

TD* : Plate-forme hexapode

Présentation du système

Mise en situation

Le support de cette étude est la plate-forme hexapode ci-contre fabriquée par la société SYMETRIE pour le laboratoire de mécanique des fluides de l'Ecole Centrale de Nantes.

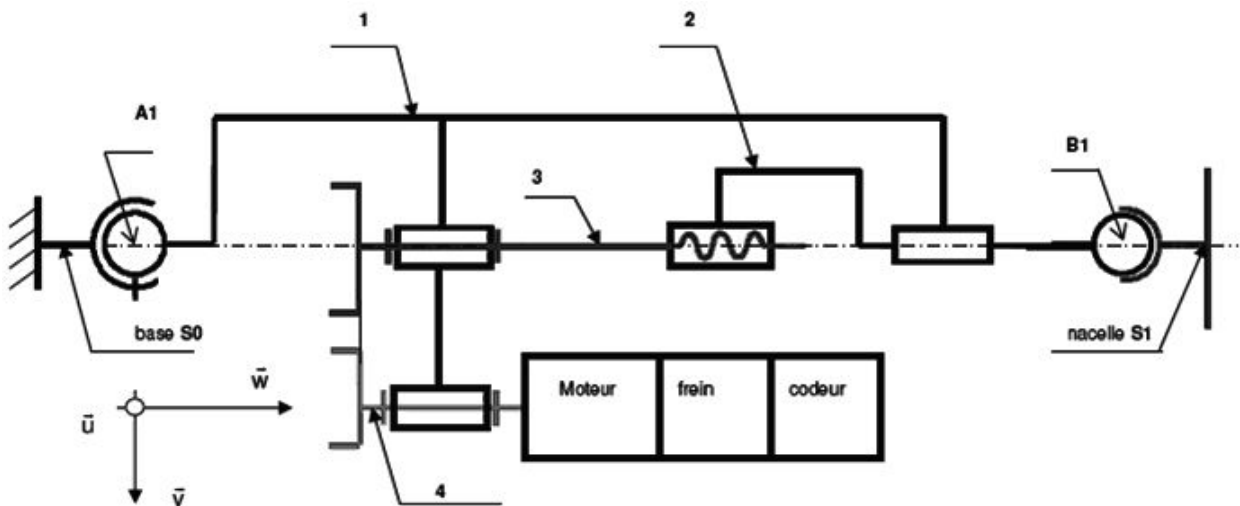
Elle permet entre autre L'étude des efforts provoqués par le mouvement des liquides sur les parois intérieures d'une cuve ou d'un réservoir partiellement remplis, ceux-ci étant eux-mêmes en mouvement. Cette étude concerne particulièrement les navires tels que les pétroliers ou méthaniers mais aussi les véhicules de transports routiers, ferroviaires et aériens. Elle se fait en montant sur la plate forme une maquette respectant des règles de similitude.

Pour cela la cuve avec son liquide est fixée sur une nacelle mobile (notée S_1) reliée à une plate-forme fixe (notée S_0) par six vérins électriques. Les corps de ces vérins sont liés à S_0 par une liaison rotule à doigt et à S_1 par une liaison rotule. Ainsi il est possible par la commande de six vérins de faire évoluer la nacelle S_1 avec six degrés de mobilité.



Description des vérins

On donne ci-dessous un schéma cinématique du vérin 1. (Les cinq autres sont identiques). Ce vérin 1 est en liaison rotule à doigt d'axe (A_1, \vec{w}) sur S_0 et rotule de centre B_1 sur S_1 . La base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est liée au corps 1 de ce vérin dont la longueur est $\rho : A_1B_1 = \rho \cdot \vec{w}$.



