Centre d'intérêt 2

Modélisation d'un système asservi

PSI - MP : Lycée Rabelais

Pré-requis

Toutes les notions vues en première année (résumé de cours fourni)

Objectifs

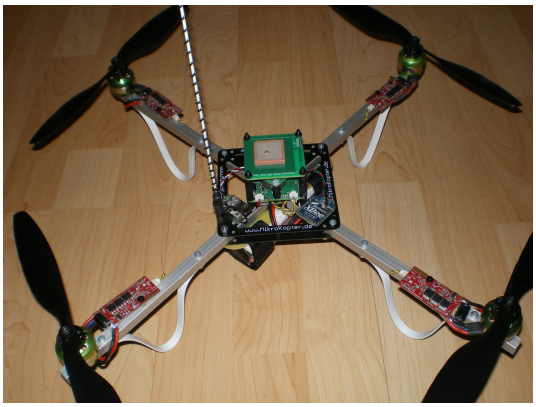
Être capable de modéliser un système asservi

Être capable de déterminer de prédire les performances d'un système asservi

Être capable de déterminer d'identifier un modèle

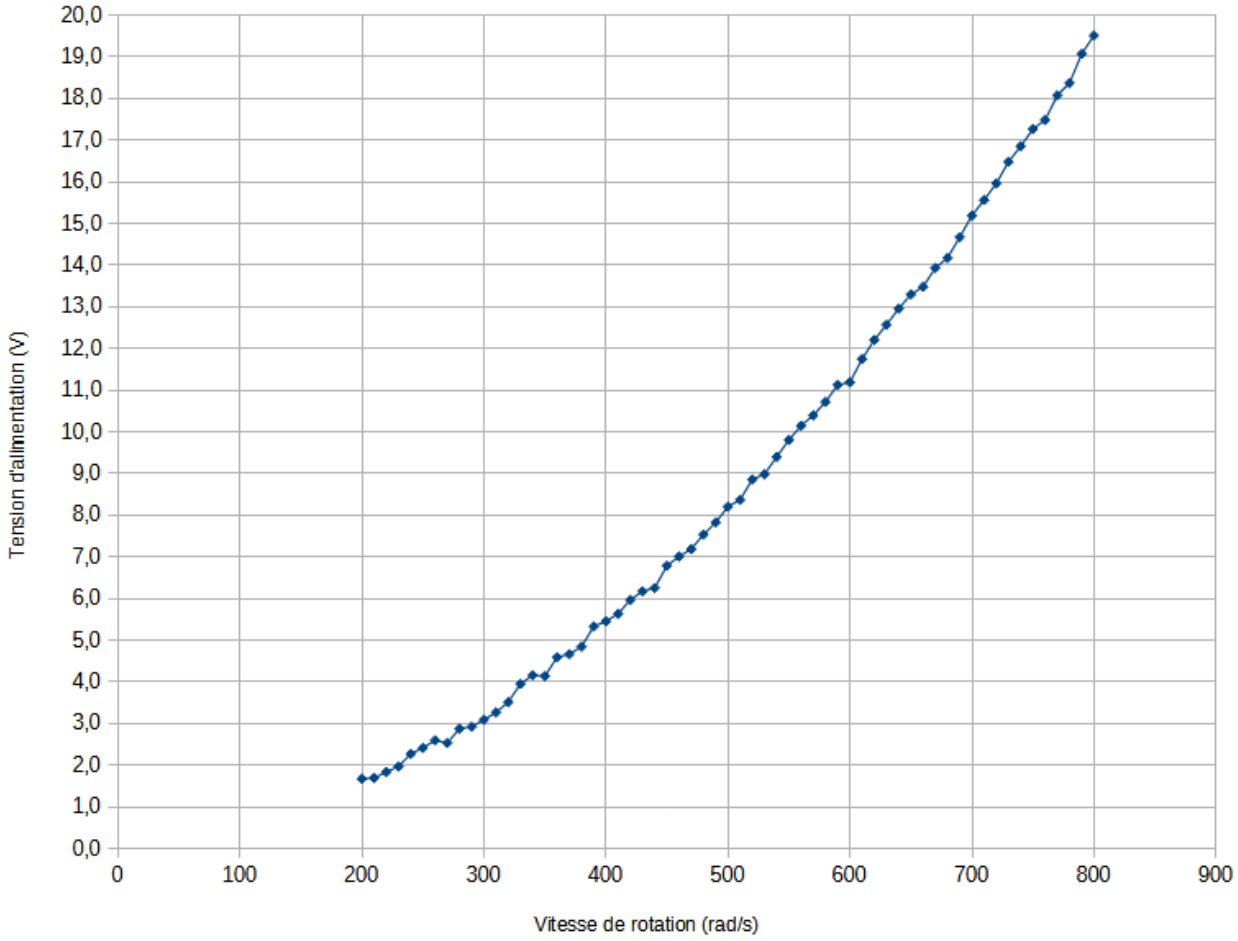
1 Linéarisation du comportement d'un moteur de drone (ICNA 2011)

