PSI 2023-2024 Bassin de traction du LHEEA Corrigé DS N°1

Question 1 – Accélération du chariot

La distance parcourue par le chariot représente l'aire sous la courbe du diagramme des vitesses

Donc : $X_f - X_0 = \frac{V_m.T_1}{2} + V_m.t_{acq} + \frac{V_m.(T_3 - T_2)}{2}$

Sachant que les phases 1 et 3 ont la même valeur absolue de l'accélération on a : $T_3 - T_2 = T_1$

On en déduit : $X_f - X_0 = \frac{V_m.T_1}{2} + V_m.t_{acq} + \frac{V_m.T_1}{2}$

Soit : $\mathbf{T_1 = \frac{X_f - X_0}{V_m} - t_{acq}}$ A.N. : $\mathbf{T_1 = \frac{130 - 10}{8} - 10 = 5\ s}$

Sachant que l'accélération représente la pente de la droite de la 1ière phase : $\gamma = \frac{V_m}{T_1}$

On obtient : $\boldsymbol{\gamma = \frac{V_m^2}{X_f - X_0 - V_m.t_{acq}}}$ A.N. : $\boldsymbol{\gamma = \frac{8^2}{130 - 10 - 8\times 10} = 1{,}6\ m.s^{-2}}$

Question 2 – Energie cinétique des roues

Pour les deux roues, le point O étant le centre d'inertie de la roue, d'après le théorème de Huygens :

$$\mathbf{J_R(I) = J_R(O) + m_R.R^2}$$

Le mouvement des roues étant une rotation autour de l'axe $(I, \overrightarrow{z_0})$ l'énergie cinétique des roues est :

$$\mathbf{E_C(1/0) = E_C(2/0) = \frac{1}{2}.J_R(I).\omega_R^2 = \frac{1}{2}.(\,J_R(O) + m_R.R^2\,).\omega_R^2}$$

Question 3 – Energie cinétique du système isolé

Ayant un roulement sans glissement entre la roue 1 et le rail 0 au point I_1 : $\overrightarrow{V_{I1\in 1/0}} = \vec{0}$

De la relation de Varignon on a : $\overrightarrow{V_{O1\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{I1\in 1/0}} + \overrightarrow{O_1I_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} - R.\overrightarrow{y_0} \wedge \omega_R.\overrightarrow{z_0} = -R.\omega_R.\overrightarrow{x_0}$

D'autre part le point O_1 étant le centre de la liaison pivot entre 1 et 3 on a : $\overrightarrow{V_{O1\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O1\in 3/0}}$

Enfin le chariot 3 étant en translation par rapport au rail : $\overrightarrow{V_{O1\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{G3\in 3/0}} = V_3.\overrightarrow{x_0}$

On a donc : $\overrightarrow{V_{O1\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{G3\in 3/0}} = -R.\omega_R.\overrightarrow{x_0} = V_3.\overrightarrow{x_0}$ Soit : $\mathbf{V_3 = -R.\omega_R}$

Le chariot 3 étant en mouvement de translation son énergie cinétique est : $E_C(3/0) = \frac{1}{2}.m_3.V_3^2$

D'où l'énergie cinétique du système isolé Σ : $E_C(\Sigma/0) = E_C(1/0) + E_C(2/0) + E_C(3/0)$

$$E_C(\Sigma/0) = 2 \times \frac{1}{2}.(\,J_R(O) + m_R.R^2\,).\omega_R^2 + \frac{1}{2}.m_3.V_3^2 \quad \text{avec :} \quad \omega_R = -\frac{V_3}{R}$$

On en déduit donc : $\mathbf{E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2}.M_{eq}.V_3^2}$ avec : $\mathbf{M_{eq} = m_3 + 2.m_R + \frac{2.J(O)}{R^2}}$

Question 4 – Puissances Galiléenne

Les actions mécaniques extérieures du système Σ sont :

Le poids du chariot 3 : $P(pes\rightarrow 3/0) = -m_3.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,\overrightarrow{V_{G3\in 3/0}} = -m_3.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,V_3.\overrightarrow{x_0} = 0$

Le poids de la roue 1 : $P(pes\rightarrow 1/0) = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,\overrightarrow{V_{O1\in 3/0}} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,V_3.\overrightarrow{x_0} = 0$

Le poids de la roue 2 : $P(pes\rightarrow 2/0) = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,\overrightarrow{V_{O2\in 3/0}} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}\,.\,V_3.\overrightarrow{x_0} = 0$

L'action du rail sur la roue 1 : $P(0\rightarrow 1/0) = \overrightarrow{R_{0\rightarrow 1}}\,.\,\overrightarrow{V_{I1\in 3/0}} = 0$ Car : $\overrightarrow{V_{I1\in 3/0}} = \vec{0}$

L'action du rail sur la roue 2 : $P(0\rightarrow 2/0) = \overrightarrow{R_{0\rightarrow 2}}\,.\,\overrightarrow{V_{I2\in 3/0}} = 0$ Car : $\overrightarrow{V_{I2\in 3/0}} = \vec{0}$

On a donc la somme des puissances galiléenne des actions extérieure : $\boldsymbol{\Sigma\ P(Ext\rightarrow\Sigma/0) = 0}$

