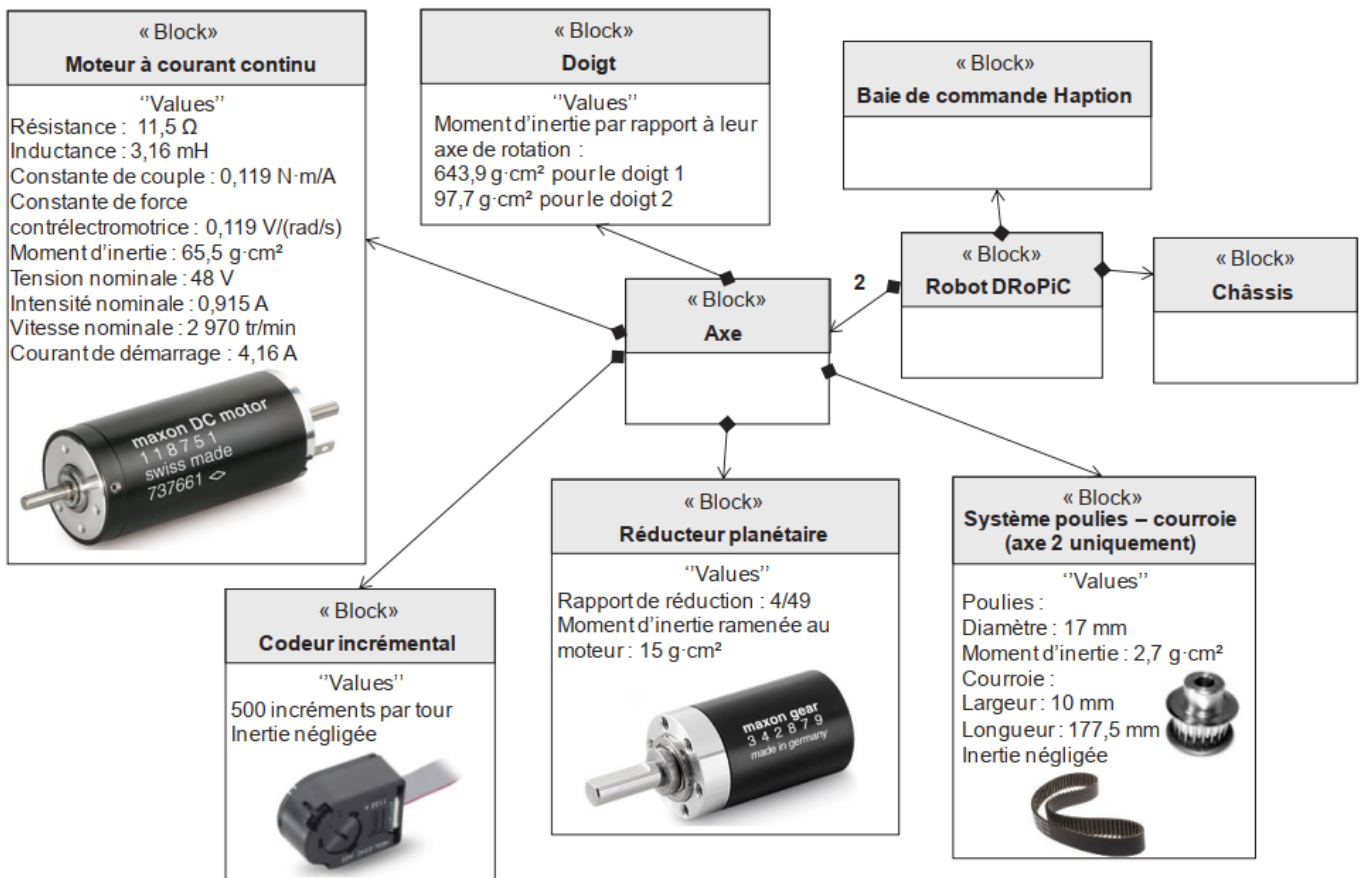
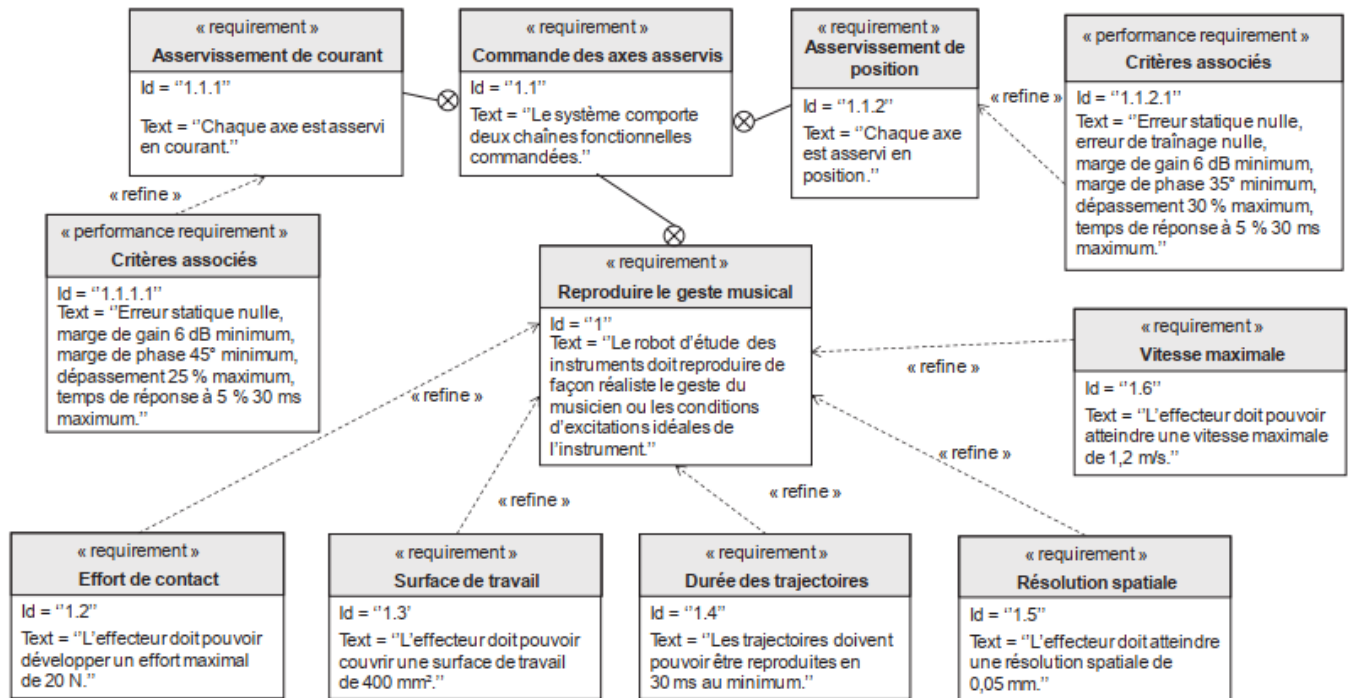
Dans le domaine musical, la robotique est utilisée pour deux cas d'application distincts :