Ce drone de type hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe pour les diriger, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors. Cette simplicité permet de disposer d'un véhicule de faible coût, robuste et facile à miniaturiser.



Les moteurs choisis sont des moteurs synchrones sans balais à 14 pôles de type Hacker A20-54 entraînant directement l'hélice, sans réduction.

La courbe ci-dessous, obtenue expérimentalement en régime établi, représente la tension d'alimentation en fonction de la vitesse de rotation de l'hélice.



Sous certaines hypothèses simplificatrices, l'équation globale modélisant le moteur et sa commande peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\tau}\,\omega - k_Q\,\omega^2 + \frac{k_v}{\tau}\,u$$

- u représente la tension de commande du moteur
- ω représente sa vitesse de rotation
- k_v, k_Q et τ sont des constantes caractéristiques de l'ensemble { moteur + hélice }

Cela correspond bien à la courbe obtenue et permet alors d'obtenir :

$$k_v = 373 \text{ rad/(s.V)} \qquad k_Q = 0.08 \qquad \tau = 126 \text{ ms}$$

Le terme non-linéaire $-k_Q\ \omega^2$ provient du couple de frottement aérodynamique de l'air sur l'hélice tournant à grande vitesse. Ce terme non-linéaire ne peut pas être pris en compte dans la méthode usuelle par transformation de Laplace.

Nous allons ici chercher à obtenir l'équation différentielle linéarisée, autour d'un point de fonctionnement constant (u_0, ω_0). On choisira ce point de fonctionnement comme celui correspondant au vol stationnaire du drone nécessitant alors une vitesse de rotation $\omega_0 = 350$ rad/s.

Question 1 : Déterminer l'équation stationnaire liant ω_0 et u_0. En déduire la valeur de u_0.

Question 2 : Tracer sur le graphique ci-dessus, autour du point de fonctionnement préalablement défini, la droite correspondant à la caractéristique linéarisée.

Question 3 : On suppose que la tension d'alimentation est brutalement augmentée de $\Delta U_0 = 5$ V.

A) Si on s'appuie sur la caractéristique non-linéarisée, quelle sera la vitesse atteinte par le moteur en régime établi. Faire apparaître vos tracés sur la courbe fournie.

B) Si on s'appuie sur la caractéristique linéarisée, quelle sera alors la vitesse atteinte par le moteur en régime établi. Faire apparaître vos tracés sur la courbe fournie.

On cherche à retrouver ces résultats par le calcul et à établir une fonction de transfert liant les petites variations de vitesse de rotation et de tension autour du point de fonctionnement.

On pose alors $\omega(t) = \omega_0 + \delta\omega(t)$ et $u(t) = u_0 + \delta u(t)$ où $\delta\omega(t)$ et $\delta u(t)$ sont des petites variations de vitesse de rotation et de tension.

Question 3 : Montrer que l'équation différentielle liant $\delta\omega$ et δu est de la forme $\frac{d\delta\omega}{dt} = -A\delta\omega + B\delta u$. Exprimer A et B en fonction des paramètres du problème.

