

TD2 : Commande de soupape à linguet

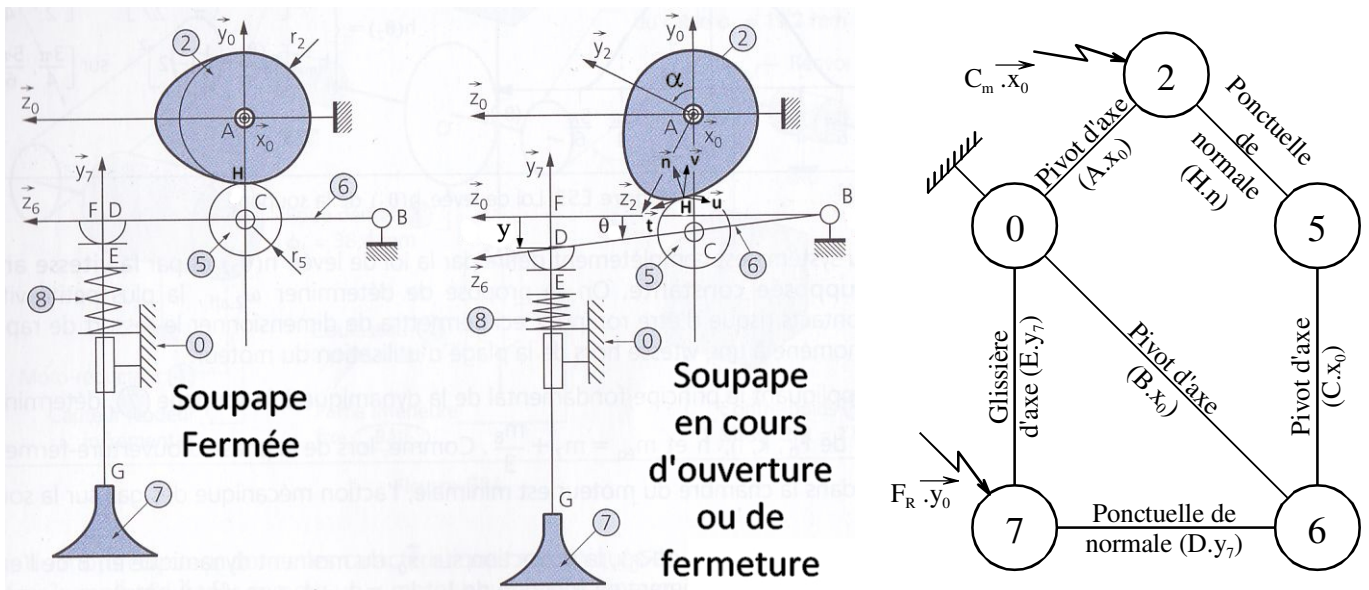
Mise en situation

Nous intéressons dans ce problème à la distribution d'un moteur à combustion interne. Et plus précisément à la soupape d'admission. L'ouverture et la fermeture de la soupape 7 (translation rectiligne de direction $\vec{y}_7 = \vec{y}_0$) se fait par une came 2 qui agit indirectement par un galet 5 et un linguet 6

Modélisation

On pose les bases $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ liées à chaque solide i. La base \mathcal{B}_0 est liée à la culasse 0 qui est fixe dans le repère Galiléen terrestre.

On donne ci-dessous le schéma du mécanisme dans deux positions différentes, ainsi qu'un graphe de structure ci-contre, sur lequel on a ajouté l'action du ressort 8 s'appliquant sur la soupape 7 : $\vec{F}_{8 \rightarrow 7}$ et du couple moteur \vec{C}_m s'appliquant sur la came 2.



Paramétrage et dimensions

On pose les deux bases locales associées au point de contact H entre la came et le galet 5 :

$$(\vec{x}_0, \vec{n}, \vec{t}) \text{ telle que : } \vec{CH} = r_5 \cdot \vec{n} \qquad (\vec{x}_0, \vec{u}, \vec{v}) \text{ telle que : } \vec{HA} = r_H \cdot \vec{v}$$

On pose les paramètres des liaisons : \hookrightarrow Glissière entre 0 et 7 : y tel que : $\vec{FD} = y \cdot \vec{y}_0$

$$\hookrightarrow \text{Pivot entre 0 et 2 : } \theta \text{ tel que } \theta = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_6}) = (\widehat{\vec{z}_0, \vec{z}_6})$$

On a les dimensions suivantes : $\vec{BC} = d \cdot \vec{z}_6$, $\vec{BD} = l \cdot \vec{z}_6$ et : $\vec{AB} = h \cdot \vec{y}_0 + d \cdot \vec{z}_0$

Hypothèses et notations

Toutes les liaisons sont parfaites.

Les actions de pesanteur sont négligées pour toutes les pièces.

Le ressort 8 exerce sur 7 une action modélisée par un glisseur de résultante : $\vec{F}_{8 \rightarrow 7} = F_R \cdot \vec{y}_0$. La composante F_R de cette action est fonction de la position y de la soupape : $F_R = F_0 - k \cdot y$ où F_0 et k sont des constantes connues.

On note F_H la norme de la résultante de l'action de 2 sur 5 : $\vec{F}_{2 \rightarrow 5} = -F_H \cdot \vec{n}$

On note F_D la norme de la résultante de l'action de 6 sur 7 : $\vec{F}_{6 \rightarrow 7} = -F_D \cdot \vec{y}_0$

On note C_m la valeur algébrique du couple moteur appliqué sur la came : $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$

La levée de la soupape (course de la soupape entre ses deux positions extrêmes) est notée Δy .