<u>Les actions mécaniques intérieures du système Σ sont :</u>

Le couple du moteur 1 sur le réducteur 1 : $P(mot_1\rightarrow red_1/0) = C_m.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{red/0}} = C_m.\overrightarrow{z_0}.\omega_m.\overrightarrow{z_0} = C_m.\omega_m$

Le couple du réducteur 1 sur le moteur 1 : $P(red_1\rightarrow mot_1/0) = -\,C_m.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{mot/0}} = -\,C_m.\overrightarrow{z_0}.\vec{0} = 0$

Le couple du moteur 2 sur le réducteur 2 : $P(mot_2\rightarrow red_2/0) = C_m.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{red/0}} = C_m.\overrightarrow{z_0}.\omega_m.\overrightarrow{z_0} = C_m.\omega_m$

Le couple du réducteur 2 sur le moteur 2 : $P(red_2\rightarrow mot_2/0) = -\,C_m.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{mot/0}} = -\,C_m.\overrightarrow{z_0}.\vec{0} = 0$

Le couple du réducteur 1 sur la roue 1 : $P(red_1\rightarrow 1/0) = C_R.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = C_R.\overrightarrow{z_0}.\omega_R.\overrightarrow{z_0} = C_R.\omega_R$

Le couple de la roue 1 sur le réducteur 1 : $P(1\rightarrow red_1/0) = -\,C_R.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = -\,C_R.\overrightarrow{z_0}.\omega_R.\overrightarrow{z_0} = -\,C_R.\omega_R$

Le couple du réducteur 2 sur la roue 2 : $P(red_2\rightarrow 2/0) = C_R.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = C_R.\overrightarrow{z_0}.\omega_R.\overrightarrow{z_0} = C_R.\omega_R$

Le couple de la roue 2 sur le réducteur 2 : $P(2\rightarrow red_2/0) = -\,C_R.\overrightarrow{z_0}.\,\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -\,C_R.\overrightarrow{z_0}.\omega_R.\overrightarrow{z_0} = -\,C_R.\omega_R$

On a donc la somme des puissances galiléenne des actions intérieure : $\boldsymbol{\Sigma\ P(Int\rightarrow\Sigma/0) = 2.C_m.\omega_m}$

<u>Question 5 – Couple moteur</u>

L'application du théorème de l'énergie cinétique au système Σ s'écrit :

$$\frac{d\,E_C(\Sigma/0)}{dt} = \Sigma\ P(Ext\rightarrow\Sigma/0) + \Sigma\ P(Int\rightarrow\Sigma/0) \quad\Leftrightarrow\quad M_{eq}.V_3.\gamma = 0 + 2.C_m.\omega_m$$

D'autre part : $\omega_m = \dfrac{\omega_R}{k}$ et : $\omega_R = -\dfrac{V_3}{R}$ Donc : $M_{eq}.V_3.\gamma = -\,2.C_m.\dfrac{V_3}{k.R}$

D'où le couple moteur permettant l'accélération γ : $\boldsymbol{C_m = -\dfrac{M_{eq}.k.R}{2}.\gamma}$ A.N. : $C_m = -\,56{,}3$ N.m

<u>Question 6 – Actions mécaniques extérieures sur la roue 1</u>

On isole la roue 1 les actions mécaniques extérieures s'appliquant sur cette roue 1 sont :

☞ Le poids de la roue 1 : Une force $-\,m_R.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en O_1.

$$\{T_{pes\rightarrow 1}\} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} -\,m_R.g.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\,m_R.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_0}$$

☞ L'action du rail 0 sur la roue 1 due à la liaison ponctuelle avec adhérence :

$$\{T_{0\rightarrow 1}\} = {}_{I_1}\!\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{0\rightarrow 1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = {}_{I_1}\!\begin{Bmatrix} X_{01} & - \\ Y_{01} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{b_0}$$

avec : $|X_{01}| \le f.|Y_{01}|$

☞ L'action du réducteur 1 sur la roue 1 :

$$\{T_{0\rightarrow 1}\} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_R.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} 0 & - \\ 0 & - \\ - & C_R \end{Bmatrix}_{b_0}$$

☞ L'action du chariot 3 sur le roue 1 due à la liaison pivot d'axe $(O_1, \overrightarrow{z_0})$

$$\{T_{3\rightarrow 1}\} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} X_{31} & - \\ Y_{31} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{b_0} = {}_{O_1}\!\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{3\rightarrow 1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Question 7 – Composante tangentielle de l'action du rail 0 sur les roues 1 et 2

L'application du Théorème du moment dynamique en O_1 projeté sur l'axe $\overrightarrow{z_0}$ donne :

$$\overrightarrow{\delta_{O1}(1/0)}.\overrightarrow{z_0} = \vec{0}.\overrightarrow{z_0} + \overrightarrow{O_1I_1}\wedge\overrightarrow{R_{0\to1}} + C_R.\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{z_0} + \vec{0}.\overrightarrow{z_0}$$

$$\Leftrightarrow \quad J_R(O).\dot{\omega}_R = -R.\overrightarrow{y_0}\wedge(X_{01}.\overrightarrow{x_0} + Y_{01}.\overrightarrow{y_0}).\overrightarrow{z_0} + C_R = R.X_{01} + C_R$$

