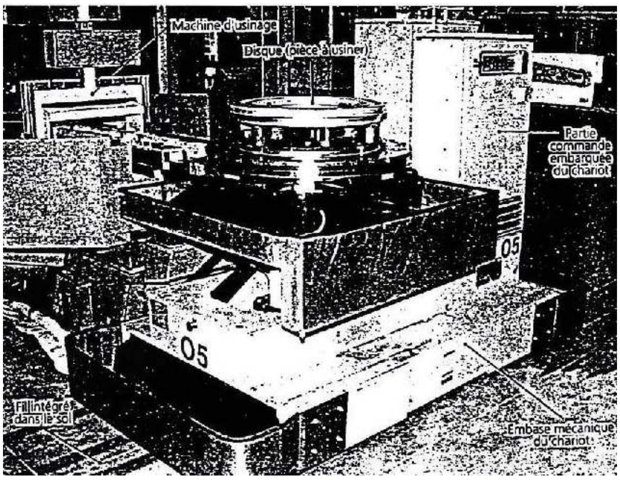
TD4 : Plateau coulissant de chariot

Mise en situation



Dans une industrie mécanique lourde on usine des pièces dont la masse est élevée. Pour déplacer ces pièces on utilise un chariot sur lequel sont posées ces pièces. Pour faciliter la mise en place des pièces sur leur montage d'usinage, les chariots possèdent un plateau. Ce plateau a la possibilité de se déplacer latéralement en translation. Ce déplacement latéral est l'objet de notre étude.

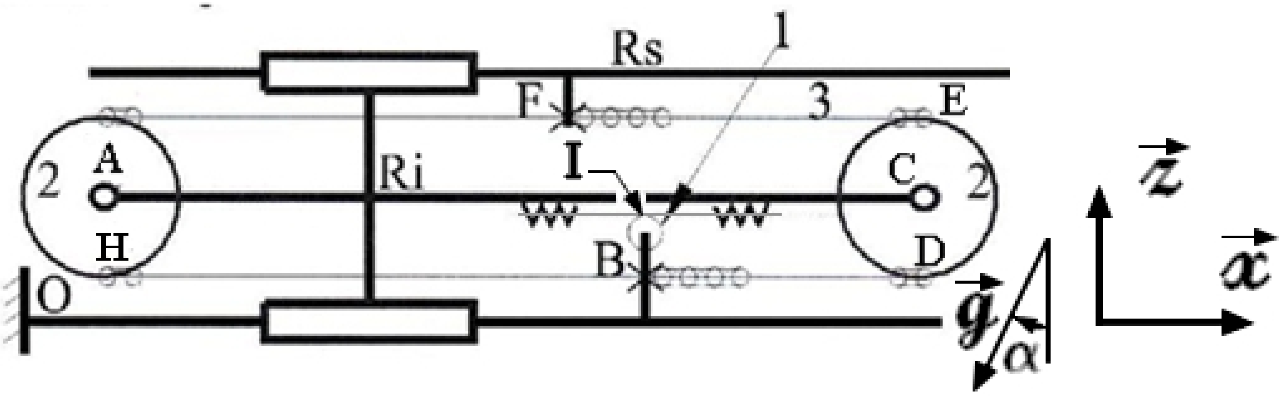
Le mouvement est obtenu à partir de glissières composées de rails munis d'éléments roulant

Un rail intermédiaire R_i est en glissière sur le bâti du chariot et un rail R_s est en glissière sur le rail intermédiaire.

Schématisation de la transmission du mouvement

Le mouvement du plateau (R_s) est obtenu par un moto réducteur possédant sur son axe un pignon denté 1 (En liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{y})$ sur le bâti) entrainant une crémaillère solidaire du chariot intermédiaire R_i.

Sur R_i sont liées en rotation (d'axes $(A, \overrightarrow{y})$ et $(C, \overrightarrow{y})$) deux pignons de chaîne 2 sur lesquels est enroulée une chaine 3. Le rail intermédiaire R_i est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x}$ avec le bâti 0 et le plateau R_s est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x}$ avec le rail intermédiaire R_i.



Cette chaine 3 est fixée en B et F respectivement au bâti du chariot 0 et au plateau R_s.

Le moto réducteur est composé d'un moteur à courant continu dont la vitesse de rotation du rotor est notée $\omega_m(t)$. Sur ce rotor s'exerce un couple noté : $\overrightarrow{C_m} = C_m.\overrightarrow{y}$.

Le réducteur transmet la puissance de l'arbre moteur de vitesse de rotation $\omega_m(t)$ à l'axe du pignon denté 1 de vitesse de rotation $\omega_1(t)$. Le rapport de ce réducteur est noté : $\lambda = \dfrac{\omega_1(t)}{\omega_m(t)}$.

Les rayons primitifs du pignon denté 1 et des pignons de chaîne 2 sont respectivement R_1 et R_2.