On constate que l'un de ces coefficients dépend de ω_0 ce qui signifie que cette équation n'est bien valable qu'autour d'un point de fonctionnement défini.

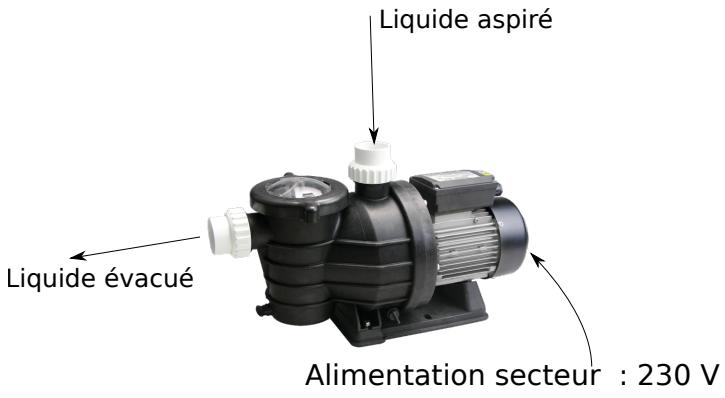
On note $\Delta\Omega(p)$ la transformée de Laplace de $\delta\omega$ et $\Delta U(p)$ celle de δu.

Question 4 : Calculer la fonction de transfert du moteur $\frac{\Delta\Omega(p)}{\Delta U(p)}$ et donner l'expression de ses paramètres caractéristiques (gain statique G_S et constante de temps T_m) en fonction des paramètres τ, k_v, k_Q et ω_0. Faire les applications numériques.

Question 5 : En utilisant cette fonction de transfert, tracer l'évolution de la vitesse de rotation en fonction du temps en supposant que :

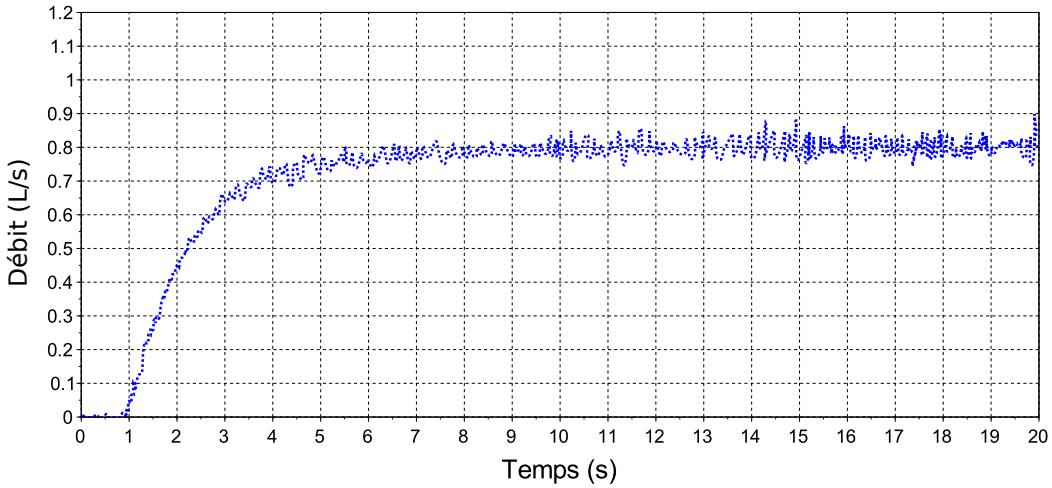
- le moteur tourne initialement à 350 rad/s ;
- un échelon de tension de 5 V est imposé.