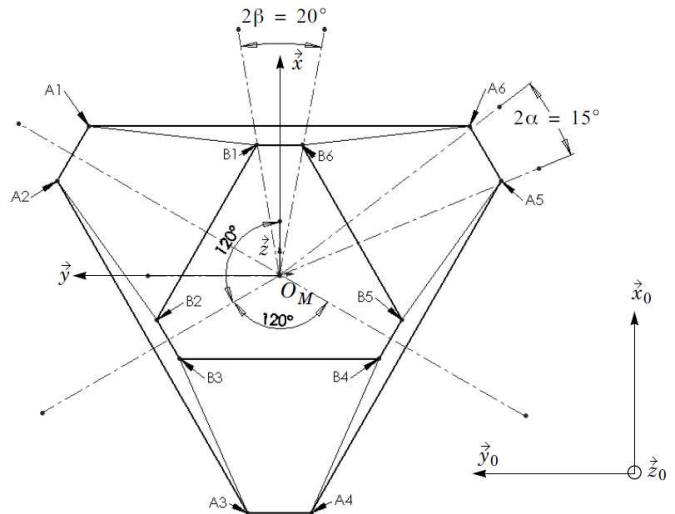
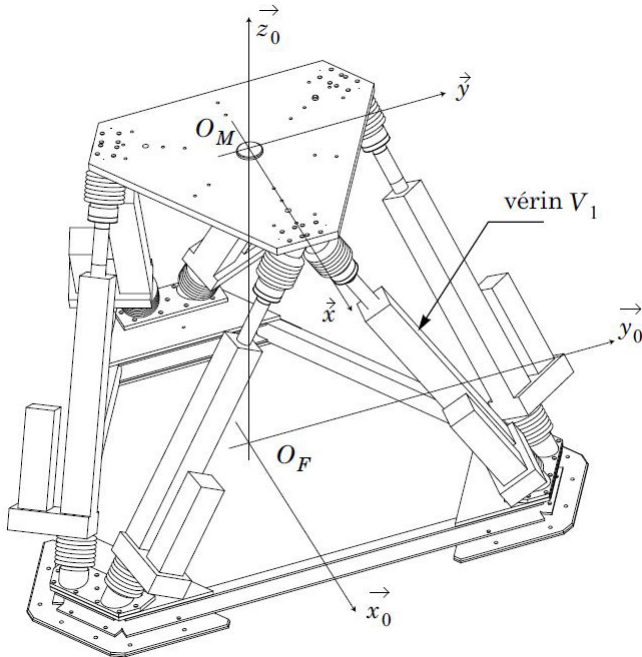
Le vérin est constitué d'un moteur brushless dont le stator est fixé sur le corps 1, et dont le rotor 4 qui est liaison pivot sur le corps 1, entraîne en rotation la vis 3 elle même en liaison pivot d'axe (A_1B_1) sur le corps 1. La transmission de 4 à 3 se fait par une à courroie synchrone de rapport : $k = \frac{\omega_{3/1}}{\omega_{4/1}} = \frac{r_4}{r_3} = \frac{15}{36}$

Ensuite une liaison hélicoïdale d'axe (A_1B_1) de pas à droite $p_v = 25$ mm permet de transformer la rotation de 3 en translation de la tige 2 qui est en liaison glissière d'axe (A_1B_1) sur le corps 1.

Description de la plate-forme avec ses six vérins.

Les six vérins V_i (dont la longueur est ρ_i) de cette plate-forme sont implantés de la manière décrite ci-dessous. Sur la plate-forme en position initiale ($\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = 1\,435\text{ mm}$)

Perspective et schéma filaire en vue de dessus



Les points A_i sont dans un plan $(O_F, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ sur un cercle de centre O_F et rayon : $R = O_F A_i = 875\text{ mm}$
 Les points B_i sont dans un plan (O_M, \vec{x}, \vec{y}) sur un cercle de centre O_M et rayon : $r = O_M B_i = 475\text{ mm}$.

La position de ces points A_i et B_i est décrite par le schéma filaire ci-dessus avec les angles α et β .

Description de la commande

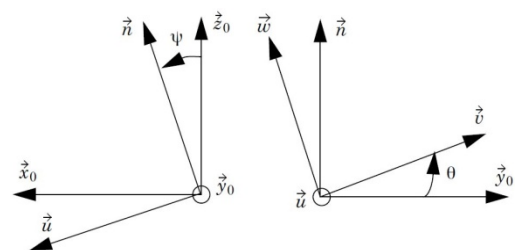
Les différents mouvements de la nacelle S_1 sont pilotés par un PC qui via une carte UMAC et six variateurs de fréquence pilotent les moteurs des vérins. La position de chacun des vérins est renseignée par un codeur lié au rotor de chaque moteur. Cette partie commande est décrite par le document 1 de la page suivante. On y donne également les caractéristiques du moteur des vérins.

