



Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom :

Prénom :

Emplacement
QR Code

Filière :

Session :

Épreuve de : **SCIENCES INDUSTRIELLES**

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Exercice d'application - Robotique

Question 1. Donner les stratégies d'isolement (isolement, théorème avec éventuellement le point de calcul et projection) sous forme de tableau pour déterminer $C_{01}(t)$, $F_{12}(t)$ et $C_{23}(t)$.

Force ou couple recherché	Isolement	Théorème (éventuellement point de calcul)	Projection
$C_{01}(t)$	$\{1, 2, 3\}$	Moments en A	$\vec{z}$
$F_{12}(t)$	$\{2, 3\}$	Résultantes	$\vec{z}_{12}$
$C_{23}(t)$	3	Moments en C	$\vec{y}_{12}$

Question 2. Déterminer l'expression de $C_{23}(t)$ en fonction de m_3 notamment.

J'isole donc 3 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- poids $\rightarrow 3$
- 2 piv. $\rightarrow 3$
- 2 mot. $\rightarrow 3$

le th. des moments en C en projection sur $\vec{y}_{12}$ donne :

$$\vec{M}_{C, \text{poids} \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_{12} + \vec{M}_{C, 2 \text{ piv.} \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_{12} + \vec{M}_{C, 2 \text{ mot.} \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_{12} = 0$$

Et $\vec{M}_{C, \text{poids} \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_{12} = \vec{M}_{O, \text{poids} \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_{12} + (\vec{CO} \wedge (-m_3 \cdot g \cdot \vec{y})) \cdot \vec{y}_{12}$

$= l_3 \cdot \vec{z}_3$

$$(\vec{z}_3 \wedge \vec{y}) \cdot \vec{y}_{12} = ((\cos \alpha \cdot \vec{z}_{12} + \sin \alpha \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y}) \cdot \vec{y}_{12}$$

$$= \cos \alpha \cdot \dots \cdot \vec{x} \cdot \vec{y}_{12} + \sin \alpha \cdot \vec{z} \cdot \vec{y}_{12}$$

$$= \sin \alpha \cdot \sin \theta$$

Donc $-l_3 \cdot m_3 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta + C_{23} = 0$

Donc $C_{23} = l_3 \cdot m_3 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta$

Question 3. La motorisation est-elle adaptée pour faire face à toutes les configurations possibles du robot ? Justifier.

Dans la pire des situations : $|C_{23}|_{\max} = l_3 \cdot m_3 \cdot g \approx 0,59 \text{ N.m}$

Je sais que $\frac{C_{23}}{C_{\text{mot}}} = \frac{1}{n}$ donc $|C_{\text{mot}}|_{\max} \approx 5,9 \text{ mN.m} < 52 \text{ mN.m}$

couple maximale
à l'entrée du moteur.

La motorisation est donc bien adaptée.

Question 4. On se place dans la configuration particulière où $\alpha(t) = 0$. Exprimer alors la vitesse $\vec{V}_{D \in 3/0}$ en fonction de $z(t)$, $\theta(t)$, leurs dérivés et les paramètres géométriques.

$$\vec{V}_{D \in 3/0} = \vec{V}_{D \in 3/2} + \vec{V}_{D \in 2/1} + \vec{V}_{D \in 1/0}$$

$\vec{V}_{D \in 3/2} = \vec{0}$ car $\dot{\alpha} = 0$

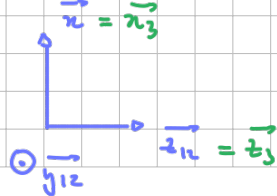
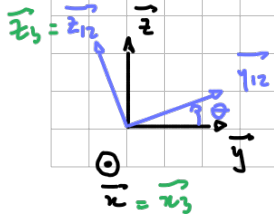
$\vec{V}_{D \in 2/1} = \dot{z} \cdot \vec{z}_{12}$

$$\vec{V}_{D \in 1/0} = -(l_3 + z) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_{12} + l_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{z}_{12}$$

