TD* : Tamis de trieuse de gravier

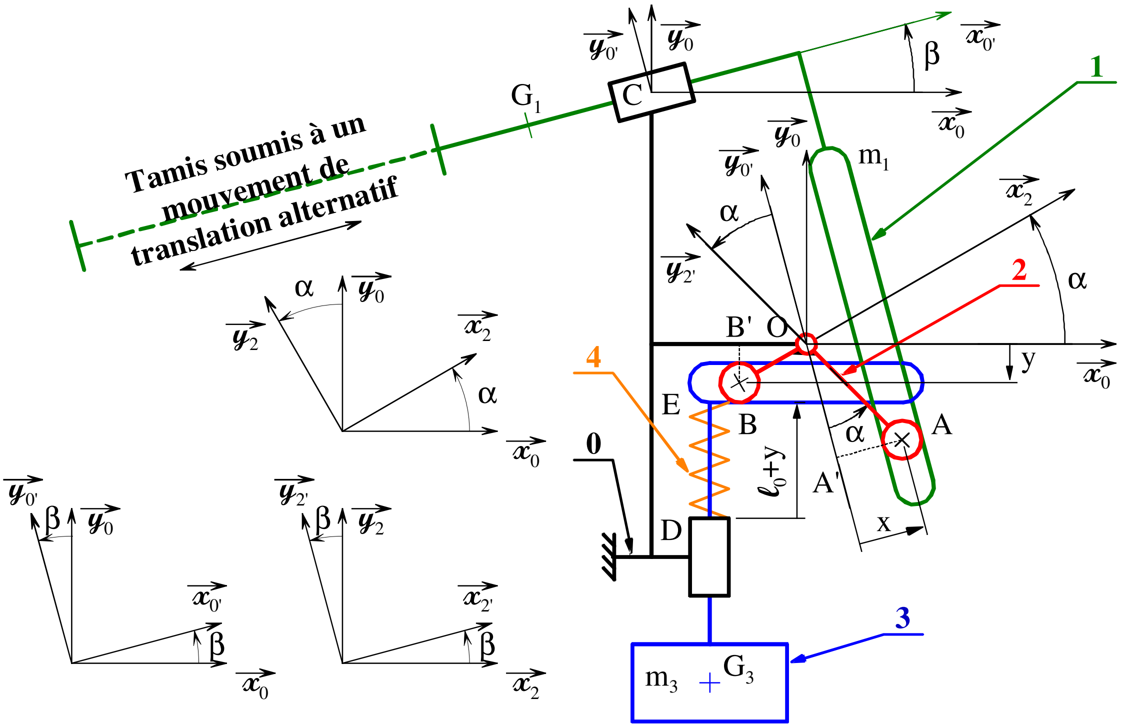
Mise en situation et description du mécanisme

Le système étudié est celui d'un tamis de trieuse de gravier. Afin de procéder au criblage du gravier, celui-ci est versé sur un tamis incliné par rapport à l'horizontale. Et le tamis est soumis à un mouvement de translation alternatif. On s'intéresse au mécanisme permettant cette translation.

Il est constitué de trois solides : Le tamis 1, Le vilebrequin 2 et le contrepoids 3 liés avec le bâti 0.

On pose les repères liés au bati 0 : $R_0 = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ et $R_0' = (\vec{x_0}', \vec{y_0}', \vec{z_0})$ avec l'angle d'inclinaison du tamis : $\beta = C^{te} = (\widehat{\vec{x_0}, \vec{x_0}'}) = (\widehat{\vec{y_0}, \vec{y_0}'})$.