Limite de l'étude

Notre étude se limite à un mouvement de translation rectiligne vertical de la nacelle S_1 par rapport au bâti S_0 . On a donc toujours le point O_M à la verticale (\vec{Z}_0) du point O_F et la base liée au solide S_1 toujours confondue avec la base liée au solide S_0 : $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

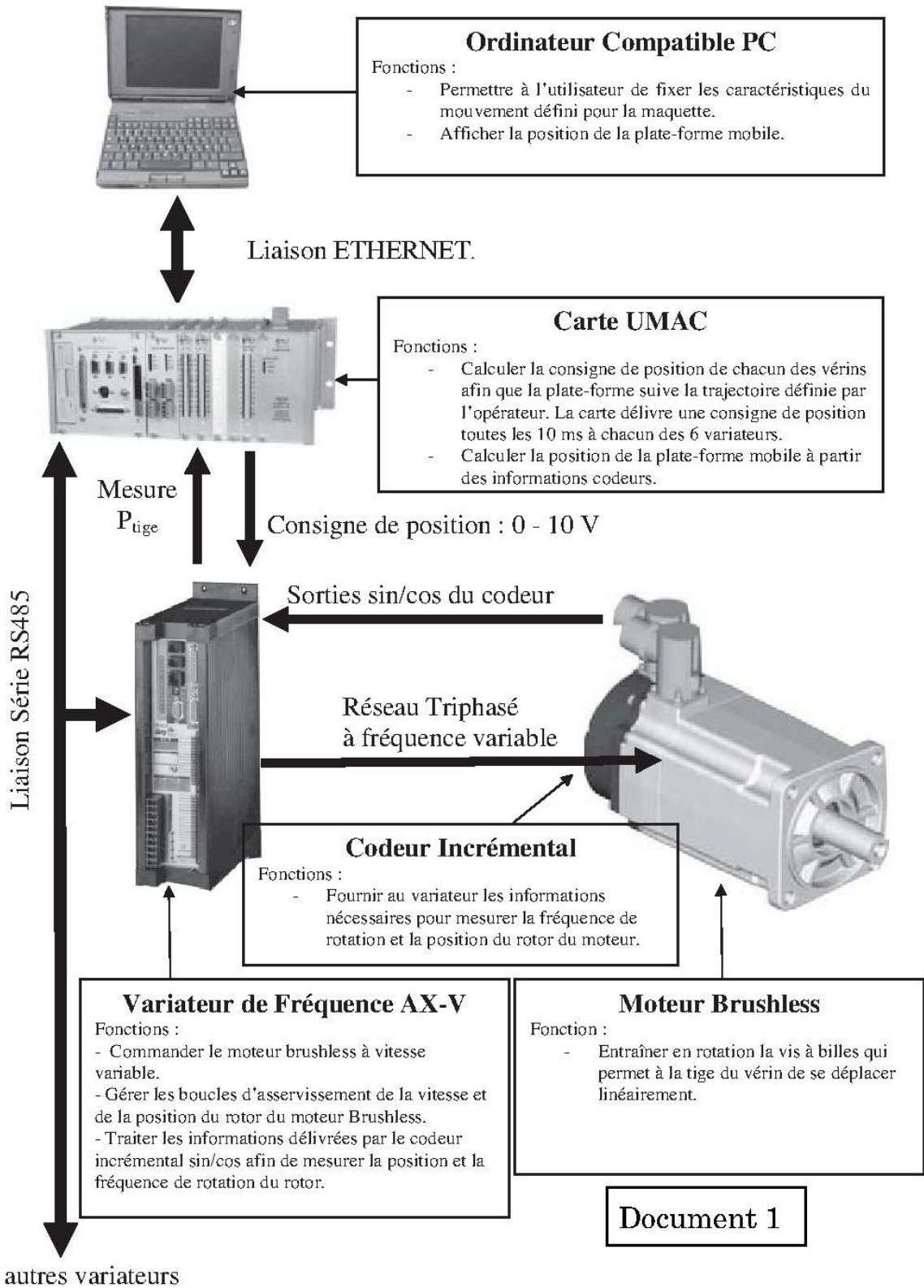
Paramétrage et données cinétiques du problème.

