DM CI1 – PSI | Robot industriel | Pour le 21-09-24

Mise en situation

Le système étudié est un robot industriel destiné à la manutention de pièces lourdes. Ce robot a une structure en parallélogramme déformable qui lui permet de déplacer son poignet dans l'aire de travail.

Modélisation : Ce robot est constitué de 6 solides :

- Le bâti 0 qui est lié au sol (Repère galiléen)
- Le balancier 1 qui a une masse m_1 et qui est lié au bâti 0 par une liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$.
- Le levier 2 qui a une masse m_2 et qui est lié au bâti 0 par une liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$.
- Le bras 3 qui a une masse m_3 et qui est lié au balancier 1 par une liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$.
- La biellette 4 est liée au levier 2 par une liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{z_0})$ ainsi qu'au bras 3 par une autre liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{z_0})$.
- La charge 5 de masse m_5 est fixée au poignet du bras 3 (liaison encastrement) à l'extrémité J du bras.

Dimensions et paramétrage

On associe à chaque solide i une base orthonormée directe $\mathcal{B}_i = (\overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i})$.

On pose les deux paramètres angulaires :

$$\alpha = (\widehat{\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}}) = (\widehat{\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}})$$

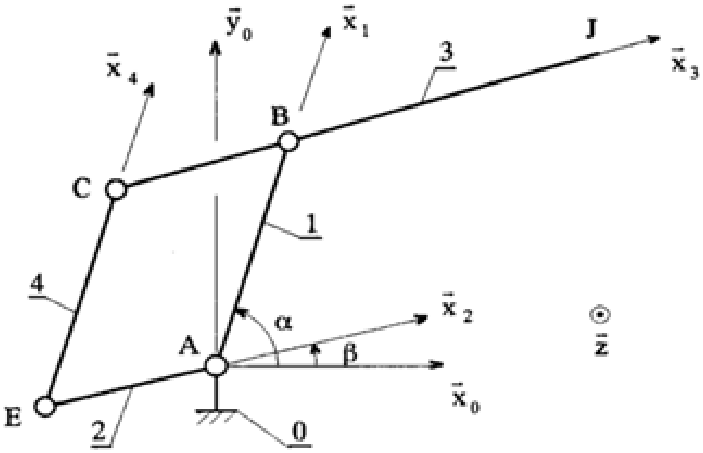
$$\beta = (\widehat{\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}}) = (\widehat{\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2}})$$

On donne les dimensions suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \ell.\overrightarrow{x_1}$ $\quad\overrightarrow{EA} = d.\overrightarrow{x_2}$ $\quad\overrightarrow{EC} = \ell.\overrightarrow{x_4}$

$\overrightarrow{CB} = d.\overrightarrow{x_3}$ $\quad\overrightarrow{BJ} = h.\overrightarrow{x_3}$

On a donc : $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{EC}\|$ et $\|\overrightarrow{EA}\| = \|\overrightarrow{CB}\|$



Hypothèses

- On néglige le poids et l'inertie du levier 2 et de la biellette 4. L'accélération gravitationnelle est définie par le vecteur $\overrightarrow{g} = -g.\overrightarrow{y_0}$.
- La charge 5 est assimilée à une masse ponctuelle m_5 de centre de gravité J.
- Le balancier 1 et le bras 3 sont assimilés à des barres homogènes de longueurs respectives ℓ et $(d + h)$ dont les sections sont faibles devant leur longueur respective.
- Le bras 3 a une masse m_3 et un centre de gravité G_3 tel que $\overrightarrow{BG_3} = \frac{h-d}{2}.\overrightarrow{x_3}$
- Le balancier 1 a une masse m_1 et un centre de gravité G_1 tel que : $\overrightarrow{AG_1} = \frac{\ell}{2}.\overrightarrow{x_1}$
- Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites
- Les deux liaisons de centre A avec le bâti sont motorisées. On a donc deux couples $\overrightarrow{C_{m1}} = C_{m1}.\overrightarrow{z_0}$ et $\overrightarrow{C_{m2}} = C_{m2}.\overrightarrow{z_0}$ s'exerçant respectivement entre le bâti 0 le balancier 1 et entre la bâti 0 et le levier 2.