D'autre part : $\omega_R = -\dfrac{V_3}{R} \Rightarrow \dot{\omega}_R = -\dfrac{d\,V_3(t)}{dt}.\dfrac{1}{R} = -\dfrac{\gamma}{R}$ et : $C_R = \dfrac{C_m}{k} = -\dfrac{1}{k}.\dfrac{M_{eq}.k.R}{2}.\gamma$

On a donc : $-J_R(O).\dfrac{\gamma}{R} = R.X_{01} - \dfrac{M_{eq}.R}{2}.\gamma$ Soit : $X_{01} = \left(\dfrac{M_{eq}}{2} - \dfrac{J_R(O)}{R^2}\right).\gamma$

D'autre part on a : $M_{eq} = m_3 + 2.m_R + \dfrac{2.J(O)}{R^2}$ D'où : $\boldsymbol{X_{01} = \left(\dfrac{m_3}{2} + m_R\right).\gamma}$

Par un TMD en O_2 sur la roue 2 on obtient également : $\boldsymbol{X_{02} = \left(\dfrac{m_3}{2} + m_R\right).\gamma}$

Question 8 – Composante normale de l'action du rail 0 sur la roue 1

On isole le système Σ. Le bilan des actions mécaniques extérieures est :

- ☞ Le poids du chariot 3 : Une force $\overrightarrow{P_3} = -m_3.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en G_3
- ☞ Le poids de la roue 1 : Une force $\overrightarrow{P_1} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en O_1
- ☞ Le poids de la roue 2 : Une force $\overrightarrow{P_2} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en O_2
- ☞ L'action du rail sur la roue 1 : Une force $\overrightarrow{R_{0\to1}} = X_{01}.\overrightarrow{x_0} + Y_{01}.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en I_1
- ☞ L'action du rail sur la roue 2 : Une force $\overrightarrow{R_{0\to2}} = X_{02}.\overrightarrow{x_0} + Y_{02}.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en I_2

Les inconnues de ces actions sont uniquement Y_{01} et Y_{02} Pour déterminer Y_{01} il faut donc :

Appliquer un théorème du moment dynamique en I_2 projeté sur l'axe $\overrightarrow{z_0}$.

<u>Calculons la somme des moments en I_2 projeté sur z_0 des actions extérieures s'appliquant sur Σ :</u>

$$\Sigma\,\overrightarrow{\mathcal{M}_{I2}(Ext\to\Sigma)}.\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{I_2G_3}\wedge\overrightarrow{P_3}.\overrightarrow{z_0} + \overrightarrow{I_2O_1}\wedge\overrightarrow{P_1}.\overrightarrow{z_0} + \overrightarrow{I_2O_2}\wedge\overrightarrow{P_2}.\overrightarrow{z_0} + \overrightarrow{I_2I_1}\wedge\overrightarrow{R_{0\to1}}.\overrightarrow{z_0} + \vec{0}.\overrightarrow{z_0}$$

En écrivant cette somme dans la base b_0 on a :

$$\begin{pmatrix}L\\R+H\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\-m_3.g\\0\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2.L\\R\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\-m_R.g\\0\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\R\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\-m_R.g\\0\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2.L\\0\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}X_{01}\\Y_{01}\\0\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + 0$$

On en déduit : $\boldsymbol{\Sigma\,\overrightarrow{\mathcal{M}_{I2}(Ext\to\Sigma)}.\overrightarrow{z_0} = 2.L.Y_{01} - (m_3 + 2.m_R).g.L}$

<u>Calculons le moments dynamiques en I_2 projeté sur z_0 de Σ dans son mouvement par rapport à 0 :</u>

$$\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)} = \overrightarrow{\delta_{I2}(1/0)} + \overrightarrow{\delta_{I2}(2/0)} + \overrightarrow{\delta_{I2}(3/0)}$$

$$\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)} = \overrightarrow{\delta_{O1}(1/0)} + \overrightarrow{I_2O_1}\wedge m_R.\overrightarrow{\Gamma_{O1\in1/0}} + \overrightarrow{\delta_{O2}(2/0)} + \overrightarrow{I_2O_2}\wedge m_R.\overrightarrow{\Gamma_{O2\in2/0}} + \overrightarrow{\delta_{G3}(3/0)} + \overrightarrow{I_2G_3}\wedge m_3.\overrightarrow{\Gamma_{G3\in3/0}}$$

O_1 et O_2 étant les centres des liaisons pivot de 1 et 2 avec 3 : $\overrightarrow{\Gamma_{O1\in1/0}} = \overrightarrow{\Gamma_{O2\in2/0}} = \overrightarrow{\Gamma_{G3\in3/0}} = \gamma.\overrightarrow{x_0}$

Et le chariot 3 de centre d'inertie G_3 étant en translation : $\overrightarrow{\delta_{G3}(3/0)} = \vec{0}$

En écrivant cette somme dans la base b_0 on a alors :

$$\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)} = \begin{pmatrix}0\\0\\J_R(O).\dot{\omega}_R\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2.L\\R\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}m_R.\gamma\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\J_R(O).\dot{\omega}_R\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\R\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}m_R.\gamma\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}L\\R+H\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}m_3.\gamma\\0\\0\end{pmatrix}$$

On en déduit dans la base b_0 : $\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)} = \begin{pmatrix}0\\0\\2.J_R(O).\dot{\omega}_R - [2.m_R.R + m_3.(R+H)].\gamma\end{pmatrix}$