- ☞ La position de la nacelle S_1 par rapport au bâti S_0 est donnée par le paramètre h : $\vec{O}_F \vec{O}_M = h \cdot \vec{z}_0$
- ☞ La nacelle avec sa cuve à une masse $m = 1\,000\text{ kg}$
- ☞ L'orientation du vérin par rapport au bâti est donné par le repère $(A, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ lié au corps 1 du vérin. On passe de la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ à la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ par les deux rotations ψ (autour de \vec{y}_0) et θ (autour de \vec{u}). Ces deux rotations sont définies par les figures planes ci-contre :



- ☞ L'élongation du vérin est donné par le paramètre ρ tel que : $\vec{A}_1 \vec{B}_1 = \rho \cdot \vec{w}$ Cette élongation varie entre la valeur minimale de $1\,135\text{ mm}$ et la valeur maximale de $1\,735\text{ mm}$.
- ☞ La masse de la tige 2 du vérin est de : $m_2 = 10,8\text{ kg}$
- ☞ Le moment d'inertie du rotor 4 avec sa poulie par rapport à son axe est : $J_4 = 11,34 \cdot 10^{-5}\text{ kg.m}^2$
- ☞ Le moment d'inertie de la vis 3 par rapport à son axe est : $J_3 = 9,5 \cdot 10^{-5}\text{ kg.m}^2$

Commande des moteurs des vérins



Caractéristiques des moteurs brushless

Coefficient de force contre électromotrice : $K_E = 1,77 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$
 Coefficient de couple : $K_T = 1,77 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$
 Résistance d'induit : $R = 3,15 \text{ } \Omega$
 Inductance d'induit : $L = 0,5 \text{ mH}$

Equations du moteur

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d i(t)}{dt}$$

$$c_m(t) = K_T \cdot i(t)$$

$$e(t) = K_E \cdot \omega_m(t)$$

Objectif

Le système doit permettre de piloter la position (et l'orientation) de la plate-forme afin que celle-ci suive une trajectoire bien précise. Pour cela on met en place un asservissement en vitesse ($\omega_m = \omega_{4/1}$) des moteurs des vérins électriques. Notre étude se limite au respect des critères ci-dessous du cahier des charges défini pour un mouvement de translation vertical de la plate-forme qui reste horizontale et en position centrale. C'est-à-dire que l'on a toujours $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0) = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et $\vec{O_F O_M} = h \cdot \vec{z}_0$.

Type	Critère	Niveaux
Précision	Ecart de vitesse pour un échelon de consigne $\omega_{mc} = 160 \text{ rad.s}^{-1}$	$\epsilon_{EC} = 0$
	Ecart de trainage pour une consigne $\omega_{mc}(t) = 320.t$ (320 en rad.s^{-2})	$\epsilon_T \leq 1 \text{ rad.s}^{-1}$
Robustesse	Ecart de vitesse pour un échelon de perturbation.	$\epsilon_{EP} = 0$
Stabilité	Marge de phase	$M_\phi \geq 50^\circ$
	Marge de gain	$M_G \geq 10 \text{ dB}$
Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_{0dB} \geq 2000 \text{ rad.s}^{-1}$
	Temps de réponse à 5 %	$t_{5\%} < 3 \text{ ms}$

L'objectif de l'étude est de proposer et dimensionner un correcteur pour cet asservissement

Travail demandé :

1- Etude géométrique et cinématique

1.1- Ecrire l'équation vectorielle de fermeture géométrique entre les points O_M et O_F .

En déduire que :
$$h = \sqrt{\rho^2 - A^2 - B^2} \quad \sin \theta = \frac{B}{\rho} \quad \sin \psi = \frac{-A}{\sqrt{\rho^2 - B^2}}$$