2 Identification de la fonction de transfert associée à une pompe

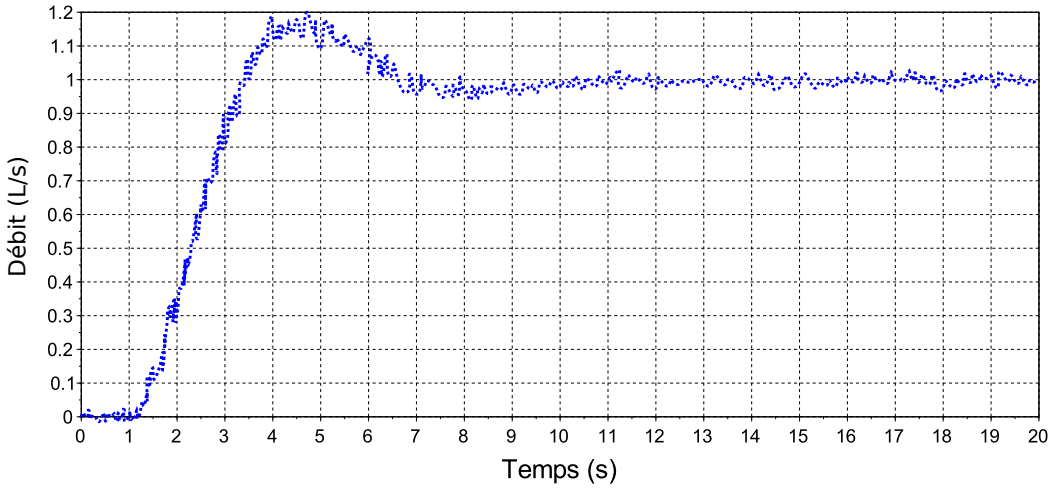


On s'intéresse ici à deux pompes que l'on souhaite modéliser. Dans un laboratoire d'essai, chacune des pompes a été soumise à un échelon de tension de 230 V (tension secteur) et le débit a alors été mesuré en L/s en fonction du temps. La tension a été imposée lorsque l'acquisition avait déjà débutée depuis 1 seconde.

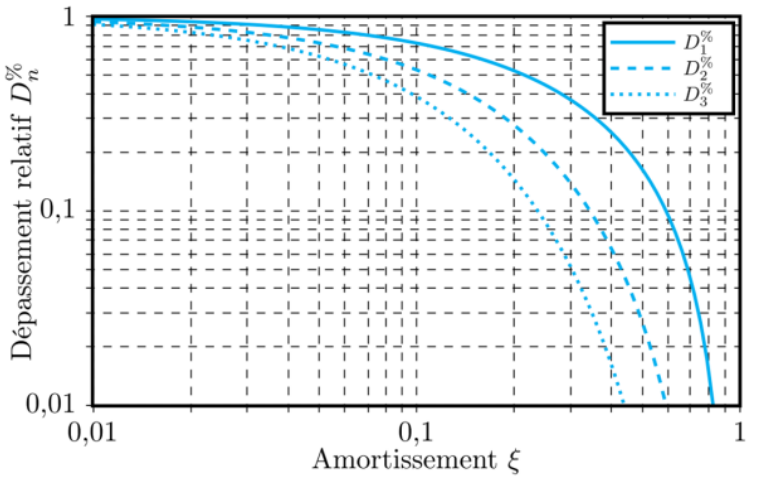
Résultat obtenu pour la pompe n°1 :

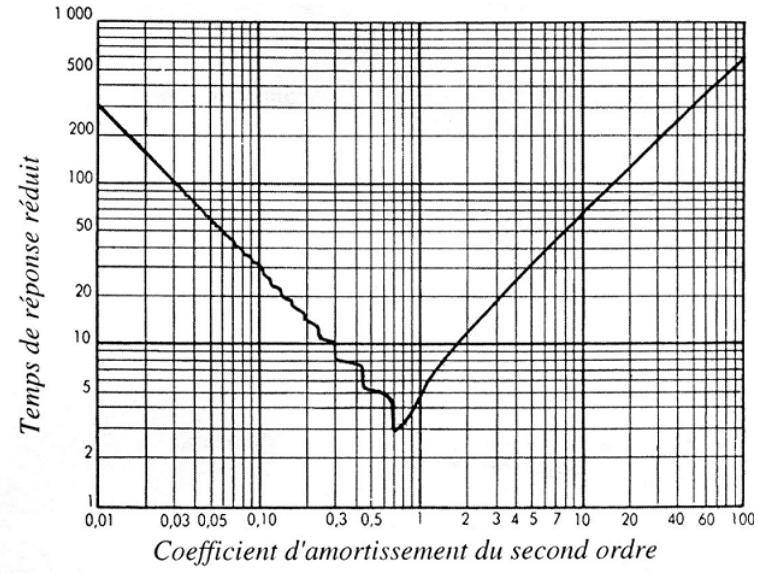


Résultat obtenu pour la pompe n°2 :