- jouer d'un ou de plusieurs instrument(s) de musique pour les robots musiciens ;
- reproduire les gestes musicaux pour les robots d'étude des instruments.

L'étude se focalisera ici sur le clavecin, instrument à cordes pincées et à clavier. On s'intéresse plus particulièrement aux deux doigts robotisés permettant de pincer la corde. Ces deux doigts sont notés 1 et 2.

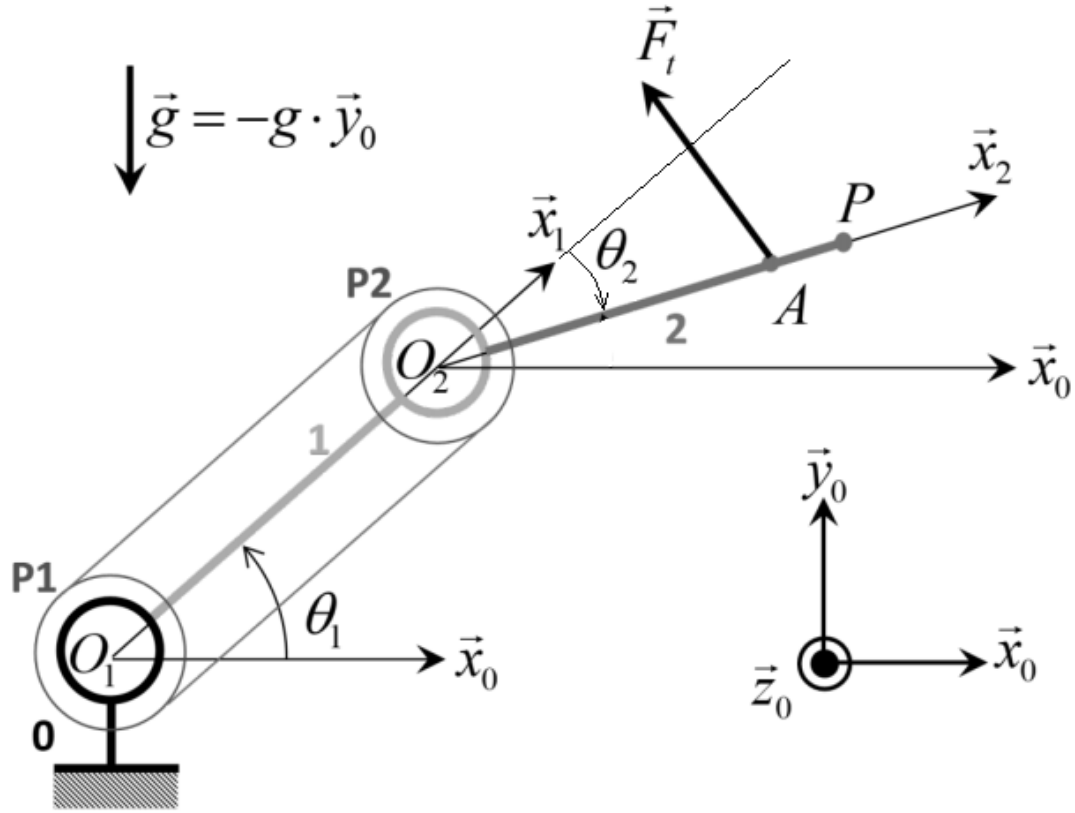


Les exigences attendues sont résumées dans le diagramme des exigences ci-dessous. Les caractéristiques des constituants sont également référencés.



Le doigt 1 est en liaison pivot avec le bâti 0 d'axe $(O_1, \vec{z}_0)$, il dispose donc d'un degré de liberté noté $\theta_1(t)$ par

rapport à 0. La rotation est actionnée par un motoréducteur 1 exerçant un couple $C_{r1}\vec{z}_0$ sur le doigt 1. Le doigt 2 