Soit en projection sur l'axe $\overrightarrow{z_0}$: $\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)}.\overrightarrow{z_0} = 2.J_R(O).\dot{\omega}_R - [2.m_R.R + m_3.(R+H)].\gamma$

D'autre part on sait que $\dfrac{d\,\omega_R(t)}{dt} = \dot{\omega}_R = -\dfrac{\gamma}{R}$

On en déduit : $\mathbf{\overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)}.\overrightarrow{z_0} = -\left[\dfrac{2.J_R(O)}{R} + 2.m_R.R + m_3.(R+H)\right].\gamma}$

L'application du TMD en I_2 projeté sur $\overrightarrow{z_0}$: $\mathbf{\Sigma\,\overrightarrow{\mathcal{M}_{I2}(Ext\to\Sigma)}.\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{\delta_{I2}(\Sigma/0)}.\overrightarrow{z_0}}$ donne donc :

$$2.L.Y_{01} - (m_3 + 2.m_R).g.L = -\left[\frac{2.J_R(O)}{R} + 2.m_R.R + m_3.(R+H)\right].\gamma$$

Finalement on obtient : $\mathbf{Y_{01} = \left(\dfrac{m_3}{2} + m_R\right).g - \left(\dfrac{J_R(O)}{L.R} + m_3.\dfrac{R+H}{2.L} + m_R.\dfrac{R}{L}\right).\gamma}$

Question 9 – Composante normale de l'action du rail 0 sur la roue 2

On isole le système Σ. Le bilan des actions mécaniques extérieures est :

- ☞ Le poids du chariot 3 : Une force $\overrightarrow{P_3} = -m_3.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en G_3
- ☞ Le poids de la roue 1 : Une force $\overrightarrow{P_1} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en O_1
- ☞ Le poids de la roue 2 : Une force $\overrightarrow{P_2} = -m_R.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en O_2
- ☞ L'action du rail sur la roue 1 : Une force $\overrightarrow{R_{0\to1}} = X_{01}.\overrightarrow{x_0} + Y_{01}.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en I_1
- ☞ L'action du rail sur la roue 2 : Une force $\overrightarrow{R_{0\to2}} = X_{02}.\overrightarrow{x_0} + Y_{02}.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en I_1

L'unique inconnue de ces actions est maintenant Y_{02} donc pour déterminer Y_{02} il faut donc :

Soit : **Appliquer un théorème du moment dynamique en I_1 projeté sur l'axe $\overrightarrow{z_0}$.**

ou : **Appliquer un théorème de la résultante dynamique projeté sur l'axe $\overrightarrow{y_0}$.**

Remarque : Calcul non demandé

Le TRD en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ donne : $-m_3.g - m_R.g - m_R.g + Y_{01} + Y_{02} = 0$

Soit : $Y_{02} = (m_3 + 2.m_R).g - Y_{01}$ $\mathbf{Y_{02} = \left(\dfrac{m_3}{2} + m_R\right).g + \left(\dfrac{J_R(O)}{L.R} + m_3.\dfrac{R+H}{2.L} + m_R.\dfrac{R}{L}\right).\gamma}$

Question 10 – Choix du matériau de bandage des roues

Avec un coefficient de sécurité s = 2, il nous faut un facteur de frottement tel que :

$f \geq 2.f_1 \geq 2.f_2$ Soit : $f \geq 2 \times 0{,}177 = 0{,}354$

Le tableau 1 nous montre alors qu'il faut pour la roue un bandage en PVC avec lequel on a *f* = 0,5.

Question 11 – Liaison équivalente en L et L'

Les trois liaisons sphère plan de centre R, P et Q ont respectivement pour normale $(R, \overrightarrow{x_0})$, $(P, \overrightarrow{x_1})$ et $(Q, \overrightarrow{x_2})$. Donc la forme des torseurs sthéniques de ces 3 liaisons sont :

$$\left\{T^R_{4\to5}\right\} = {}_R\begin{Bmatrix} x_R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_0} \qquad \left\{T^P_{4\to5}\right\} = {}_P\begin{Bmatrix} x_P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_1} \qquad \left\{T^Q_{4\to5}\right\} = {}_Q\begin{Bmatrix} x_Q & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_2}$$

D'autre part : $\overrightarrow{LR} = r_5.\overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{LP} = r_5.\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{LQ} = r_5.\overrightarrow{x_2}$ Donc par un transport de ces trois torseurs au point L on obtient :

$$\left\{T^R_{4\to5}\right\} = {}_L\begin{Bmatrix} x_R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_0} \qquad \left\{T^P_{4\to5}\right\} = {}_L\begin{Bmatrix} x_P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_1} \qquad \left\{T^Q_{4\to5}\right\} = {}_L\begin{Bmatrix} x_Q & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_2}$$

Avec : $\overrightarrow{x_1} = \cos\dfrac{\pi}{3}.\overrightarrow{x_0} - \sin\dfrac{\pi}{3}.\overrightarrow{z_0}$ et : $\overrightarrow{x_2} = \cos\dfrac{2.\pi}{3}.\overrightarrow{x_0} - \sin\dfrac{2.\pi}{3}.\overrightarrow{z_0}$

D'où par des changements de base on obtient :

$\left\{ T^{R}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$ $\left\{ T^{P}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_P.\cos(\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 \\ -x_P.\sin(\pi/3) & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$ $\left\{ T^{Q}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_P.\cos(2.\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 \\ -x_P.\sin(2.\pi/3) & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$