En donnant l'expression de A et B en fonction de α, β, R et r

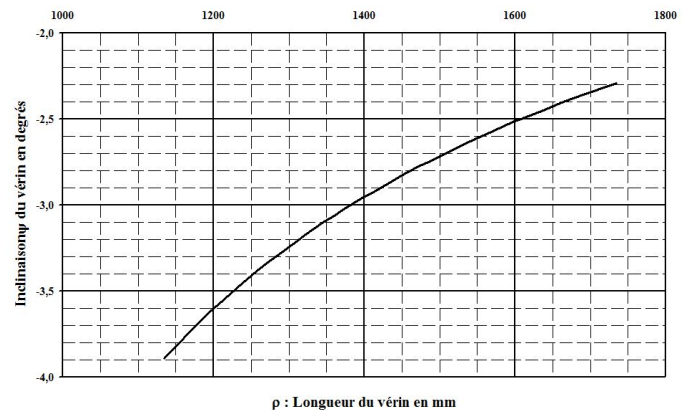
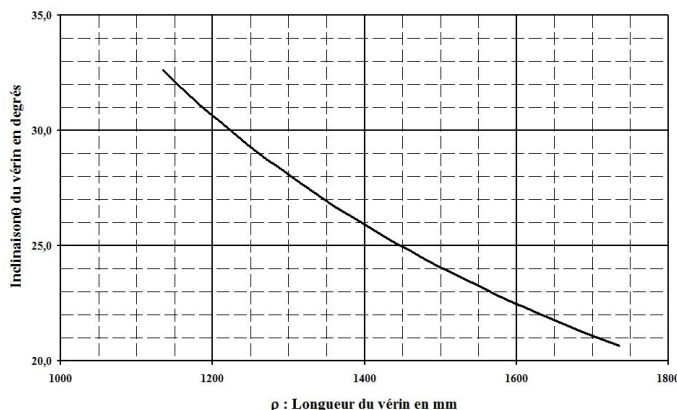
1.2- De ces trois relations, on en déduit les courbes de h, θ et ψ en fonction de ρ . En linéarisant les deux premières courbes on en déduit les relations entre $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$ en fonction de $\dot{\rho}$:

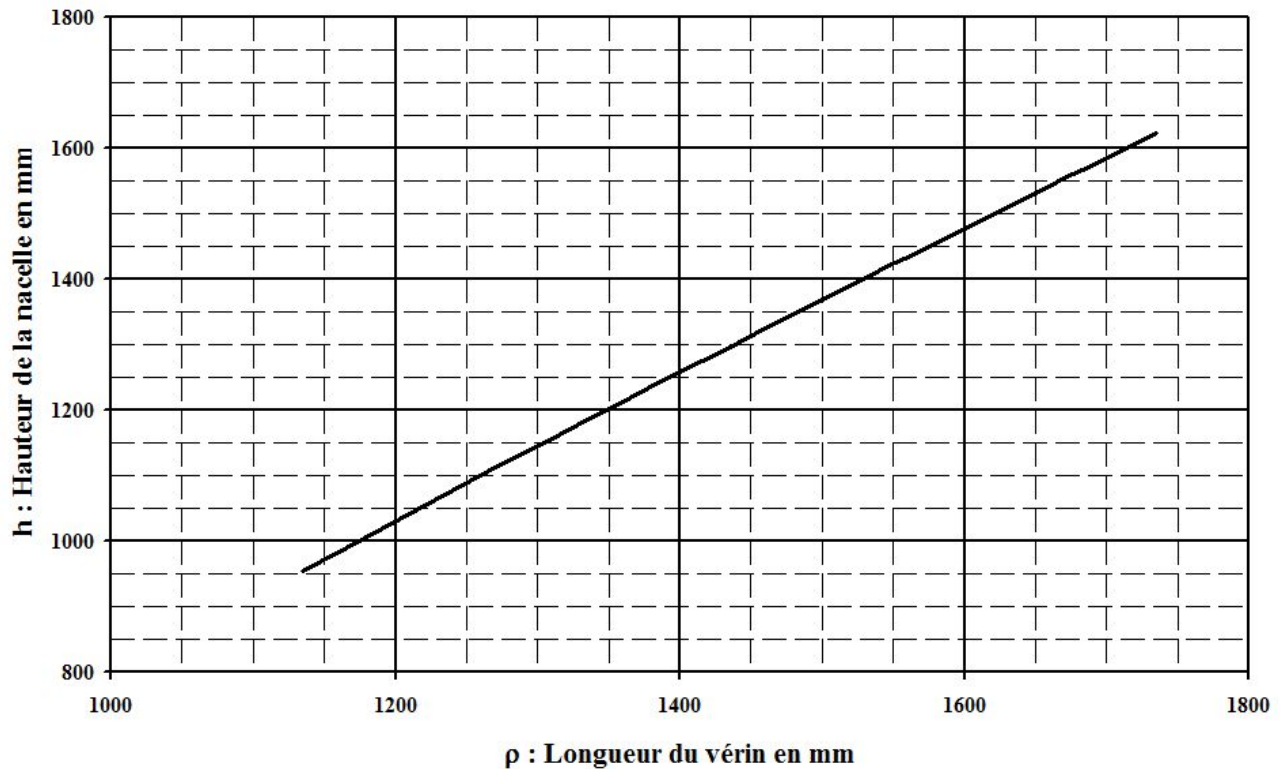
$$\dot{\theta} = \lambda_\theta \cdot \dot{\rho} \quad \text{Avec : } \lambda_\theta = -0,34 \text{ rad/m} \quad \dot{\psi} = \lambda_\psi \cdot \dot{\rho} \quad \text{Avec : } \lambda_\psi = 0,045 \text{ rad/m}$$

