

Devoir de Sciences de l'ingénieur

MP/PSI : Lycée Rabelais

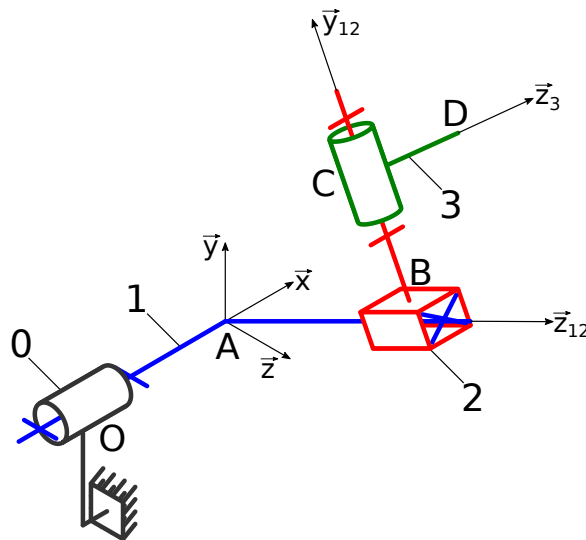
Durée : 2 heures.

L'ensemble des réponses sont à rendre sur le document-réponse fourni.

Calculatrice autorisée.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice d'application - Robotique



On considère le robot dont la cinématique est définie par le schéma ci-dessus.

Pour le paramétrage, on définit les éléments suivants :

- Le bâti (noté 0) est associé au repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$;
- Le solide 1, associé au repère $(A, \vec{x}, \vec{y}_{12}, \vec{z}_{12})$, est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{x})$ avec le bâti. On a $\theta(t) = (\vec{y}, \vec{y}_{12}) = (\vec{z}, \vec{z}_{12})$ où θ est une fonction du temps.
- Le solide 2, associé au repère $(B, \vec{x}, \vec{y}_{12}, \vec{z}_{12})$, est en liaison glissière de direction $\vec{z}_{12}$ avec le solide 1. On note $\overrightarrow{AB} = z(t) \cdot \vec{z}_{12}$ où z est une fonction du temps.
- Le solide 3, associé au repère $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_{12}, \vec{z}_3)$, est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{y}_{12})$ avec le solide 2. On a $\alpha(t) = (\vec{z}_{12}, \vec{z}_3) = (\vec{x}, \vec{x}_3)$ où α est une fonction du temps.

On donne aussi les longueurs suivantes :

- $\overrightarrow{OA} = \ell_1 \cdot \vec{x}$ et $\ell_1 = 120 \text{ mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = \ell_2 \cdot \vec{y}_{12}$ et $\ell_2 = 90 \text{ mm}$;
- $\overrightarrow{CD} = \ell_3 \cdot \vec{z}_3$ et $\ell_3 = 50 \text{ mm}$.

On néglige l'ensemble des masses des solides à l'exception de la masse du solide 3. On suppose que ce solide a une masse $m_3 = 1,2 \text{ kg}$ et que son centre d'inertie est le point D . $\vec{y}$ est la verticale ascendante et on prendra $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ pour l'accélération de la pesanteur.

Toutes les liaisons sont motorisées. Les différentes actions de motorisation sont représentées par les torseurs suivants :

$$\{0 \xrightarrow{\text{mot}} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^{\text{mot}} = \vec{0} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^{\text{mot}} = C_{01}(t) \cdot \vec{x} \end{cases} ; \{1 \xrightarrow{\text{mot}} 2\} = \begin{cases} \vec{R}_{1 \rightarrow 2}^{\text{mot}} = F_{12}(t) \cdot \vec{z}_{12} \\ \vec{M}_{1 \rightarrow 2}^{\text{mot}} = \vec{0} \end{cases} ; \{2 \xrightarrow{\text{mot}} 3\} = \begin{cases} \vec{R}_{2 \rightarrow 3}^{\text{mot}} = \vec{0} \\ \vec{M}_{2 \rightarrow 3}^{\text{mot}} = C_{23}(t) \cdot \vec{y}_{12} \end{cases}$$

Bien entendu, C_{01} , F_{12} et C_{23} sont des fonctions du temps.

Question 1. Donner les stratégies d'isolement (isolement, théorème avec éventuellement le point de calcul et projection) sous forme de tableau pour déterminer $C_{01}(t)$, $F_{12}(t)$ et $C_{23}(t)$.

Question 2. Déterminer l'expression de $C_{23}(t)$ en fonction de m_3 notamment.

Pour motoriser les liaisons pivots entre les solides 0 et 1 d'une part et 2 et 3 d'autre part, on souhaite utiliser des motorisations similaires. Les caractéristiques sont un couple maximale en sortie du moteur de 52 mN.m et l'utilisation d'un réducteur ayant un rapport de réduction $r = 1/100$. La vitesse de rotation maximale en sortie du moteur est de 3500 tr/min.

Question 3. La motorisation est-elle adaptée pour faire face à toutes les configurations possibles du robot ? Justifier.

Question 4. On se place dans la configuration particulière où $\alpha(t) = 0$. Exprimer alors la vitesse $\vec{V}_{D \in 3/0}$ en fonction de $z(t)$, $\theta(t)$, leurs dérivés et les paramètres géométriques. Vous exprimerez votre résultat sous la forme $\vec{V}_{D \in 3/0} = \mathcal{V}_y(t) \cdot \vec{y}_{12} + \mathcal{V}_z(t) \cdot \vec{z}_{12}$.