Ces trois liaisons sont des liaisons en parallèle donc le torseur sthénique de la liaison équivalente est la somme de ces trois torseurs sthéniques : $\left\{ T^{1}_{4\to5} \right\} = \left\{ T^{R}_{4\to5} \right\} + \left\{ T^{P}_{4\to5} \right\} + \left\{ T^{Q}_{4\to5} \right\}$

On obtient donc un torseur sthénique de la forme : $\left\{ \mathbf{T^{1}_{4\to5}} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{x_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{z_1} & \mathbf{0} \end{matrix} \right\}_{\mathbf{b_0}}^{\mathbf{L}}$

Ce torseur étant celui d'une liaison linéaire annulaire d'axe (L, $\overrightarrow{y_0}$).

Par un raisonnement identique on obtient pour les trois liaisons de centre P', Q' et R' :

$\left\{ \mathbf{T^{2}_{4\to5}} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{x_2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{z_2} & \mathbf{0} \end{matrix} \right\}_{\mathbf{b_0}}^{\mathbf{L'}}$ **Ce torseur étant celui d'une liaison linéaire annulaire d'axe (L', $\overrightarrow{y_0}$).**

Question 12 – Liaison équivalente aux 7 liaisons sphère plan

Le torseur sthénique de la liaison sphère plan en S' est de la forme : $\left\{ T^{S'}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ z_{S'} & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{S'}$

Ayant $\overrightarrow{LS'} = -h_5.\overrightarrow{y_0} - d_5.\overrightarrow{x_0}$ par transport de ce torseur en L on a : $\left\{ T^{S'}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -h_5.z_{S'} \\ 0 & +d_5.z_{S'} \\ z_{S'} & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$

D'autre part sachant que $\overrightarrow{LL'} = -h_5.\overrightarrow{y_0}$ le transport du torseur $\left\{ T^{2}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ z_2 & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L'}$ au point L nous donne le torseur : $\left\{ T^{2}_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_2 & -h_5.z_2 \\ 0 & 0 \\ z_2 & +h_5.x_2 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$

Les 7 liaisons sphère plan, sont des liaisons en parallèle donc le torseur sthénique équivalent à ces 7 liaisons sphère plan est la somme des 7 torseurs sthéniques soit la somme des trois torseurs sthéniques des liaisons $\left\{ T^{1}_{4\to5} \right\}$, $\left\{ T^{2}_{4\to5} \right\}$ et $\left\{ T^{S'}_{4\to5} \right\}$. On obtient donc :

$$\left\{ T_{4\to5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} x_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ z_1 & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L} + \left\{ \begin{matrix} x_2 & -h_5.z_2 \\ 0 & 0 \\ z_2 & +h_5.x_2 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L} + \left\{ \begin{matrix} 0 & -h_5.z_{S'} \\ 0 & +d_5.z_{S'} \\ z_{S'} & 0 \end{matrix} \right\}_{b_0}^{L}$$

Qui est de la forme :

$\left\{ \mathbf{T_{4\to5}} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{X_{45}} & \mathbf{L_{45}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M_{45}} \\ \mathbf{z_{45}} & \mathbf{N_{45}} \end{matrix} \right\}_{\mathbf{b_0}}^{\mathbf{L}}$ **Torseur sthénique d'une liaison glissière d'axe (L, $\overrightarrow{y_0}$)**

Question 13 – Tension du brin 56

On isole l'ensemble {6,7} les actions mécaniques extérieures s'appliquant sur cet ensemble est :

- ☞ Le poids du contrepoids 7 : Une force $P_7 = -m_7.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en G_7
- ☞ L'action de 4 → 6 due à la liaison pivot d'axe (O_6, $\overrightarrow{z_0}$).
- ☞ L'action du brin tendu sur la poulie 6 : Une force $\overrightarrow{F_{5\to6}} = F_{56}.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en J_6

L'application du théorème du moment statique au point O_6 en projection sur $\overrightarrow{z_0}$ donne :

$$\overrightarrow{O_6G_7}\wedge\overrightarrow{P_7}.\overrightarrow{z_0} + 0 + \overrightarrow{O_6J_6}\wedge\overrightarrow{F_{5\to6}}.\overrightarrow{z_0} = 0 \Leftrightarrow (-R_6.\overrightarrow{x_0} - \ell_7.\overrightarrow{y_0})\wedge(-m_7.g.\overrightarrow{y_0}).\overrightarrow{z_0} + R_6.\overrightarrow{x_0}\wedge F_{56}.\overrightarrow{y_0}.\overrightarrow{z_0} = 0$$

On obtient ainsi la tension du brin 56 : $\mathbf{F_{56} = m_7.g}$

Question 14 – Poussée d'archimède

Le volume immergé de l'ensemble 5 est de : $v = h_i.\left(L_5 \times 2.e_5 + \dfrac{2.e_5 \times e_5}{2}\right) = h_i.e_i.(2.L_5 + e_5)$

Or la poussée d'Archimède est égale à l'opposée du poids du volume de fluide déplacé dont la masse volumique est ρ. Donc c'est une force appliquée en G_5 et de résultante : $\rho.h_i.e_i.(2.L_5 + e_5).g.\overrightarrow{y_0}$.