Donc : $\vec{V}_{D \in 3/0} = -(l_3 + z) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_{12} + (l_2 \cdot \dot{\theta} + \dot{z}) \cdot \vec{z}_{12}$

Et $\vec{V}_{D \in 1/0} = \vec{A}_{A \in 1/0} + \vec{OA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$

$$= -(l_3 \cdot \vec{z}_3 + l_1 \cdot \vec{y}_{12} + z \cdot \vec{z}_{12}) \wedge (\dot{\theta} \cdot \vec{z}_y)$$



Question 5. Déterminer l'expression de la valeur maximale qui peut être atteinte en bout de robot.

$$\|\vec{V}_{D \in 3/0}\| = \sqrt{(l_3 + z_0)^2 \cdot \dot{\theta}^2 + l_2^2 \cdot \dot{\theta}^2}$$

3500 tr/min

$$\|\vec{V}_{D \in 3/0}\|_{\max} = \sqrt{(l_3 + z_0)^2 + l_2^2} \cdot |\dot{\theta}|_{\max} \quad \text{avec } z_0 = 20 \text{ cm et } |\dot{\theta}|_{\max} = n \cdot \omega_{\max}$$

Question 6. La norme impose que cette vitesse en bout de robot ne doit pas dépasser 1,3 m/s. Cette contrainte est-elle respectée ?

ce qui donne : $\|\vec{V}_{D \in 3/0}\|_{\max} \approx 0,42 \text{ m/s} < 1,3 \text{ m/s}$. La norme est bien respectée.

$$3500 \text{ tr/min} \approx 3500 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \approx 367 \text{ rad/s}$$

Problème - Système d'orientation d'une antenne

A - Étude géométrique.

Question 1. Donner l'expression de z en fonction de θ_1 .

$$\vec{O_1A} + A\vec{O_2} + \vec{O_2O_1} = \vec{0} \Leftrightarrow L \cdot \vec{y}_1 - z \cdot \vec{z}_{23} - h_y \cdot \vec{y} + h_z \cdot \vec{z} = \vec{0}$$

$$\text{Donc: } \begin{cases} L \cdot \cos \theta_1 + z \cdot \sin \theta_{23} - h_y = 0 \\ L \cdot \sin \theta_1 - z \cdot \cos \theta_{23} + h_z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Donc: } z^2 = (L \cdot \cos \theta_1 - h_y)^2 + (L \cdot \sin \theta_1 + h_z)^2$$

$$\text{Donc: } z = \sqrt{(L \cdot \cos \theta_1 - h_y)^2 + (L \cdot \sin \theta_1 + h_z)^2}$$

Question 2. On veut que l'antenne puisse s'incliner de $\pm 30^\circ$. Quelle est donc la course minimale du vérin ?

On voit que pour $\theta = -30^\circ$, $z = z_{\min}$ et donc $z_{\min} \approx 202 \text{ mm}$;
($z = 0,52 \text{ rd}$)
et " $\theta = 30^\circ$, $z = z_{\max}$ donc $z_{\max} \approx 298 \text{ mm}$.

Une course $\Delta z = z_{\max} - z_{\min} \approx 96 \text{ mm}$ est donc nécessaire.

B - Calcul de la pression nécessaire.

Question 3. Montrer que $\vec{R}_{1 \rightarrow 3}$ peut s'écrire $\vec{R}_{1 \rightarrow 3} = Z_{13} \cdot \vec{z}_{23}$.

J'isole $\{2,3\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes:

- $1 \rightarrow 3$
- $0 \rightarrow 2$

Ces actions mécaniques peuvent être modélisées par des glisseurs (liaisons rotules) appliqués en A et O_2 .

L'ensemble $\{2,3\}$ n'est donc soumis qu'à 2 glisseurs, les résultantes sont

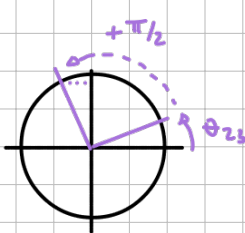
donc dirigés par $\vec{AO_2}$ et donc par $\vec{z}_{23}$.

$$\text{Ainsi: } \vec{R}_{1 \rightarrow 3} = z_{13} \cdot \vec{z}_{23}$$

Question 4. Montrer que $Z_{13} = -F$. Vous préciserez notamment le ou les solides isolés, le théorème et la projection utilisée.