La géométrie du robot impose que $z(t) \in [0, 20]$ (en cm). On supposera que $z(t) = z_0$ est une constante de cet intervalle.

Question 5. Déterminer l'expression de la valeur maximale qui peut être atteinte en bout de robot en fonction de z_0 notamment.

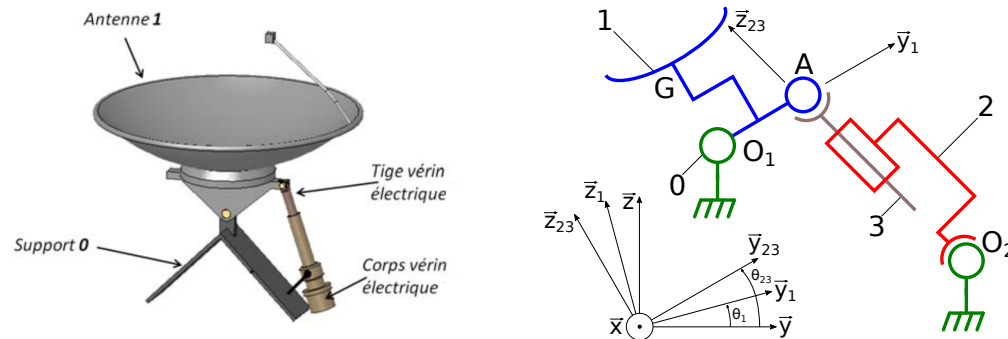
Question 6. La norme impose que cette vitesse en bout de robot ne doit pas dépasser 1,3 m/s. Cette contrainte est-elle respectée ?

Problème - Système d'orientation d'une antenne

Le système d'orientation d'antenne ci-contre permet, grâce à une télécommande, de régler à distance l'orientation de sa parabole afin d'optimiser la réception des chaînes de télévision. Pour cela, le vérin est alimenté en énergie hydraulique par une servo-vanne, de façon à faire rentrer ou sortir la tige et obtenir ainsi la position de l'antenne désirée. Le vérin est l'ensemble {2, 3}, l'action mécanique de l'huile est représentée par le torseur glisseur suivant :

$$\{2 \xrightarrow{\text{huile}} 3\} = \begin{cases} \vec{R}_{2 \rightarrow 3}^{\text{huile}} = F \cdot \vec{z}_{23} \\ \vec{M}_{A, 2 \rightarrow 3}^{\text{huile}} = \vec{0} \end{cases}$$

Toutes les liaisons cinématiques sont représentées sur le schéma ci-dessous :



On retrouve donc :

- Une liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{x})$ entre le bâti 0 et l'antenne 1 ;
- Une liaison rotule de centre A entre l'antenne 1 et la tige du vérin 3 ;
- Une liaison rotule de centre O_2 entre le bâti 0 et le corps du vérin 2.

On propose le paramétrage suivant :

- $\vec{O_2A} = z(t) \cdot \vec{z}_{23}$ où z est une fonction du temps ;
- $\vec{O_1A} = L \cdot \vec{y}_1$ où $L = 120$ mm est une constante ;
- $\vec{O_1O_2} = h_y \vec{y} - h_z \vec{z}$ où $h_y = 250$ mm et $h_z = 200$ mm sont des constantes ;
- $\theta_{23} = (\vec{y}, \vec{y}_{23}) = (\vec{z}, \vec{z}_{23})$ et $\theta_1 = (\vec{y}, \vec{y}_1) = (\vec{z}, \vec{z}_1)$ où θ_{23} et θ_1 sont des fonctions du temps.
- Seule la masse de l'antenne 1, notée $m \approx 15$ kg, est prise en compte dans ce problème. On note G, le centre de gravité de cette pièce 1 avec $\vec{O_1G} = z_G \vec{z}_1$ où $z_G = 270$ mm. $\vec{z}$ est ici la verticale ascendante et $g = 9,81$ m/s² est l'accélération de pesanteur.
- Les mouvements de l'antenne sont suffisamment lents pour que l'application du principe fondamental de la statique soit possible.

L'objectif de ce sujet est de choisir un vérin adapté parmi ceux qui seront proposés.

A - Étude géométrique.

Question 1. Donner l'expression de z en fonction de θ_1 .

On donne en annexe l'évolution de z en fonction de θ_1 .

Question 2. On veut que l'antenne puisse s'incliner de $\pm 30^\circ$. Quelle doit être la course minimale du vérin ?

B - Étude des actions mécaniques.

Question 3. Montrer que $\vec{R}_{1 \rightarrow 3}$ peut s'écrire $\vec{R}_{1 \rightarrow 3} = Z_{13} \cdot \vec{z}_{23}$.

Question 4. Montrer que $Z_{13} = -F$. Vous préciserez notamment le ou les solides isolés, le théorème et la projection utilisée.

Question 5. Déterminer l'expression de F en fonction de m , θ_1 et θ_{23} notamment.

On souhaite utiliser une pompe permettant d'alimenter le circuit hydraulique avec une pression de 10 bars. On envisage les quatre vérins suivants :

Vérin	Section utile du piston en sortie de tige (cm ²)	Section utile du piston en rentrée de tige (cm ²)	Course du vérin (mm)
Vérin "A"	1,13	0,84	50
Vérin "B"	1,13	0,84	100
Vérin "C"	10,7	9,9	50
Vérin "D"	10,7	9,9	100

Question 6. En vous aidant des courbes fournies en annexe, indiquer le ou les vérins compatibles avec l'utilisation envisagée.

- Annexes -