Le chariot pouvant se trouver sur un sol non-horizontal, l'accélération gravitationnelle $\overrightarrow{g}$ peut être inclinée d'un angle α par rapport à l'axe $\overrightarrow{z}$ du chariot :

$$\overrightarrow{g} = -\,g.(\cos\alpha.\overrightarrow{z} + \sin\alpha.\overrightarrow{x}) \qquad \text{avec :} \qquad g = 9{,}81\ m.s^{-2}$$

Toutes les liaisons sont parfaites, sauf les liaisons glissière entre le bâti 0 et le rail intermédiaire R_i ainsi qu'entre le rail intermédiaire R_i et le plateau R_S.

Ces deux liaisons glissière ont le même coefficient de frottement visqueux b. On a donc des composantes suivant x des résultantes des actions mécaniques dues aux liaisons glissière.

D'où pour : La liaison entre 0 et R_i on a la résultante sur $\vec{x}$: $\vec{F}_{0\to Ri}.\vec{x} = -\,b.\vec{V}_{C\in Ri/0}.\vec{x}$

et : La liaison entre R_S et R_i on a la résultante sur $\vec{x}$: $\vec{F}_{Ri\to Rs}.\vec{x} = -\,b.\vec{V}_{F\in Rs/Ri}.\vec{x}$

Notations et caractéristiques inertielles des différentes pièces

- ☞ Le plateau R_S : masse m_S et centre de gravité G_S.
- ☞ Le rail intermédiaire R_i : masse m_i et centre de gravité G_i.
- ☞ Masse et moment d'inertie des pignons 2 par rapport à leur axe $((A, \vec{y})$ ou $(C, \vec{y}))$: m_2 et J_2.
- ☞ Moment d'inertie du pignon denté 1 négligeable.
- ☞ Moment d'inertie du rotor par rapport à son axe : J_m.
- ☞ Moment d'inertie du réducteur ramenée sur son axe d'entrée (rotor du moteur) : J_r.

Travail demandé

1- Etude cinématique

La chaîne étant fixée en B et F respectivement au bâti du chariot 0 et au plateau R_s. On a les vecteurs vitesses : $\vec{V}_{D\in 2/0} = \vec{V}_{H\in 2/0} = \vec{0}$ et : $\vec{V}_{F\in Rs/0} = \vec{V}_{E\in 2/0}$.

Avec le système pignon-crémaillère on a bien sur un roulement sans glissement au point I du pignon denté 1 sur le rail intermédiaire R_i.

Déterminer en fonction de ω_m et des constantes du système, $\vec{V}_{C\in Ri/0}$ puis $\vec{\Omega}_{2/0}$ et enfin $\vec{V}_{F\in Rs/0}$

2- Etude cinétique

2.1- Déterminer en fonction de ω_m et des constantes du système les puissances des actions dues aux liaisons glissière : Extérieure : $P(0\to R_i/0)$ et Intérieure $P(R_i\to R_s/R_i)$.

2.2- Les brins de chaîne étant fixes par rapport au bâti 0, les deux pignons 2 sont en rotation par rapport au bâti 0 autour des axes $(H, \vec{y})$ et $(D, \vec{y})$.

En appliquant le TEC à l'ensemble Σ des pièces en mouvement : $\Sigma = \{$Rotor, Réducteur, 1, 2, R_i, $R_s\}$, montrer que le système est régit par une équation différentielle de la forme :

$$C_m - (\gamma + \beta\,.\,\omega_m) = J_{eq}\,.\,\dot{\omega}_m$$

Vous déterminerez les expressions de γ, β et J_{eq} en fonction des constantes du système.

2.3- On cherche à asservir la position $x(t)$ du plateau R_S par rapport au bâti 0, à la consigne $x_C(t)$.

Le moteur de cet asservissement en position est un moteur à courant continu de résistance R et d'inductance L. Les constantes de couple et de vitesse sont K_C et K_V avec $K_C = K_V$. En notant u(t), i(t) et e(t) la tension d'alimentation l'intensité et la force contre électromotrice du moteur on a donc les équations différentielles du moteur :

☞ $u(t) = R.i(t) + L.\dfrac{d\,i(t)}{dt} + e(t)$ ☞ $e(t) = K_V\,.\,\omega_m(t)$ ☞ $c_m(t) = K_C\,.\,i(t)$

Un capteur vient mesurer la position angulaire de l'arbre moteur $\theta_m(t)$ et délivre en sortie une tension $u_m(t)$ fonction de cette position. La fonction de transfert de ce capteur est un gain pur $K_{Cap}(p)$. La consigne de position du plateau R_S est donnée par une tension $u_C(t)$ proportionnelle à la consigne $x_C(t)$ avec un gain pur K_A.

La comparaison entre $u_c(t)$ et $u_m(t)$ est corrigée par un correcteur de gain C(p) qui alimente le moteur via un hacheur de gain K_H dont la tension de sortie est u(t).

On note respectivement $\Gamma(p)$, $\Omega_m(p)$, $\Theta_m(p)$, $C_m(p)$, $U_C(p)$, $U_m(p)$, $U(p)$, $I(p)$, $X_C(p)$ et $X(p)$ les transformées de Laplace de $\gamma(t)$, $\omega_m(t)$, $\theta_m(t)$, $c_m(t)$, $u_c(t)$, $u_m(t)$, $u(t)$, $i(t)$, $x_C(t)$ et $x(t)$.

Réaliser le schéma bloc de cet asservissement.