Aéroglisseur - Corrigé

A- Correcteur proportionnel

1- Fonctions de transfert

L'équation différentielle du comportement de la carène passée dans le domaine de Laplace s'écrit :

$$J.p^2.\Theta(p) + f.p.\Theta(p) = C_g(p) \quad \Leftrightarrow \quad p.(f + J.p).\Theta(p) = C_g(p)$$

D'où la fonction de transfert de la carène : $H_C(p) = \dfrac{\Theta(p)}{C_g(p)} = \dfrac{1/f}{p.(1 + (J/f).p)} = \dfrac{5{,}56.10^{-3}}{p.(1 + 25.p)}$

Donc pour $C(p) = K_P$ la FTBO s'écrit : $\mathbf{FTBO(p) = \dfrac{N(p)}{\varepsilon(p)} = K_P.K_1.H_C(p).K_{CI} = \dfrac{195.K_P}{p.(1 + 25.p)}}$

Par la formule de Black on en déduit la FTBF :

$$FTBF(p) = \frac{\Theta(p)}{\Theta_C(p)} = \frac{K_A.K_1.H_C(p).K_{CI}}{1 + FTBO(p)} = \frac{\dfrac{195.K_P}{p.(1 + 25.p)}}{1 + \dfrac{195.K_P}{p.(1 + 25.p)}} = \frac{195.K_P}{195.K_P + p + 25.p}$$

Soit sous sa forme canonique : $\mathbf{FTBF(p) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{195.K_P}.p + \dfrac{1}{7{,}8.K_P}.p^2}}$

Cette FTBF est donc une fonction de transfert du second ordre : De gain statique $\mathbf{K_{BF} = 1}$

De pulsation propre : $\mathbf{\omega_0 = \sqrt{7{,}8.K_P}}$ De facteur d'amortissement : $\mathbf{\xi = \dfrac{\omega_0}{2}.\dfrac{1}{195.K_P} = \dfrac{7{,}16.10^{-3}}{\sqrt{K_P}}}$

2- Correction proportionnelle

Pour obtenir le système le plus rapide il faut choisir K_P tel que : $\xi = 0{,}69$

Soit : $\dfrac{7{,}16.10^{-3}}{\sqrt{K_P}} = 0{,}69 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{K_P = \dfrac{(7{,}16.10^{-3})^2}{0{,}69^2} = 1{,}08.10^{-4}\ V.inc^{-1}}$

Dans ce cas on a : $\omega_0 = 7{,}8 \times 1{,}08.10^{-4} = 0{,}0289\ rad.s^{-1}$

Or pour $\xi = 0{,}69$ l'abaque nous donne : $t_{5\%}.\omega_0 = 3$ Donc : $\mathbf{t_{5\%} = \dfrac{3}{0{,}0289} = 104\ s}$

Donc $\forall K_P$ on a $t_{5\%} > 12$ s . Le correcteur proportionnel ne permet donc pas des respecter le critère de rapidité du cahier des charges

3- Diagramme de Bode de la FTBO non corrigée

Pour le système non corrigé : $C(p) = 1$ on a : $FTBO_{NC}(p) = \dfrac{195}{p.(1 + 25.p)}$ **Tracé en bleu page 2/3**

Courbe de gain a 2 asymptotes de pentes : -20 dB/dec pour $\omega \to 0$ -40 dB/dec pour $\omega \to \infty$

Qui se coupent au point $\left(\dfrac{1}{25}, 20.\log(195 \times 25)\right) = (0{,}04\ rad.s^{-1} ; 74\ dB)$

Courbe de phase a 2 asymptotes horizontales : $-90°$ pour $\omega \to 0$ $-180°$ pour $\omega \to \infty$

Courbe de phase qui passe par le point : $(0{,}04\ rad.s^{-1} ; -135°)$

4- Gain dynamique et phase à la pulsation $\omega = 0{,}6\ rad.s^{-1}$

Pour la FTBO non corrigée : $FTBO_{NC}(p) = \dfrac{195}{p.(1 + 25.p)}$ on a :

- ☞ Un gain dynamique : $\mathbf{G_{dBBONC}(\omega) = 20.\log 195 - 20.\log \omega - 10.\log(1 + (25.\omega)^2)}$
- ☞ Une phase : $\mathbf{\varphi_{BONC}(\omega) = -90° - \arctan(25.\omega)}$