est en liaison pivot avec le doigt 1 d'axe $(O_2, \vec{z}_0)$, il dispose donc d'un degré de liberté noté $\theta_2(t)$ par rapport à 1. La rotation est actionnée par un motoréducteur 2 exerçant un couple $C_{r2}\vec{z}_0$ sur le doigt 2 par l'intermédiaire d'une transmission à poulies-courroie. Le stator du groupe motoréducteur 2 est donc solidaire du bâti 0.



Solides	1	2
Paramétrage géométrique	$\overrightarrow{O_1O_2} = l_1\vec{x}_1$	$\overrightarrow{O_2P} = l_2\vec{x}_2$ $\overrightarrow{O_2A} = a_2\vec{x}_2$
	$l_1 = 45 \text{ mm}$	$l_2 = 45 \text{ mm}$

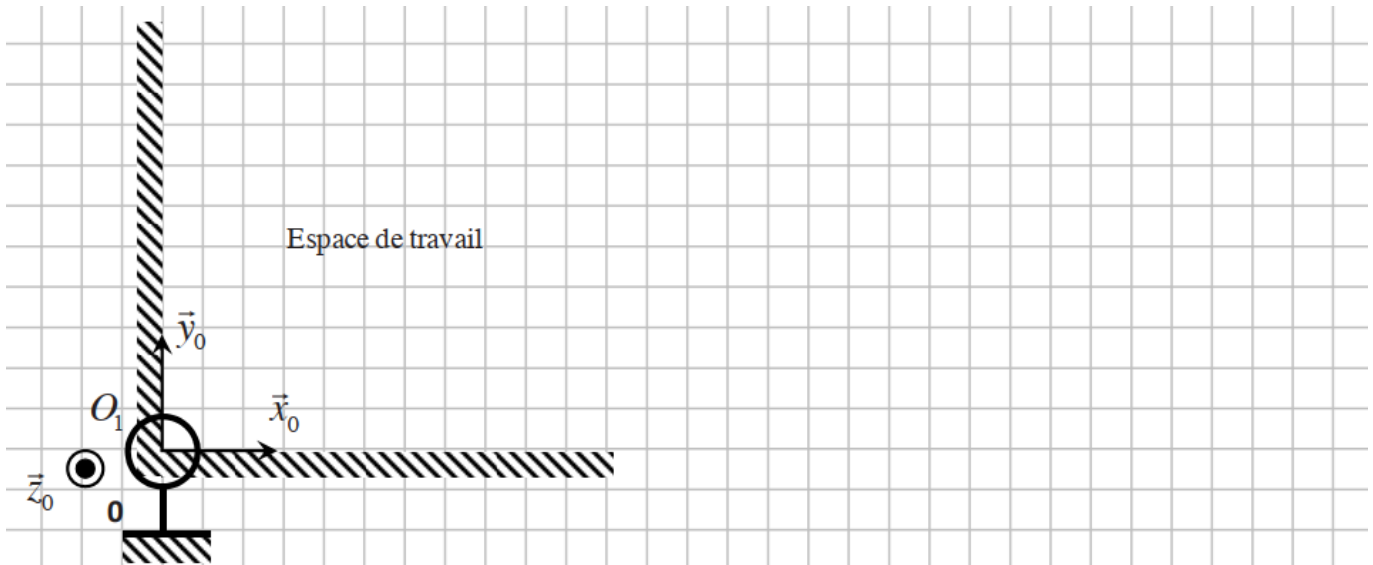
Solides/0	Mouvements	Paramètres
1/0	Rotation d'axe $(O_1, \vec{z}_0)$	$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
2/1	Rotation d'axe $(O_2, \vec{z}_0)$	$\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$