En déduire à partir de la troisième courbe (page 5), λ_h le coefficient liant la vitesse \dot{h} de la nacelle en fonction de $\dot{\rho}$ la vitesse de la tige du vérin par rapport au corps :
$$\dot{h} = \lambda_h \cdot \dot{\rho}$$

Inclinaison θ du vérin en fonction de sa longueur ρ

Inclinaison ψ du vérin en fonction de sa longueur ρ



Hauteur de la nacelle en fonction de la longueur ρ 

Pour la suite de l'étude, étant donné les faibles valeurs de λ_θ et λ_ψ , et pour simplifier les calculs, on fera l'hypothèse que l'inclinaison du vérin est constante ($\dot{\theta} \approx \dot{\psi} \approx 0$) et est égale à l'inclinaison dans la position d'origine (lorsque $\rho = 1\,435$ mm).

L'inclinaison du vérin par rapport à la verticale est donc constante et est de : $\alpha = (\vec{w}, \vec{z}_0) = 25,4^\circ$.

1.3- On note ω_m la vitesse de rotation (en rad/s) du moteur. Donner, en fonction de ω_m et des constantes k , p_v et λ_h , l'expression des vitesses de rotation de la vis $\omega_{3/1}$, de translation de la tige $\dot{\rho}$, et de translation de la nacelle \dot{h} .

2- Etude cinétique et dynamique

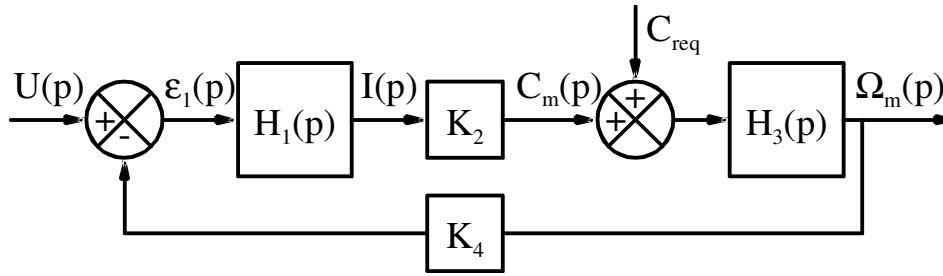
La nacelle étant élevée par les six vérins simultanément, le poids de la nacelle se répartit également sur les six vérins (1/6 du poids par vérin). De même pour son inertie. Ainsi on pourra considérer un système constitué des pièces en mouvement d'un seul vérin et d'un sixième de la nacelle.

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique appliquée à l'ensemble des pièces en mouvement d'un vérin et d'un sixième de la nacelle, et en déduire l'équation différentielle en ω_m , régissant le mouvement d'un vérin et de la nacelle.

Vous montrerez qu'elle s'écrit sous la forme : $C_m + C_{\text{req}} = J_{\text{eq}} \cdot \dot{\omega}_m$ et déterminerez les valeurs numériques de J_{eq} et C_{req} .

3- Etude de l'asservissement en vitesse de la rotation du moteur

3.1- On donne ci-dessous le schéma bloc modélisant le moteur. Donner les expressions littérales sous leur forme canonique des fonctions de transfert $H_1(p)$, K_2 , $H_3(p)$ et K_4 . Et déterminer la valeur de la constante de temps T_1 de la fonction de transfert $H_1(p)$.