Soit à la pulsation $\omega = 0{,}6\ rad.s^{-1}$: $\mathbf{G_{dBBONC}(0{,}6) = 26{,}7\ dB}$ $\mathbf{\varphi_{BONC}(0{,}6) = -176°}$

B- Correcteur à avance de phase

5- Gain dynamique et phase du correcteur à la pulsation $\omega_{0dB} = 0{,}6\ rad.s^{-1}$

Pour d'obtenir une marge de phase de : $M_\varphi = 70°$, à la pulsation ω_{0dB}, $= 0{,}6\ rad.s^{-1}$ il faut :

$$G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) + G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = 0\ dB \quad \text{et :} \quad 70° = 180° + \varphi_{BONC}(\omega_{0dB}) + \varphi_{Cor}(\omega_{0dB})$$

Il faut donc pour $\omega_{0dB} = 0{,}6\ rad.s^{-1}$: $\mathbf{G_{dBCor}(\omega_{0dB}) = -\ 26{,}7\ dB}$ et : $\mathbf{\varphi_{Cor}(\omega_{0dB}) = 66°}$

6- Dimensionnement du correcteur

Le correcteur étant choisit pour avoir sa phase maximale à $\omega_{0dB} = 0{,}6\ rad.s^{-1}$ on doit avoir :

$$\mathbf{c = \frac{1 + \sin 66°}{1 - \sin 66°} = 22} \quad \text{et :} \quad \omega_{0dB} = \frac{1}{\tau.\sqrt{c}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\tau = \frac{1}{\omega_{0dB}.\sqrt{c}} = \frac{1}{0{,}6.\sqrt{22}} = 0{,}36\ s}$$

Enfin on doit avoir : $20.\log K + 10.\log c = -26{,}7 \quad \Rightarrow \quad 20.\log K = -\ 40{,}1\ dB$

Soit finalement : $\mathbf{K = 10^{-40,1/20} = 9{,}9.10^{-3}\ V.inc^{-1}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{C(p) = \dfrac{9{,}9.10^{-3}.(1 + 7{,}9.p)}{1 + 0{,}35.p}}$

La FTBO corrigée s'écrit alors : $\mathbf{FTBO(p) = \dfrac{1{,}93.(1 + 7{,}9.p)}{p.(1 + 25.p).(1 + 0{,}36.p)}}$

La courbe de gain a 4 asymptotes de pentes :