2.1 Validation de l'exigence de surface de travail

Afin de limiter les interférences avec l'environnement de travail du robot, l'espace dans lequel les doigts 1 et 2 du robot évoluent est limité par deux butées représentées sur le document réponse.

L'ensemble des points constituant les doigts 1 et 2 (seuls les segments $[O_1O_2]$ et $[O_2P]$ seront pris en compte) doivent être contenus entre les deux droites $(O_1, \vec{x}_0)$ et $(O_1, \vec{y}_0)$.

Question 1. Représenter, sur le document réponse ci-dessous à l'échelle 1 : 2, l'enveloppe de la surface atteignable par le point P , extrémité du doigt 2. Déterminer l'aire de travail du robot et conclure quant au respect de l'exigence de surface de travail.



2.2 Modèles géométriques et cinématiques

On note $x(t)$ et $y(t)$ les coordonnées cartésiennes du point P telles que :

$$\overrightarrow{O_1P} = x(t)\vec{x}_0 + y(t)\vec{y}_0$$

Il est courant en robotique de nommer les angles $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ les coordonnées articulaires du robot.

La commande de trajectoire du point P nécessite d'établir un modèle géométrique et cinématique entre les coordonnées articulaires et cartésiennes du robot. On cherche alors un modèle sous la forme ci-dessous, où $[J]$ est appelée matrice jacobienne du modèle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = [J] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \end{bmatrix}$$

Question 2. Exprimer la matrice jacobienne $[J]$ en fonction de ℓ_1 , ℓ_2 , $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$. Quel est l'intérêt d'avoir une matrice jacobienne inversible ?

2.3 Validation de l'exigence de vitesse maximale

On cherche maintenant à déterminer si l'exigence de vitesse maximale peut être vérifiée par les moteurs. La vitesse maximale du point P dans son mouvement par rapport au bâti 0 doit pouvoir être atteinte lorsque chaque moteur fonctionne seul ($\omega_{m1}(t) = 0$ si $\omega_{m2}(t) \neq 0$ et vice-versa). On considère de plus que la situation la plus défavorable correspond à la situation où seul le doigt 2 est actionné.

Question 3. Calculer la vitesse $\vec{V}_{P,2/0}$ et la mettre sous la forme $\vec{V}_{P,2/0} = \mathcal{V}_1(t) \cdot \vec{y}_1 + \mathcal{V}_2(t) \cdot \vec{y}_2$ où $\mathcal{V}_1(t)$ et $\mathcal{V}_2(t)$ dépendront de ℓ_1 , ℓ_2 , $\dot{\theta}_1(t)$ et $\dot{\theta}_2(t)$.

Question 4. Exprimer la norme de la vitesse $\|\vec{V}_{P,2/0}\|$ notée V_P en fonction de ℓ_1 , ℓ_2 , $\theta_2(t)$, $\dot{\theta}_1(t)$ et $\dot{\theta}_2(t)$.

Question 5. Dans la configuration la plus défavorable, déterminer la relation entre la vitesse de rotation $\omega_{m2}(t)$ de l'axe moteur et la norme de la vitesse V_P du point P .

Question 6. Dédire des questions précédentes si l'exigence de vitesse maximale peut être vérifiée par les moteurs.

2.4 Validation de l'exigence de résolution spatiale

On définit ici la résolution spatiale notée Δ_P (en mètre) comme la distance parcourue par le point P entre deux incréments successifs des codeurs. On définit la résolution des codeurs notée $\Delta\theta_{Ci}$ (en radian) comme la plus petite variation angulaire détectable par le codeur sur l'axe moteur.

Question 7. On considère tout d'abord que seul le doigt 2 est actionné ; le doigt 1 est donc immobile. Établir la relation entre la résolution spatiale notée Δ_P et la résolution du codeur lié au doigt 2 notée $\Delta\theta_{C2}$. Conclure quant au respect de l'exigence.

Question 8. En considérant maintenant la situation "doigts tendus" $\theta_2(t) = 0$, établir la relation entre la résolution spatiale notée Δ_P et la résolution du codeur lié au doigt 1 notée $\Delta\theta_{C1}$. Conclure quant au respect de l'exigence.