Objectif

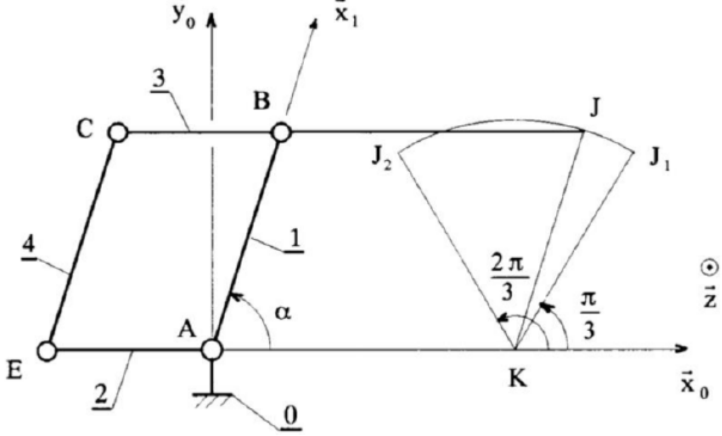
L'objectif du problème est de déterminer l'expression de la valeur maximale du couple moteur C_{m1} dans le cas ou levier 2 est fixe et horizontal, afin de dimensionner ce moteur.

Travail demandé

1- Justifier que quelque soit la position du robot, $\overrightarrow{x_4} = \overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{x_3} = \overrightarrow{x_2}$.

2- On suppose pour cette question et la suite du problème que le problème peut se ramener à un problème plan $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$. Réaliser un graphe de structure du mécanisme. Vous ajouterez à ces liaisons les actions extérieures s'appliquant sur les solides et donnerez pour toutes les actions (extérieures ou de liaison) leur nombre d'inconnues (Le problème étant plan)

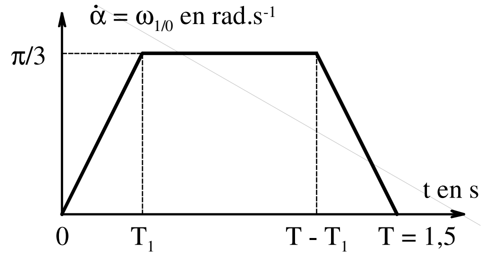
3- Isoler la biellette 4 et justifier que les actions des liaisons en E et C sont respectivement des forces $\overrightarrow{F_{2\to4}}$ et $\overrightarrow{F_{3\to4}}$ de support (EC) = $(E, \overrightarrow{x_1})$ (Soit des glisseurs d'axe $(E, \overrightarrow{x_1})$).



Pour la suite du problème on se place dans le cas particulier où le levier est immobile et horizontal : $\beta = \dot{\beta} = 0$.

On étudie le déplacement de la charge 5 du point J_1 au point J_2. Pour cela la course du balancier est de $\frac{\pi}{3}$ rad : $\alpha \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2.\pi}{3}\right]$

Le déplacement est un déplacement en trapèze des vitesses, sur une durée T = 1,5 s.



Les phases d'accélération et de décélaration (phase 1 et phase 3) ont la même durée T_1.

La vitesse maximale de rotation du balancier est de : $\dot{\alpha}_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad.s^{-1}. C'est la vitesse de rotation sur la phase 2.

4- Déterminer la durée T_1 des phases d'accélération et de décélération, et en déduire l'accélération angulaire du balancier $\ddot{\alpha}_1$ sur la phase 1 d'accélération.

5- Justifier que le mouvement du bras 3 et de la charge 5 par rapport au bâti 0 sont des mouvements de translation. Et en déduire, en fonction de ℓ, $\dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$, l'expression des vecteurs accélérations des centres de gravité du bras 3 et de la charge 5 : $\overrightarrow{a_{G3\in3/0}} = \overrightarrow{a_{J\in5/0}}$.

6- En isolant l'ensemble {Bras 3 + Charge 5}, déterminer les composantes, dans la base $\mathcal{B}_1$, des actions en B et C en fonction de d, h, ℓ, g, m_3, m_5, α, $\dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$.

On utilisera les notations suivantes : $\overrightarrow{F_{4\to3}} = X_{43}.\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{F_{1\to3}} = X_{13}.\overrightarrow{x_1} + Y_{13}.\overrightarrow{y_1}$

Où : $\overrightarrow{F_{1\to3}}$ et $\overrightarrow{F_{4\to3}}$ sont les résultantes des actions de 1 et 4 sur 3

7- Montrer que la valeur minimale (maximale en valeur absolue) de la composante suivant $\overrightarrow{y_1}$ de $\overrightarrow{F_{3\to1}}$ la résultante de l'action de 3 sur 1 : $Y_{31} = \overrightarrow{F_{3\to1}}.\overrightarrow{y_1}$ est obtenue au début de la phase 1 et est de : $\mathbf{Y_{31min} = -(m_3 + m_5).\left(\frac{2.\pi}{3}.\ell + \frac{g}{2}\right)}$.

8- Le balancier est assimilé à une barre homogène de longueur ℓ et de section faible, Déterminer en fonction de ℓ, d, h et m_1, $I_{A1} = I_{Az_0}(1)$ le moment d'inertie du balancier 1 par rapport à l'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$.

9- En isolant le balancier 1, déterminer la valeur maximale du couple moteur C_{m1}. En fonction de m_1, m_3, m_5, ℓ et g.