Axe de robot chirurgical : corrigé

① Etant donné le roulement sans glissement des galets sur la pince, on a : $V(t) = R_g \cdot \omega_e(t)$

D'autre part les courroie de transmission ne glissant pas sur les poulie : $\omega_e(t) = \frac{R_i}{R_e}\,\omega_i(t)$

Enfin on a : $\omega_i(t) = r \cdot \omega_m(t)$

Donc : $\boxed{V(t) = r\,\frac{R_i}{R_e}\,R_g\,\omega_m(t) = \rho\,\omega_m(t)}$ avec $\boxed{\rho = r\,\frac{R_i}{R_e}\,R_g}$

② L'ensemble E est constitué de pièces en

→ translation : pince à la vitesse $V(t)$

→ rotations autour d'axes fixes : Rotor, réducteur poulie de rayon R_i, de rayon R_e, pignons (×2), et galets (×6) à des vitesses de rotation ω_m, ω_i et ω_e.

On a donc l'expression de l'énergie cinétique.

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2} I_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_r \omega_i^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 + \frac{1}{2} I_e \omega_e^2$$
$$+ 2 \times \frac{1}{2} I_p \omega_e^2 + 6 \times \frac{1}{2} I_g \omega_e^2 + \frac{1}{2} m_4 V^2$$

Sachant que $\omega_i = r\,\omega_m$, $\omega_e = r\,\frac{R_i}{R_e}\,\omega_m$ et $V = r\,\frac{R_i}{R_e}\,R_g\,\omega_m$

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2}\left[I_m + r^2(I_r + I_i) + r^2\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2(I_e + 2I_p + 6I_g) + r^2\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2\, m_4\right]\omega_m^2$$

Soit $\boxed{J_e = I_m + r^2(I_r + I_i) + r^2\left(\frac{R_i}{R_g}\right)^2(I_e + 2I_p + 6I_g) + r^2\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2\, m_4}$

③ On suppose que toutes les liaisons pivots avec le bâti, du rotor des pignons poulies et galets sont parfaites. Ces puissances sont donc nulles.

Reste les puissances des autres actions exterieures :

→ Le couple moteur : $P(C_m \to rotor/0) = C_m \vec{x_0} \cdot \omega_m \vec{x_0} = C_m \omega_m$

→ L'action du ressort sur la pince 4 :

$$P(Ressort \to 4/0) = \overrightarrow{R_{ressort \to 4}} \cdot \overrightarrow{V_{O_4 \in 4/0}} = -k\,z(t)\,\vec{z_0} \cdot V(t)\,\vec{z_0}$$

or $V(t) = \rho\,\omega_m(t)$ et $z(t) = \rho\,\theta_m(t)$

Donc $P(Ressort \to 4/0) = -k\rho^2\,\theta_m\,\omega_m$

→ Les action de pesanteur

sur 4 : $P(pes \to 4/0) = -m_4 g \vec{x_0} \cdot V(t)\,\vec{z_0} = -m_4 g \rho\,\omega_m(t)$

sur les pièces en rotation : On suppose que les centres de gravité sont sur les axe de rotation. les puissances de ces poids sont donc nulles.

D'où la somme des puissances des actions exterieures

$$\sum P(Ext \to E/0) = C_m\omega_m - k\,r^2\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2\,\theta_m\,\omega_m - m_4 g\,r\,\frac{R_i}{R_e}R_g\,\omega_m$$

Les actions entre les courries, poulies, galets, pinces et pignons se faisant sans glissement, les puissances des action interieures sont nulles.

$$\sum P(Int \to E/0) = 0$$

(4) L'application du théorème de l'energie puissances (TEC) donne :

$$\frac{dE_c(E/0)}{dt} = \sum P(Ext \to S/0) + \sum P(Int \to S/0)$$

$$\Rightarrow \quad J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} \omega_m(t) = C_m \omega_m - k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2 \theta_m \omega_m - m_u g r \frac{R_i}{R_e} R_g \omega_m$$

Soit : $\underline{\underline{J_e \dot{\omega}_m(t) = C_m(t) - C_{pes} - C_s(t)}}$ avec :

$$C_{pes} = m_u g r \frac{R_i}{R_e} R_g \quad \text{et} \quad C_s(t) = k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2 \theta_m(t)$$

(5) D'autre part $\omega_m(t) = \dfrac{d\theta_m(t)}{dt}$

D'où dans le domaine de Laplace on obtient :

$$J_e p \Omega_m(p) = C_m(p) - C_{pes}(p) - C_s(p)$$

$$\Omega_m(p) = p\, \Theta_m(p) \quad \text{et} \quad C_s(p) = k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 R_g^2 \Theta_m(p) = k\rho^2 \Theta_m(p)$$

on en deduit les fonctions de transfert :

$$H_1(p) = \frac{1}{J_e p} \qquad H_2(p) = \frac{1}{p} \quad \text{et} \quad H_3(p) = k\rho^2$$