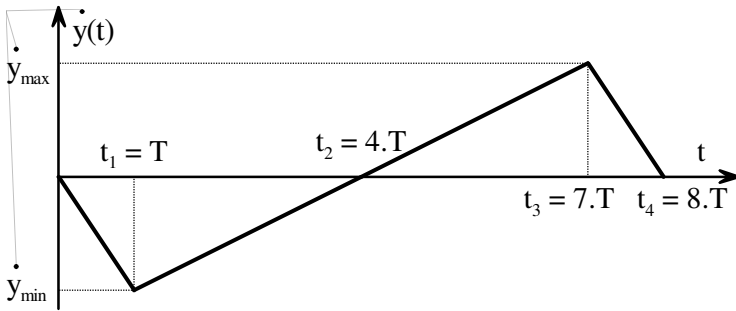
Caractéristiques inertielles des pièces

L'inertie du galet 5 est négligée. La masse de la soupape 7 est m_7 . Le moment d'inertie du linguet 6 par rapport à l'axe (B, \vec{x}_0) est J_{B6} . Le moment d'inertie de la came 2 par rapport à l'axe (A, \vec{x}_0) est J_{A2} .

Résultats de l'étude géométrique et cinématique

La came tourne à une vitesse de rotation constante : $\omega = \dot{\alpha}$. On en déduit que la durée T (nécessaire à la came pour parcourir 15°) est de $T = \frac{\pi}{12 \cdot \omega}$

La levée de la soupape se fait suivant le diagramme des vitesses ci-dessous. Une première étude géométrique et cinématique a permis d'obtenir les positions, vitesses et accélérations de la soupape aux différentes dates $t \in [0, 8.T]$.



Positions : $y(0) = y(t_4) = 0$
 $y(t_1) = y(t_3) = -\frac{\Delta y}{4}$ $y(t_2) = -\Delta y$

Vitesses : $\dot{y}(0) = \dot{y}(t_2) = \dot{y}(t_4) = 0$
 $\dot{y}(t_1) = -\frac{6 \cdot \Delta y \cdot \omega}{\pi}$ $\dot{y}(t_3) = \frac{6 \cdot \Delta y \cdot \omega}{\pi}$

Accélérations :
 Pour $t \in]t_1, t_3[$, $\ddot{y}(t) = \frac{24 \cdot \omega^2 \cdot \Delta y}{\pi^2}$
 Pour $t \in]0, t_1[\cup]t_3, t_4[$, $\ddot{y}(t) = -\frac{72 \cdot \omega^2 \cdot \Delta y}{\pi^2}$

Enfin on montre également que :

$y \approx -\ell \cdot \theta$ $\dot{y} \approx -\ell \cdot \dot{\theta}$ $\ddot{y} \approx -\ell \cdot \ddot{\theta}$

Objectifs du problème

On souhaite déterminer le couple moteur C_m ainsi que la précontrainte F_0 du ressort permettant, à un régime moteur maximal donné (ω_{max}), d'éviter le phénomène d'affolement de soupape. C'est-à-dire d'éviter que les contacts entre 2&5 en D et 6&7 en H ne soient perdus du fait de l'inertie des pièces.

Travail demandé

1- Détermination du couple moteur maximal

1.1- On note Σ_0 le système constitué des pièces 2, 5, 6 et 7 : $\Sigma_0 = \{2,5,6,7\}$. En appliquant le TEC (Théorème de l'Energie Cinétique) à ce système Σ_0 dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de C_m en fonction de : $y, \dot{y}, \ddot{y}, m_7, J_{B6}, \ell, F_0$ et k et ω .

1.2- Ce couple est maximal pour $\omega = \omega_{max}$ et à la fin de la première phase (juste avant la date t_1). Déterminer, à cet instant, $C_m(t_1^-)$ le couple maximal en fonction de : $\Delta y, m_7, J_{B6}, \ell, F_0, k$ et ω_{max} .

2- Détermination de la précontrainte du ressort

2.1- En appliquant le TEC à la soupape 7 dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de F_D en fonction de : y, \ddot{y}, m_7, F_0 et k .

2.2- On a un roulement sans glissement du galet 5 sur la came 2. Déterminer l'expression de la vitesse du point H appartenant au galet 5 par rapport à 0 : $\vec{V}_{H \in 5/0}$ en fonction de : r_H, ω et \vec{u} .

2.3- On note Σ_1 le système constitué des pièces 5, 6 et 7 : $\Sigma_1 = \{5,6,7\}$. En appliquant le TEC à ce système Σ_1 dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de F_H en fonction de : $y, \dot{y}, \ddot{y}, m_7, J_{B6}, \ell, F_0, k, r_H, \omega$ et du produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{n}$. Remarque : On a $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \dot{y} = 0$

2.4- Si phénomène d'affolement de soupape il y a ($F_H = 0$ ou $F_C = 0$) ; Il a lieu pour $\omega = \omega_{max}$ et au début de la deuxième phase. Déterminer, à cet instant, les valeurs $F_D(t_1^+)$ et $F_H(t_1^+)$ des efforts en D et H en fonction de : $\Delta y, m_7, J_{B6}, \ell, F_0, k, r_H, \omega$ et du produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{n}$.

2.5- Déterminer la précontrainte minimal du ressort F_0 permettant d'éviter le phénomène d'affolement de soupape pour $\omega = \omega_{max}$. Remarque à la date t_1^+ on a $\vec{u} \cdot \vec{n} < 0$