J'isole 3 soumis aux actions mécaniques extérieures : 2 $\xrightarrow{P, g}$ 3 ✗ 2 $\xrightarrow{h_{12}}$ 3 ✓ 1 $\rightarrow$ 3 ✓ J'écris le th. de résultante en	projection sur $\vec{z}_{23}$: $\cancel{\vec{R}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_{23}} + \underbrace{\vec{R}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_{23}}_F + \underbrace{\vec{R}_{1 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_{23}}_{Z_{13}} = 0$ Donc $Z_{13} = -F$
---	---

Question 5. Déterminer l'expression de F en fonction de m, θ_1 et θ_{23} notamment.

J'isole 1 soumis aux actions mécaniques extérieures : $p_{d0} \rightarrow 1$ - $0 \rightarrow 1$ ✗ $3 \rightarrow 1$ ✓ et $\vec{R}_{3 \rightarrow 1} = F \cdot \vec{z}_{23}$ J'écris le th. des moments en O_1 et en projection sur $\vec{n}$: $\vec{M}_{O_1, p_{d0} \rightarrow 1} \cdot \vec{n} + \cancel{\vec{M}_{O_1, 0 \rightarrow 1} \cdot \vec{n}} + \vec{M}_{O_1, 3 \rightarrow 1} \cdot \vec{n} = 0$ $\vec{M}_{O_1, p_{d0} \rightarrow 1} \cdot \vec{n} = \cancel{\vec{M}_{G, p_{d0} \rightarrow 1} \cdot \vec{n}} + (\underbrace{\vec{O_1 G}}_{z_G \cdot \vec{z}_1} \wedge (-m \cdot g \cdot \vec{z})) \cdot \vec{n}$	$\vec{M}_{O_1, p_{d0} \rightarrow 1} \cdot \vec{n} = z_G \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta_1$ $\vec{M}_{O_1, 3 \rightarrow 1} \cdot \vec{n} = \cancel{\vec{M}_{O_1, 3 \rightarrow 1} \cdot \vec{n}} + (\underbrace{\vec{O_1 A_1}}_{L \cdot \vec{y}_1} \wedge (F \cdot \vec{z}_{23})) \cdot \vec{n}$ $= L \cdot F \cdot \sin(-\theta_1 + \theta_{23} + \frac{\pi}{2})$ $= L \cdot F \cdot \cos(\theta_{23} - \theta_1)$  Donc : $F = - \frac{z_G \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta_1}{L \cdot \cos(\theta_{23} - \theta_1)}$
--	---

Question 6. Détermination du ou des vérins compatibles.

- On veut course $> 96 \text{ mm}$ donc les vérins "A" et "C" sont inadaptés.
 - Si $\theta_1 > 0$, le vérin travaille en entrée de tige et il faut $F_{\max, \text{vérin}} \approx 650 \text{ N}$.
 - Si $\theta_1 < 0$, le vérin travaille en sortie de tige et il faut $F_{\max, \text{vérin}} \approx 165 \text{ N}$.
- Vérin B : $F_{\max, \text{entrée}} = (10 \text{ bars}) \times (0,84 \text{ cm}^2) \approx 84 \text{ N} < 650 \text{ N} \rightarrow$ inadapté.
- " D : $F_{\max, \text{entrée}} = (10 \text{ bars}) \times (9,9 \text{ cm}^2) \approx 990 \text{ N} > 750 \text{ N} : \text{OK}$
- $F_{\max, \text{sortie}} = (10 \text{ bars}) \times (10,7 \text{ cm}^2) \approx 1070 \text{ N} > 165 \text{ N} : \text{OK}$
- Conclusion : seul le vérin D est adapté.