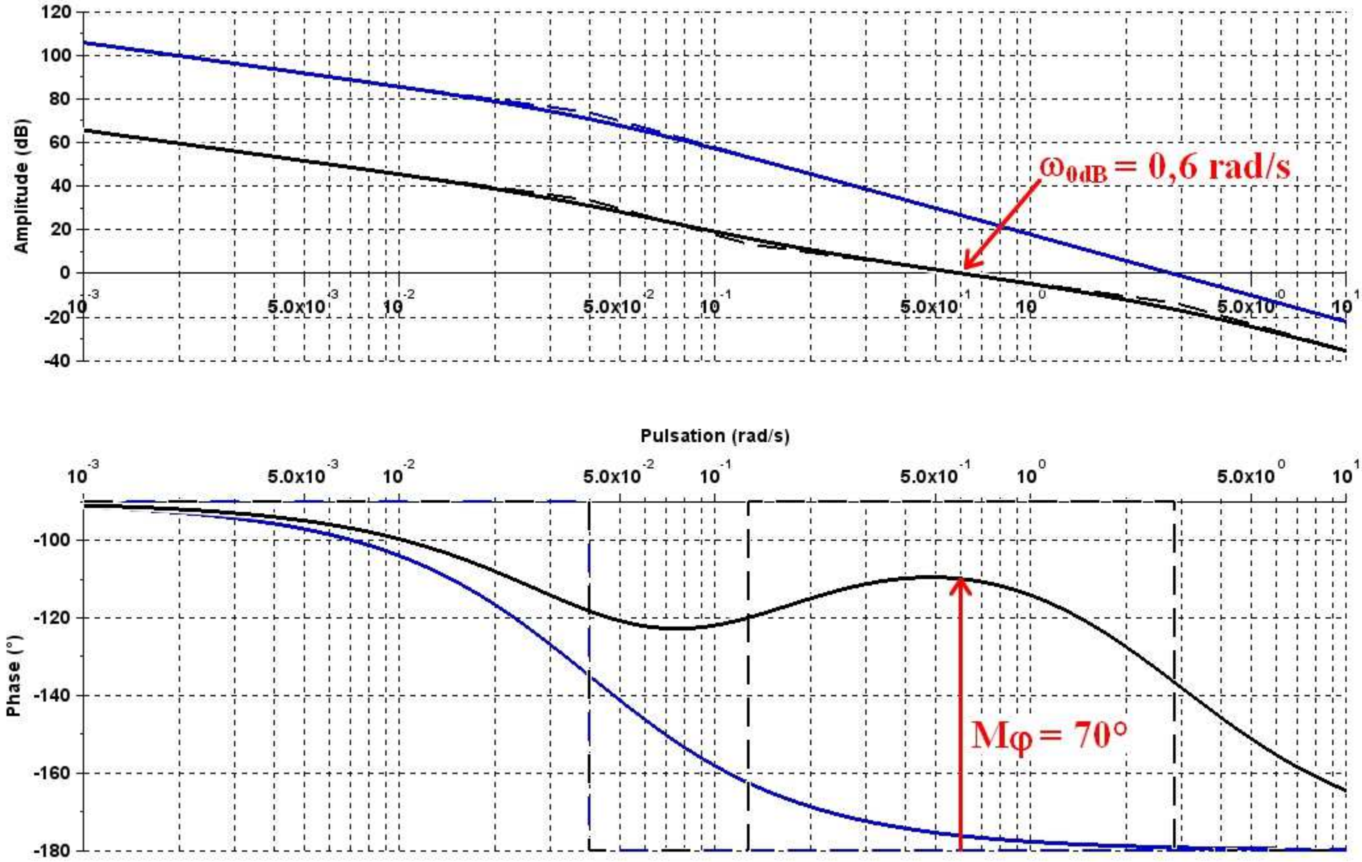
- $-\ 20$ dB/dec pour $\omega \in [0;0{,}04]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 40$ dB/dec pour $\omega \in [0{,}04;0{,}13]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 20$ dB/dec pour $\omega \in [0{,}13;2{,}86]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 40$ dB/dec pour $\omega \in [2{,}86;+\infty]\ rad.s^{-1}$

Les 2 premières se coupent au point $\left(\dfrac{1}{25}\ ,\ 20.\log(1{,}93 \times 25)\right) = (0{,}04\ rad.s^{-1}\ ;\ 34\ dB)$

Courbe de phase a 4 asymptotes horizontales :

- $-\ 90°$ pour $\omega \in [0;0{,}04]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 180°$ pour $\omega \in [0{,}04;0{,}13]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 90°$ pour $\omega \in [0{,}13;2{,}86]\ rad.s^{-1}$
- $-\ 180°$ pour $\omega \in [2{,}86;+\infty]\ rad.s^{-1}$

Cette courbe de phase passe par le point : $(0{,}6\ rad.s^{-1}\ ;\ -\ 110°)$



7- Simulation numérique

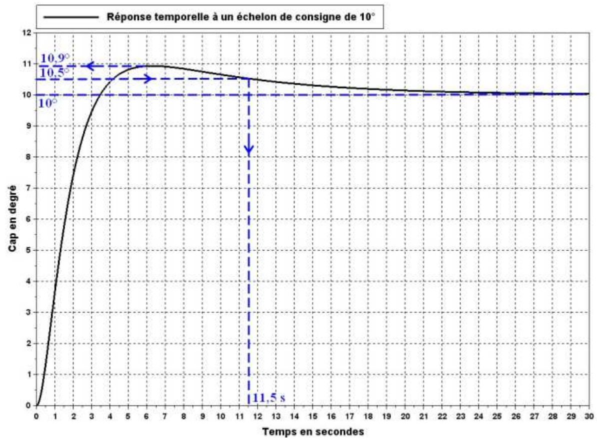
La simulation numérique avec ce correcteur et un échelon de consigne de 10° montre que :

☞ Le temps de réponse est de : $t_{5\%} = 11,5$ s

☞ Le dépassement relatif de la valeur finale est de : $D_{\%} = \dfrac{10,9 - 10}{10} = 9\ \%$

☞ L'erreur statique est nulle.