D'où le torseur de cette poussée d'Archimède : $\{\mathbf{T}_{ean\to5}\} = \underset{G_5}{\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\rho.h_i.e_i.(2.L\ \ + e_5).g.\overrightarrow{y_0}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$

On isole 5 le bilan des actions mécaniques extérieures est :

- ☞ Le poids de 5 : Une force $\overrightarrow{P_5} = -m_5.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en G_5
- ☞ la poussée d'Archimède : Une force $\rho.h_i.e_i.(2.L_5 + e_5).g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en G_5
- ☞ L'action du brin 56 sur l'ensemble 5 : Une force $\overrightarrow{F_{56\to5}} = F_{56}.\overrightarrow{y_0} = m_7.g.\overrightarrow{y_0}$ appliquée en A_5.
- ☞ L'action de 4 sur 5 due à la liaison glissière d'axe $(L, \overrightarrow{y_0})$

L'application du TRS en projection sur l'axe $\overrightarrow{y_0}$ nous donne donc :

$-m_5.g + \rho.h_i.e_i.(2.L_5 + e_5).g + m_7.g + 0 = 0$

On obtient donc une hauteur immergée de l'ensemble 5 : $\mathbf{h_i = \dfrac{m_5 - m_7}{\rho.e_i.(2.L_5 + e_5)}}$

Question 15 – Vérification des exigence 3.2.1 et 3.2.2

La relation établie précédente montre qu'en modifiant la masse m_7 , il est possible de modifier la ligne de flottaison en faisant varier la hauteur h_i. **L'exigence 3.2.1 est donc vérifiée.**

D'autre part la présence du mât vertical qui ajoute une masse à la coque pour former la masse de l'ensemble 5 peut être compensée par la masse m_7. Ainsi la présence du dispositif de mesure peut être compensé par cette masse m_7. **L'exigence 3.2.2 est donc vérifiée.**

En appliquant uniquement un TRS à l'ensemble 5 on voit que le point d'ancrage du câble (Point d'application de la tension du câble 56) n'a pas d'influence sur la mesure.

Question 16 – Degré d'hyperstatisme (Non demandée dans le DS)

Pour le système étudié on a :

- ☞ 8 pièces : 3 , 4 et les 6 barres B_i.
- ☞ 12 liaisons rotules en B, D, E, F, H, I, J et K ainsi qu'en a et C où on en a 2×2
- ☞ Aucune mobilité utile (4 est fixe par rapport à 3) et 6 mobilités internes correspondant à la rotation des 6 barres autour d e l'axe relient les deux centres des rotules à leurs extrémités.

On a donc :

- ☞ Un nombre cyclomatique de $\gamma = 12 - 8 + 1 = 5$
- ☞ Un nombre d'inconnues cinématiques de : $I_C = 12 \times 3 = 36$
- ☞ Un nombre de mobilité de : $M = 0 + 6 = 0$
- ☞ Un nombre de pièces de : $N_P = 8$
- ☞ Un nombre d'inconnues sthéniques de : $I_S = 12 \times 3 = 36$

D'où le degré d'hyperstatisme :

$$H = 6.\gamma + M - I_C = 6 \times 5 + 6 - 36 = 0$$

ou

$$H = I_S + M - 6.(N_P - 1) = 36 + 6 - 6.(8 - 1) = 0$$

$\Rightarrow \mathbf{H = 0}$

Le système est donc isostatique. On peut donc par la statique déterminer toutes les inconnues des actions de liaison et donc en déduire toutes les actions transmises par les barres B_i en fonction de l'action du mât sur l'ensemble 4.

Question 17 – Action dans la liaison glissière 4/5 en fonction de celle de l'eau

On isole 5 Les actions mécaniques extérieures sont :

☞ Le poids de l'ensemble 5 : $\{T_{pes\to5}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} -m_5.g.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$

☞ L'action de 6 → 5 : $\{T_{6\to5}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} m_7.(g-\gamma_5).\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$

☞ l'action de l'eau sur 5 : $\{T_{eau\to5}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} X_E & L_E \\ Y_E & M_E \\ Z_E & N_E \end{matrix}\right\}_{b_0}$

☞ L'action de 4 → 5 : $\{T_{4\to5}\} = {}_{L}\left\{\begin{matrix} X_{45} & L_{45} \\ Y_{45} & M_{45} \\ Z_{45} & N_{45} \end{matrix}\right\}_{b_0}$

L'application du PFD à 5 donne donc : $\{T_{pes\to5}\} + \{T_{6\to5}\} + \{T_{eau\to5}\} + \{T_{4\to5}\} = \{\mathcal{D}(5/0)\}$

Avec $\{\mathcal{D}(5/0)\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} m_5.\gamma_5.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$ car 5 est en translation rectiligne de direction $\overrightarrow{y_0}$. On en déduit :

$$\{T_{4\to5}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ m_5.\gamma_5 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{b_0} - {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ -m_5.g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{b_0} - {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ m_7.(g-\gamma_5) & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{b_0} - {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} X_E & L_E \\ Y_E & M_E \\ Z_E & N_E \end{matrix}\right\}_{b_0}$$

Soit : $$\{T_{4\to5}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix} -X_E & -L_E \\ (m_5-m_7).g+(m_5+m_7).\gamma_5-Y_E & -M_E \\ -Z_E & -N_E \end{matrix}\right\}_{b_0}$$