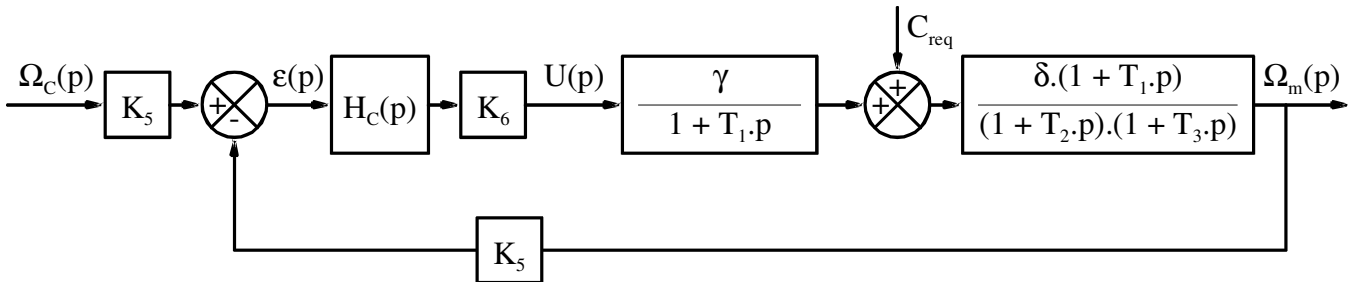


3.2- A partir du principe de superposition, montrer que l'on a :

$$\Omega_m(p) = \left[\frac{\gamma}{1 + T_1 \cdot p} \cdot U(p) + C_{req}(p) \right] \cdot \frac{\delta \cdot (1 + T_1 \cdot p)}{(1 + T_2 \cdot p) \cdot (1 + T_3 \cdot p)}$$

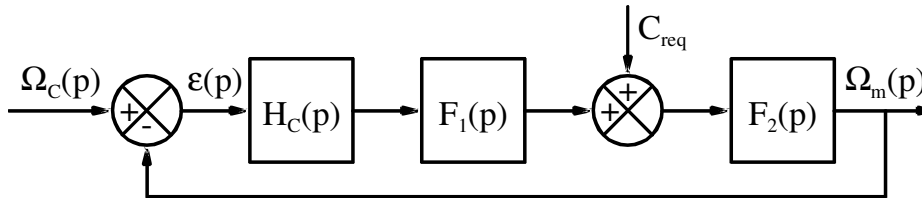
Donner les expressions de γ , δ , $(T_2 + T_3)$ et $(T_2 \cdot T_3)$ en fonction de R , L , K_T , K_E et J_{eq} . Et faire les applications numériques pour les valeurs de γ et δ .

L'asservissement en vitesse est alors décrit par le schéma bloc suivant :



- ☞ La fonction de transfert du capteur de vitesse est un gain pur : $K_5 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ V.s.rad}^{-1}$.
- ☞ La fonction de transfert K_6 du variateur est un gain pur : $K_6 = 20$
- ☞ La fonction de transfert du correcteur est notée : $H_C(p)$.

3.3- Ce schéma bloc est équivalent au schéma bloc à retour unitaire ci-dessous, déterminer les expressions de $F_1(p)$ et $F_2(p)$ en fonction de K_5 , K_6 , γ , δ , T_1 , T_2 et T_3 . Puis donner les valeurs des gains statiques K_{F1} et K_{F2} de $F_1(p)$ et $F_2(p)$.