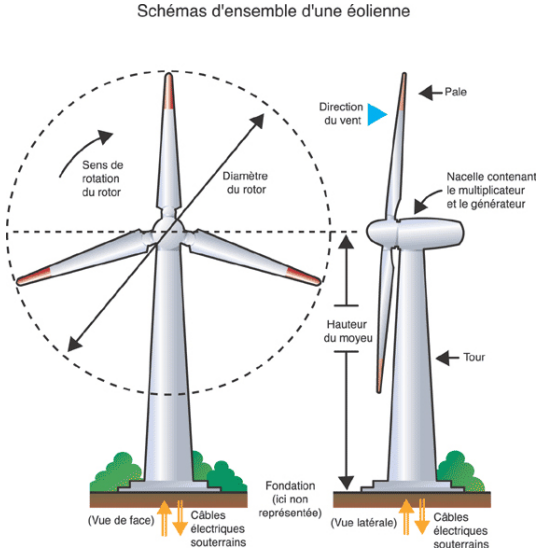
Question : Pour chacune des pompes, déterminer une fonction de transfert dont l'entrée sera la tension du secteur et la sortie le débit (que l'on exprimera en m^3/s). Déterminer numériquement les valeurs des paramètres caractéristiques en vous aidant, si besoin, des deux abaques fournis ci-dessous.





3 Asservissement d'une éolienne ⋆

On s'intéresse ici à l'asservissement d'orientation d'une éolienne. Les éoliennes de forte puissance (~ 2500kW) sont effectivement orientées face au vent par un moteur hydraulique et asservies en position angulaire.



Une girouette mesure la direction du vent et établit la consigne de position θ_c de l'éolienne. La position angulaire de la girouette est convertie en une tension V_i, proportionnelle à θ_c, par un potentiomètre circulaire de gain $K_{pot} = \frac{30}{180}$ V/°. Cette tension est ensuite adaptée par une carte de commande de gain K_{ada} afin d'obtenir une tension de consigne V_c.

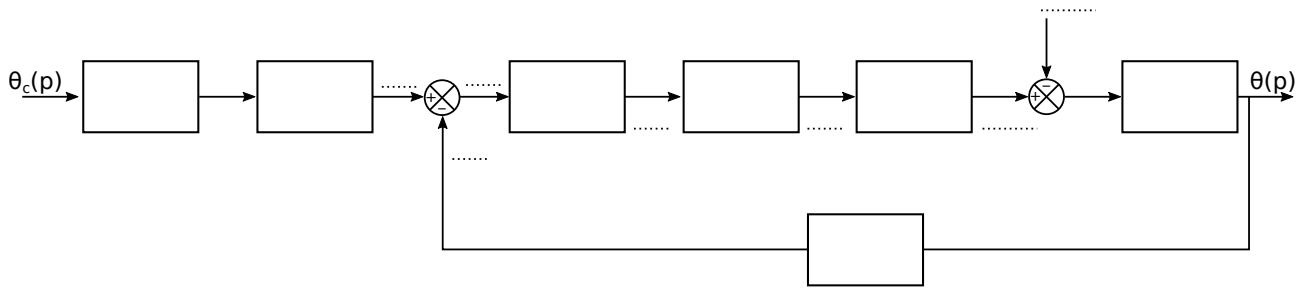
La position angulaire θ de la nacelle est mesurée par un capteur de position dont le gain est $K_{CP} = \frac{15}{180}$ V/° et qui fournit une tension V proportionnelle à θ.

