

TD2 – Comparaison de barrières de parking

Mise en situation

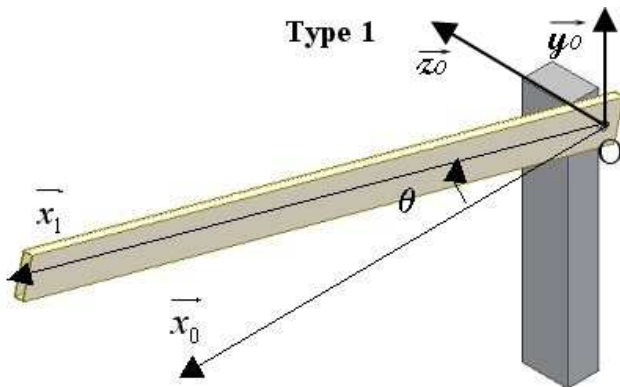
On se propose d'étudier deux types de barrières destinées à réguler le passage des véhicules au péage d'un parking urbain. Ces deux barrières ayant des masses et longueurs équivalentes.

Modélisation des barrières

On associe à chaque solide i de ces barrières une base orthonormée directe $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

La direction de $\vec{y}_0$ est la verticale. L'accélération gravitationnelle est donc $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$.

Barrière de type 1



Elle se limite à une barre homogène 1 en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z}_0)$ sur le bâti 0.

Elle a une **longueur 2.L** et une **masse 2.m**. Les dimensions de sa section sont petites devant L. Et elle est constante sur toute sa longueur.

Le centre d'inertie G_1 de cette barre est donc situé au milieu de cette barre : $\vec{OG}_1 = L \cdot \vec{x}_1$

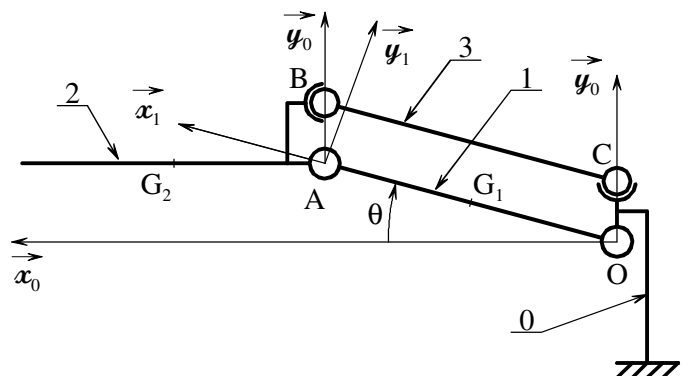
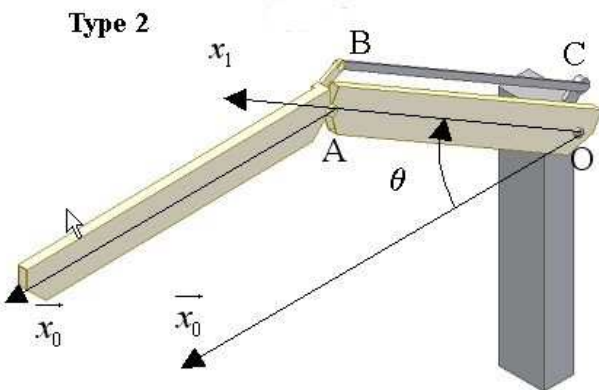
Barrière de type 2

La barrière est constituée de deux barres et d'une bielle :

⇒ Une barre 1 en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z}_0)$ sur le bâti 0.

⇒ Une barre 2 en liaison pivot parfaite d'axe $(A, \vec{z}_0)$ sur la barre 1

⇒ Une bielle 3 qui s'articule entre le bâti 0 et la barre 2 par deux liaisons rotules de centres respectifs C et B :



Les quatre points O, A, B et C sont dans un même plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$

On donne les dimensions suivantes : $\|\vec{OA}\| = \|\vec{CB}\| = L$ $\|\vec{OC}\| = \|\vec{AB}\| = d$

Le quadrilatère OABC est donc un parallélogramme déformable.

Le bases $\mathcal{B}_0$ et $\mathcal{B}_1$ sont telles que : $\vec{OA} = \vec{CB} = L \cdot \vec{x}_1$ et $\vec{OC} = \vec{AB} = d \cdot \vec{y}_0$

Le quadrilatère OABC étant un parallélogramme déformable, $\mathcal{B}_0 = \mathcal{B}_2$ et $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_3$.

Les barres 1 et 2 ont une longueur L et une masse m.

Les dimensions de la section de la barre 1 sont constantes sur toute sa longueur et petites devant L.

Les barres 1 et 2 ont pour centre d'inertie (et de gravité) respectivement G_1 et G_2 situé au milieu de

leur longueur, on en déduit que $\vec{OG}_1 = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1$ et $\vec{AG}_2 = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_0$.

Hypothèses et données et paramétrage

- ☞ On pose le paramètre angulaire : $\theta = (\widehat{x_0, x_1}) = (\widehat{y_0, y_1})$
- ☞ On note la vitesse angulaire de la barre 1 : $\omega = \dot{\theta}$.
- ☞ Un motoréducteur motorise la liaison pivot entre le bâti 0 et la barre 1. Il exerce sur la barre 1 un couple de vecteur : $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{z_0} = C_m \cdot \vec{z_1}$.
- ☞ Toutes les liaisons sont parfaites
- ☞ Pour la barrière de type 2, on néglige le poids et l'inertie de la biellette 3.

Pour les actions d'un solide i sur un autre solide j on adopte les notations suivantes :

$\vec{F}_{i \rightarrow j} = X_{ij} \cdot \vec{x_1} + Y_{ij} \cdot \vec{y_1} + Z_{ij} \cdot \vec{z_1}$ le vecteur résultante de cette action

$\vec{M}_P(i \rightarrow j) = L_{ij} \cdot \vec{x_1} + M_{ij} \cdot \vec{y_1} + N_{ij} \cdot \vec{z_1}$ le vecteur du moment au point P de cette action

Travail demandé**Etude de la barrière de type 2**

1- Réaliser un graphe de structure du mécanisme. Ajouter sur ce graphe les actions mécaniques extérieures s'appliquant sur les solides. Vous préciserez également le nombre d'inconnues des actions de liaisons ou actions extérieures.

2- Isoler la biellette 3 et en déduire la direction de la résultante $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$ de l'action mécanique de la biellette 3 sur la barre 2.

3- Quel est le type de mouvement de la barre 2 par rapport au bâti 0 ?

4- En déduire, en fonction de L, ω et $\dot{\omega}$, $\vec{V}_{G2 \in 2/0}$ la vitesse puis $\vec{a}_{G2 \in 2/0}$ l'accélération du centre de gravité G_2 appartenant à la barre 2 par rapport au bâti 0.

5- Isoler la barre 2 pour déterminer, dans la base $\mathcal{B}_0$ et en fonction de m, L, d, g et $\dot{\omega}$, les composantes des résultantes des actions en A et B.

6- Déterminer en fonction m et L le moment d'inertie I_1 de la barre 1 par rapport à l'axe $(O, \vec{z_0})$.

7- Isoler la barre 1, et en déduire, en fonction de m, L, g et $\dot{\omega}$, le couple moteur C_m .

Etude de la barrière de type 1

8- Isoler la barre 1, et déterminer, en fonction de m, L, g et $\dot{\omega}$, le couple moteur C_m .

Conclusion

9- Conclure sur les avantages et inconvénients de ces 2 types de barrière.