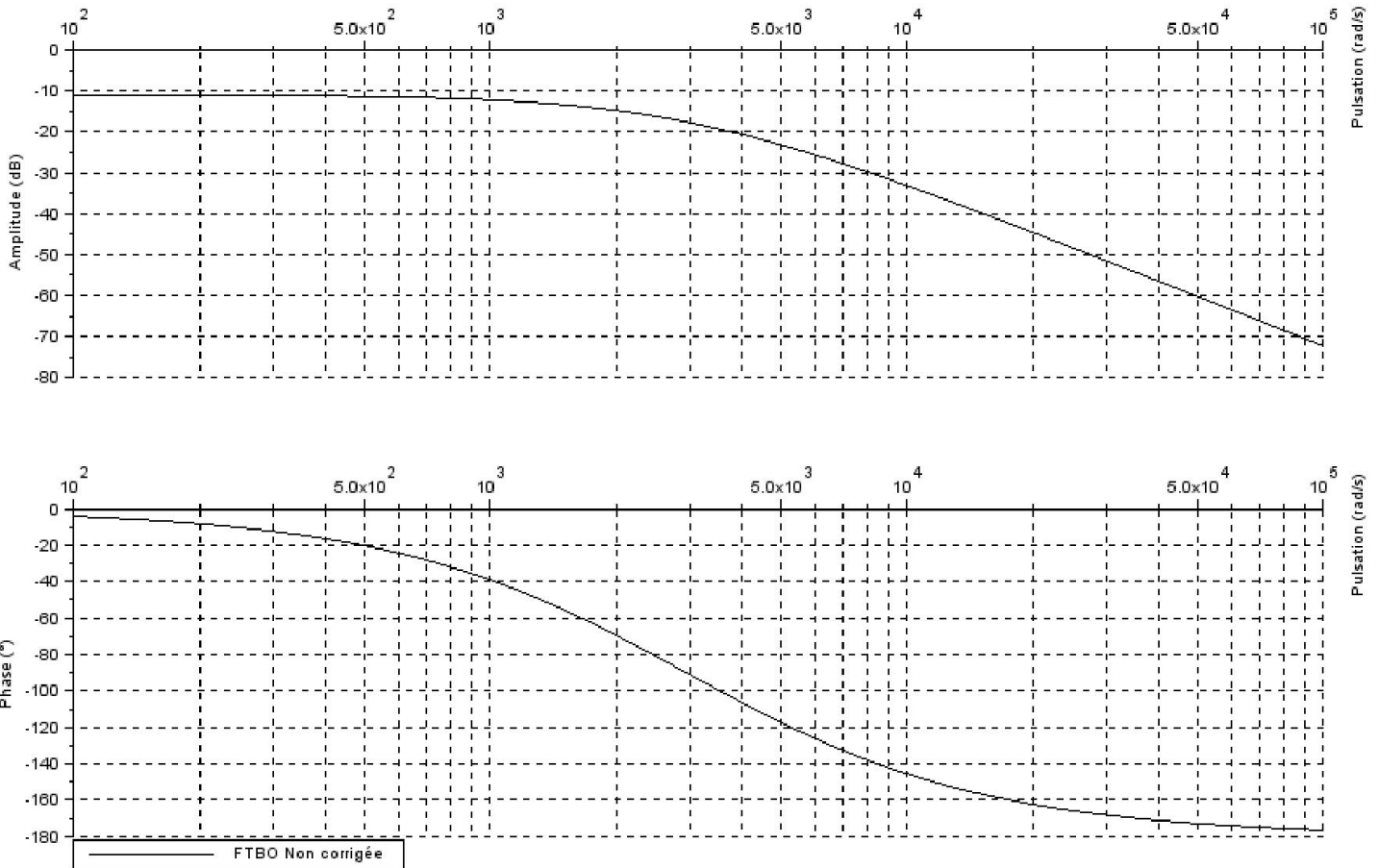


3.4- Une application numérique donne les fonctions de transfert suivantes :

$$F_1(p) = \frac{0,28}{1 + 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot p} \quad \text{et} \quad F_2(p) = \frac{1 + 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot p}{(1 + 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot p) \cdot (1 + 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot p)}$$

Montrez que la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée : $H_{BONC}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\epsilon(p)}$ (pour $H_C(p) = 1$) est un second ordre dont vous donnerez les éléments caractéristiques : Le gain statique K_{BONC} , le facteur d'amortissement m et la pulsation propre ω_0 .

On donne ci-dessous le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de cet asservissement (FTBO pour $H_C(p) = 1$).



3.5- Parmi les correcteurs suivants quels sont ceux qui ne répondent pas au cahier des charges : Correcteur proportionnel, Correcteur intégral, Correcteur proportionnel intégral et Correcteur à avance de phase ? Justifiez votre réponse.

3.6- On décide d'opter pour un correcteur proportionnel intégral de gain statique K_C et de constante de temps T_C . Déterminer les valeurs de K_C et T_C permettant de répondre simultanément aux critères de marge de phase et de pulsation de coupure.

3.7- Le correcteur ainsi dimensionné répond-il à tous les critères du cahier des charges? Justifiez votre réponse pour chaque critère du cahier des charges.