L'écart entre la tension de consigne V_c et la tension mesurée V est calculée par un comparateur qui élabore alors le signal $\varepsilon_V = V_c - V$.

Ce signal ε_V est traité par un correcteur, dont la fonction de transfert est $C(p)$, et qui fournit la tension U aux bornes d'un amplificateur de gain $K_A = 0.2$ mA/V, permettant de piloter la servo-valve de gain $KSV = 4.10^{-6}$ m^3/(mA.s).

Le débit d'huile en sortie de la servo-valve est noté Q. Un débit de fuite, noté Q_f est également pris en compte. Le débit réel en entrée du moteur est donc $Q_r = Q - Q_f$. Ce débit pilote le moteur hydraulique entraînant la nacelle. La position angulaire θ de la nacelle se déduit de Q_r par la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{\theta(p)}{Q_r(p)} = \frac{1}{Q_0\ p\ (1+\tau p)}$ où $Q_0 = 4,6.10^{-2}$ m^3.s^{-2}.°$^{-1}$ et $\tau = 1$ sec.

Q1 : Compléter le schéma-blocs ci-dessous :



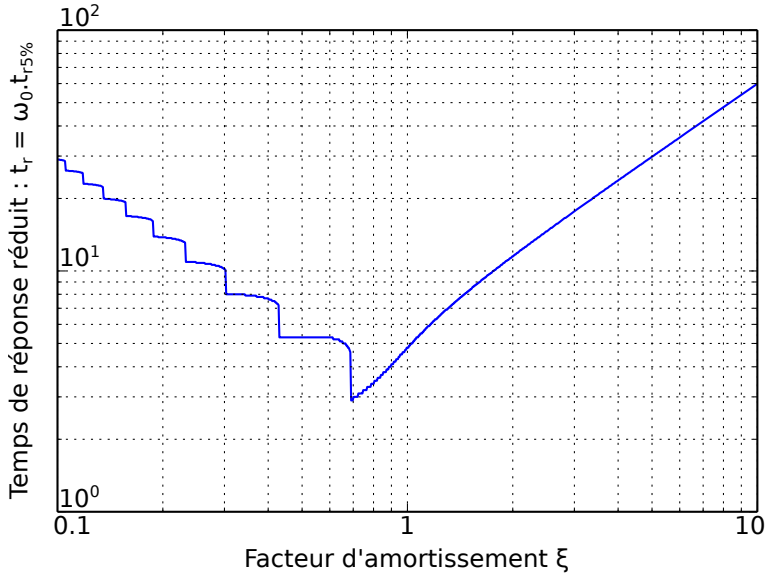
Q2 : Quelle doit être la valeur du gain K_{ada} pour que le système asservi puisse fonctionner correctement ? Faire l'application numérique.

On suppose que $C(p) = K_p$ (où K_p est une constante qui sera déterminée par la suite) et que **le débit de fuite est nul**.

Q3 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ en fonction de K_p et la mettre sous forme canonique.

Q4 : En supposant que le système est stable, déterminer la valeur de l'écart $\varepsilon_{\theta S} = \lim_{t\to\infty} \theta_c(t) - \theta(t)$ pour une entrée en échelon d'amplitude θ_0.

La courbe ci-dessous donne le temps de réponse réduit $t_{r5\%}.\omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement ξ.



Q6-a : Pour quelle valeur de ξ, le système est-il le plus rapide et sans dépassement ? Déterminer alors la valeur de K_p et en déduire la valeur de ω_0. En déduire le temps de réponse à 5%.

Q6-b : Calculer, pour cette valeur de K_p, la tension maximale en sortie du correcteur en supposant que l'on impose une consigne de 90° alors que l'éolienne est orientée à 0°. Le modèle est-il cohérent ? Que faudrait-il rajouter au modèle pour le rendre plus acceptable ?

On suppose dans la suite que la constante de temps τ peut être négligée comparativement aux autres constantes de temps.