Or $\overrightarrow{LG_5} = -\lambda(t).\overrightarrow{y_0}$ donc en transportant ce torseur de G_5 en L par la relation de Varignon,

On obtient : $$\boldsymbol{\{T_{4\to5}\} = {}_{L}\left\{\begin{matrix} -X_E & -L_E+\lambda(t).Z_E \\ (m_5-m_7).g+(m_5+m_7).\gamma_5-Y_E & -M_E \\ -Z_E & -N_E-\lambda(t).X_E \end{matrix}\right\}_{b_0}}$$

Question 18 – Problème de la composante Y_E

L'action de 4 sur 5 est due à une liaison glissière parfaite d'axe $(L, \overrightarrow{y_0})$. Donc Y_{45} est nulle. Or Y_E n'apparait que dans l'expression de cette composante.

Cette composante Y_E ne peut donc pas être mesurée par les capteurs du dispositif.

Remarque :

Etant donné que $0 = Y_{45} = (m_5 - m_7).g + (m_5 + m_7).\gamma_5 - Y_E$ en connaissant l'accélération γ_5 il est possible de déterminer Y_E. Cela est possible avec un capteur angulaire sur la poulie 6 mesurant sa position angulaire $\theta_6(t)$. On aura alors : $Y_E = (m_5 - m_7).g + (m_5 + m_7).R_6.\ddot{\theta}_6(t)$

Question 19 – Direction de l'action de la barre B_1

On isole la barre B_1, les actions mécaniques extérieures sont :

☞ L'action de 3 → B_1 : Une force $\overrightarrow{F_{3\to B1}}$ appliquée en H (Car due à la liaison rotule de centre H)

☞ L'action de 4 → B_1 : Une force $\overrightarrow{F_{4\to B1}}$ appliquée en A (Car due à la liaison rotule de centre A)

Ce système à l'équilibre est donc soumis à deux forces opposées qui ont le même support : (HA).

L'action de B_1 sur 4 est donc un glisseur d'axe (AH) = (A, $\overrightarrow{z_0}$) $\boldsymbol{\{T_{B1\to4}\} = {}_{A}\left\{\begin{matrix} F_1.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}}$

Question 20 – Torseurs sthéniques des actions des bares B_i

Par un raisonnement identique au précédent on obtient :

$$\{T_{B2\to4}\} = {}_C\begin{Bmatrix} F_2.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B3\to4}\} = {}_B\begin{Bmatrix} F_3.\overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B4\to4}\} = {}_D\begin{Bmatrix} F_4.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\{T_{B5\to4}\} = {}_A\begin{Bmatrix} F_5.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B6\to4}\} = {}_C\begin{Bmatrix} F_6.\overrightarrow{y_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

En transportant ces torseurs et celui de la question précédente en O on obtient :

$$\boldsymbol{\{T_{B1\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_1.\overrightarrow{z_0} \\ a.F_1.\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B2\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_2.\overrightarrow{z_0} \\ -a.F_2.\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B3\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_3.\overrightarrow{x_0} \\ d.F_3.\overrightarrow{y_0} \end{Bmatrix}}$$

$$\boldsymbol{\{T_{B4\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_4.\overrightarrow{y_0} \\ a.F_4.\overrightarrow{x_0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B5\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_5.\overrightarrow{y_0} \\ -a.F_5.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{B6\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} F_6.\overrightarrow{y_0} \\ a.F_6.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}}$$

Question 21 – Détermination de l'action de l'eau

On isole 4, les actions mécaniques extérieures sont :

☞ L'action de 5 sur 4 : $\{T_{5\to4}\}$ ☞ Les actions des 6 barres B_i : $\sum_{i=1}^{6} \{T_{Bi\to4}\}$

☞ Le poids de 4 : $\{T_{pes\to4}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m_4.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{b_0}$

L'application du PFS à 4 donne donc : $\{T_{5\to4}\} + \sum_{i=1}^{6} \{T_{Bi\to4}\} + \{T_{pes\to4}\} = \{0\}$

Soit en projetant les torseurs dans la base b_0 :

$$\left|\begin{array}{c} F_3 + X_E = 0 \\ F_4 + F_5 + F_6 - m_4.g = 0 \\ F_1 + F_2 + Z_E = 0 \\ L_E - \lambda(t).Z_E + a.F_4 = 0 \\ M_e + e.Z_E + f.X_E + a.(F_1 - F_2) + d.F_3 = 0 \\ N_E + \lambda(t).X_E + a.(F_6 - F_5) = 0 \end{array}\right.$$

Soit après résolution ⇒

$$\boldsymbol{\left|\begin{array}{c} X_E = -F_3 \\ Z_E = -(F_1 + F_2) \\ L_E = -a.F_4 - \lambda(t).(F_1 + F_2) \\ M_E = e.(F_1 + F_2) + f.F_3 - a.(F_1 - F_2) - d.F_3 \\ N_E = \lambda(t).F_3 - a.(F_6 - F_5) \end{array}\right.}$$

Question 22 – Dispositif expérimental complet

Pour déterminer les composantes de l'action de l'eau sur 5 il faut connaitre les valeurs données par les capteurs dynamométriques F_1 à F_6 ainsi que $\lambda(t)$.