On pose les repères liés au solide 2 : $R_2 = (\vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ et $R_2' = (\vec{x_2}', \vec{y_2}', \vec{z_1})$ avec la position angulaire du vilebrequin 2 par raport au bâti 0 définie par l'angle : $\alpha = (\widehat{\vec{x_0}, \vec{x_2}}) = (\widehat{\vec{y_0}, \vec{y_2}})$. Ces deux repère R_2 et $R_{2'}$ sont également inclinés entre eux d'un angle : $\beta = (\widehat{\vec{x_2}, \vec{x_2}'}) = (\widehat{\vec{y_2}, \vec{y_2}'})$



Modélisation du mécanisme

- Le tamis 1 de masse m_1 et centre de gravité G_1 est en liaison glissière d'axe $(C, \vec{x_0}')$ avec le bâti 0.
- Le vilebrequin 2 dont le moment d'inertie par rapport à l'axe $(O, \vec{z_0})$ est J_2, est en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{z_0}) = (O, \vec{z_2})$ avec le bâti 0. Sa masse est m_2 et son centre de gravité $G_2 \in (O, \vec{z_0})$.
- Le contrepoids 3 de masse m_3 et centre de gravité G_3 est en liaison glissière d'axe $(D, \vec{y_0})$ avec le bâti .
- Un ressort hélicoïdal 4 de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 est placé entre le contrepoids 3 et le bâti 0. Lorsque y = 0 le ressort a une longueur initiale L_0 égale à sa longueur à vide ℓ_0. Il exerce donc une force sur 3 appliquée en E de résultante : $\mathbf{\vec{F}_{4\to3} = k.(\ell_0 - (L_0 + y)).\vec{y_0} = -k.y.\vec{y_0}}$.
- Le vilebrequin 2 comporte aux points A et B deux manetons excentrés de la liaison pivot avec le bâti 0. Ces manetons glissent sans frottement dans des rainures oblongues de 1 et 3. Cela permet des liaisons ponctuelles de normales $(A, \vec{x_0}')$ et $(B, \vec{y_0})$ entre le solide 2 et respectivement 1 et 3.

  Le vilebrequin 2 est tel que : $\mathbf{\vec{OA} = -d.\vec{y_2}'}$ et $\mathbf{\vec{OB} = -r.\vec{x_2}}$
- Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites.

Paramétrage et hypothèses

La liaison pivot entre le bâti 0 et le vilebrequin 2 est motorisé, Ce vilebrequin est donc soumis à un couple moteur $\overrightarrow{\mathbf{C_m}} = \mathbf{C_m}.\overrightarrow{z_0}$.

On pose : ☞ x et y les paramètres liés aux liaisons glissière d'axe $(C,\overrightarrow{x_0'})$ et $(D,\overrightarrow{y_0})$
☞ α le paramètre lié à la liaison pivot $(O, \overrightarrow{z_0})$.

Ces paramètres sont tels **pour $\alpha = 0$ on a : x = y = 0.**

Le problème est un problème plan $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$.

La verticale vers le haut est selon $\overrightarrow{y_0}$. l'accélération gravitationnelle est donc $\overrightarrow{g} = -\,g.\overrightarrow{y_0}$

On néglige la masse et l'inertie du ressort 4.

Objectif de l'exercice :

Déterminer la masse m_3 du contrepoids 3 et la raideur k du ressort 4 permettant d'équilibrer le tamis. C'est-à-dire avoir un couple C_m nul pour une vitesse de rotation du vilebrequin constante.

Travail demandé

1- Réaliser un graphe de structure du mécanisme. Puis en étudiant les triangles OBB' et OAA' (où A' et B' sont les projetés orthogonaux de A et B sur les axes $(O,\overrightarrow{y_0'})$ et $(O, \overrightarrow{x_0})$), donner sans justification la relation liant les paramètres x, y et α : Attention aux signes.

2- On choisit comme système l'ensemble S = {1,2,3}. En appliquant le TEC à ce système S, déterminer l'expression du couple moteur C_m permettant d'obtenir une vitesse de rotation du vilebrequin 2 constante : $\dot{\alpha} = \omega = C^{te}$.

3- Déterminer, en fonction des paramètres du mécanisme et de ω la vitesse de rotation du vilebrequin, les expressions de la masse m_3 et de la raideur k du ressort 4 permettant d'équilibrer le système. C'est-à-dire permettant d'obtenir un couple moteur C_m nul quelque soit l'angle α.