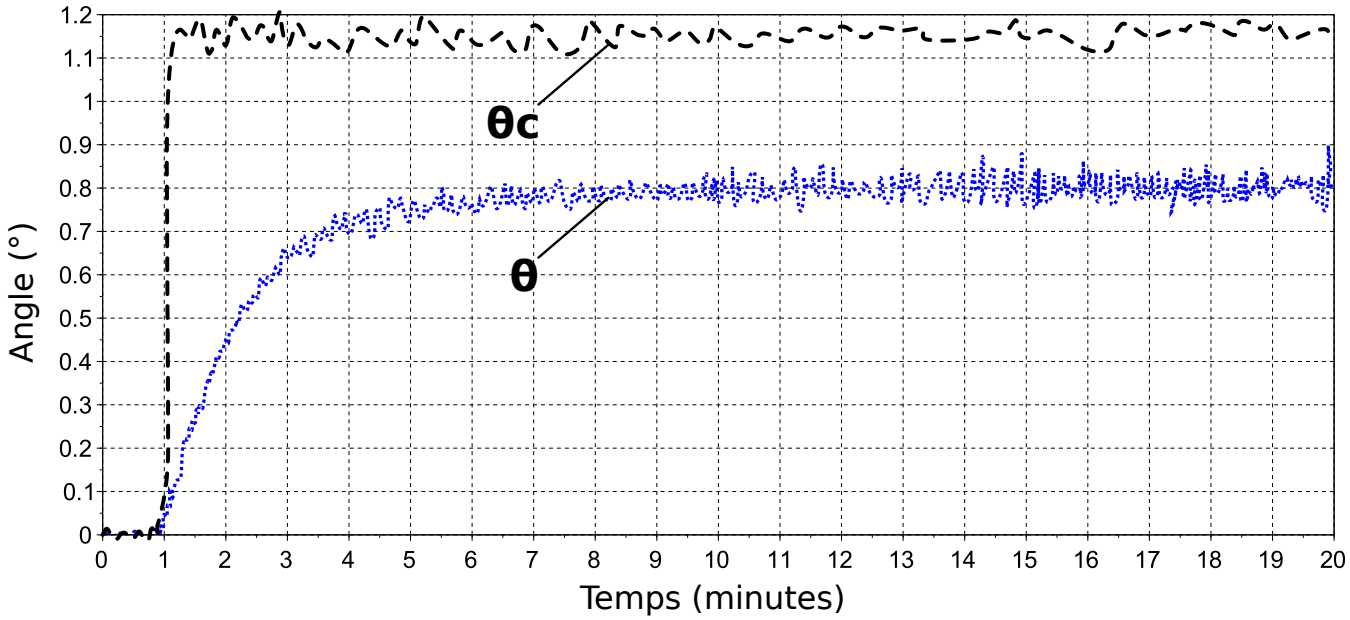
Q6-c : Tracer l'allure de l'angle θ et de la tension U (sortie du correcteur) en fonction du temps et pour une entrée en échelon de 90° en supposant que la tension en sortie du correcteur ne peut pas dépasser une tension maximale $U_{\text{max}} = 6000$ V (adaptée à un moteur spécial VYBO Electric H17R). Déterminer notamment le temps durant lequel la tension est limitée à U_{max} et l'angle de rotation associé.

On prend maintenant en compte le débit de fuite.

Q8 : Déterminer $\theta(p)$ en fonction notamment de $\theta_c(p)$, $Q_f(p)$.

Q9 : Pour une perturbation en échelon, existe-t-il une valeur réaliste de K_p pour obtenir un système insensible à la perturbation ?

La courbe ci-dessous, issue d'une mesure, montre l'évolution des angles θ_c et θ lors d'un changement brusque de l'orientation du vent.



Q10 : Calculer, en utilisant le théorème de la valeur finale, $\varepsilon_{\theta S,\text{fuites}} = \lim_{t\to\infty} \theta_c(t) - \theta(t)$ en prenant en compte les fuites.

Q11 : Donner la valeur numérique des fuites Q_{f0} en utilisant la mesure fournie précédemment et en supposant que $K_p = 3,2.10^5$.