D'autre par ton a vu que : $Y_E = (m_5 - m_7).g + (m_5 + m_7).\gamma_5$ avec $\gamma_5 = \ddot{\lambda}(t)$ avec $\lambda(t)$ pouvant être mesuré par un capteur de positon angulaire de la poulie.

On peut donc imaginer une carte d'acquisition et de traitement (par exemple de type Arduino) qui prend en entrée les valeurs des capteurs dynamométriques F_i et d'un capteur de position angulaire de la poulie et qui retourne les six composantes de l'action de l'eau sur 5.

Question 23 – Gain de l'adaptateur

Il y a un roulement sans glissement de la roue motrice sur le rail. Donc : $V(p) = R.\Omega_R(p)$

De même il y a un roulement sans glissement de la roue libre sur le rail. Donc : $V(p) = r.\Omega_{rl}(p)$

On en déduit : $\mathbf{K_8 = R}$ **(en m)** et : $\mathbf{K_9 = \frac{1}{r}}$ **(en m^{-1})**

Du schéma bloc de la figure 10 on en déduit : $\varepsilon_U(p) = K_1.V_C(p) - K_9.K_{10}.K_{11}.V(p)$

Or pour $V(p) = V_C(p)$ on souhaite $\varepsilon_U(p) = 0$ Soit : $0 = (K_1 - K_9.K_{10}.K_{11}).V_C(p)$

Il faut donc : $\mathbf{K_1 = K_9.K_{10}.K_{11}}$ **(en V.s.m^{-1})**

Question 24 – Fonctions de transfert

Du schéma bloc de la figure 10 on en déduit : $H_1(p) = \dfrac{K_a.C(p).H_m(p).K_b}{1 + K_a.C(p).H_m(p).K_b}$

$$H_1(p) = \frac{\dfrac{K_a.C.K_m.K_b}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p)}}{1 + \dfrac{K_a.C.K_m.K_b}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p)}} = \frac{K_{BO}}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p) + K_{BO}} = \frac{K_{BO}}{1 + K_{BO} + (T_e + T_m).p + T_e.T_m.p^2}$$

Soit sous forme canonique :

$$\mathbf{H_1(p) = \frac{\dfrac{K_{BO}}{1 + K_{BO}}}{1 + \dfrac{T_e + T_m}{1 + K_{BO}}.p + \dfrac{T_e.T_m}{1 + K_{BO}}.p^2}}$$

Du schéma bloc de la figure 10 on en déduit : $H_2(p) = \dfrac{-K_c.(1 + T_e.p).H_m(p).K_b}{1 + K_a.C(p).H_m(p).K_b}$

$$H_2(p) = \frac{-\dfrac{K_c.(1 + T_e.p).K_m.K_b}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p)}}{1 + \dfrac{K_a.C.K_m.K_b}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p)}} = \frac{-K_c.K_b.K_m.(1 + T_e.p)}{(1 + T_e.p).(1 + T_m.p) + K_{BO}} = \frac{-K_c.K_b.K_m.(1 + T_e.p)}{1 + K_{BO} + (T_e + T_m).p + T_e.T_m.p^2}$$

Soit sous forme canonique :

$$\mathbf{H_2(p) = \frac{\dfrac{-K_c.K_b.K_m}{1 + K_{BO}}.(1 + T_e.p)}{1 + \dfrac{T_e + T_m}{1 + K_{BO}}.p + \dfrac{T_e.T_m}{1 + K_{BO}}.p^2}}$$

D'après le théorème de la valeur finale : $v_1 = \lim_{t\to\infty} v_1(t) = \lim_{p\to 0} p.V_1(p)$

D'autre part : $V_1(p) = H_1(p).V_C(p)$ avec : $V_C(p) = \dfrac{V_0}{p}$ D'où : $p.V_1(p) = V_0.H_1(p)$

Etant donné l'expression précédente on en déduit : $\mathbf{v_1 = \lim_{p\to 0} V_0.H_1(p) = \dfrac{V_0.K_{BO}}{1 + K_{BO}}}$

D'après le théorème de la valeur finale : $v_2 = \lim_{t\to\infty} v_2(t) = \lim_{p\to 0} p.V_2(p)$

D'autre part : $V_2(p) = H_2(p).F_{res}(p)$ avec : $F_{res}(p) = \dfrac{F_0}{p}$ D'où : $p.V_2(p) = F_0.H_2(p)$

Etant donné l'expression précédente on en déduit : $\mathbf{v_2 = \lim_{p\to 0} F_0.H_2(p) = -\dfrac{F_0.K_c.K_b.K_m}{1 + K_{BO}}}$

Question 25 – Gain du correcteur pour une influence de la perturbation négligeable

Des expressions précédentes on a : $\dfrac{|\varepsilon_2|}{|\varepsilon_1|} = \dfrac{F_0.K_c.K_b.K_m}{V_0.K_{BO}} = \dfrac{F_0.K_c.K_b.K_m}{V_0.K_a.K_b.C.K_m} = \dfrac{F_0.K_c}{V_0.K_a.C}$

Donc : $|\varepsilon_2| \leq 0{,}1.|\varepsilon_1| \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{F_0.K_c}{V_0.K_a.C} \leq 0{,}1$

Donc pour une influence de la perturbation négligeable il faut : $\boldsymbol{C \geq \dfrac{0{,}1.F_0.K_c}{V_0.K_a} = 0{,}05}$