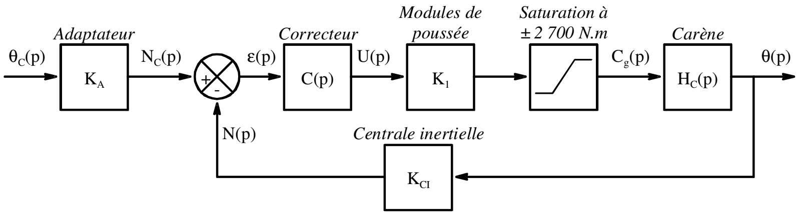
Le système ainsi corrigé répond aux performances attendues car $t_{5\%} \leq 12$ s et $D_{\%} \leq 10\ \%$



C- Réponse temporelle à un changement de cap important

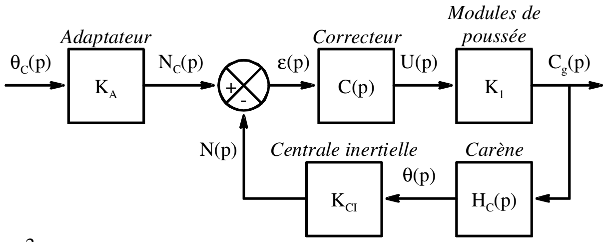
8- Modification du schéma boc

Pour tenir compte de cette limite physique on peut ajouter dans le schéma bloc une saturation entre les modules de poussée et la carène :



9- Moment de giration initial

Le schéma bloc de l'énoncé est équivalent au schéma bloc c-contre.



La fonction de transfert $F(p) = \dfrac{C_g(p)}{\theta_C(p)}$ s'écrit donc :

$$F(p) = K_A \cdot \frac{C(p).K_1}{1 + C(p).K_1.H_C(p).K_{CI}} = \frac{650 \cdot \dfrac{9,9.10^{-3}.(1+7,9.p)}{1+0,36.p} \cdot 54}{1 + 650 \cdot \dfrac{9,9.10^{-3}.(1+7,9.p)}{p.(1+0,36.p).(1+25.p)} \cdot 54}$$

$$\mathbf{F(p) = \frac{\dfrac{347.(1+7,9.p)}{1+0,36.p}}{1 + \dfrac{9,9.10^{-3}.(1+7,9.p)}{(1+0,36.p)} \cdot \dfrac{5,56.10^{-3}}{p.(1+25.p)} .54 \times 650} = \frac{347.p.(1+7,9.p).(1+25.p)}{p.(1+25.p).(1+0,36.p) + 1,93.(1+7,9.p)}}$$

$$F(p) = \frac{344.\dfrac{1+7,9.p}{p}.\dfrac{1+25.p}{p}}{\dfrac{1+25.p}{p}.\dfrac{1+0,36.p}{p} + 1,93.\dfrac{1+7,9.p}{p}}$$

On en déduit : $\lim\limits_{p \to +\infty} F(p) = \dfrac{344 \times 7,9 \times 25}{25 \times 0,36} = 7\ 550$

Le moment de giration à la date t = 0 pour un échelon de consigne de Θ_0 : $\lim\limits_{t \to 0} C_g(t)$ s'écrit donc par le théorème de la valeur initiale : $\lim\limits_{t \to 0} C_g(t) = \lim\limits_{p \to +\infty} p.\dfrac{\Theta_0}{p}.F(p) = \Theta_0 \lim\limits_{p \to +\infty} F(p)$

$$\mathbf{C_g(0^+) = 7\ 550.\Theta_0}$$

10- Performance pour un échelon de cap de 100°

Pour un échelon de cap de 100° = 1,74 rad on a donc un couple de giration initial de : **$C_g(0^+) = 1,74 \times 7\ 550 = 13\ 137$ N.m > 2 700 N.m. On a donc une saturation du couple de giration**.

Cette saturation explique donc une réponse du système plus lente que pour un plus faible échelon de cap où il n'y a pas de saturation et qui conserve la linéarité du système. Donc un temps de réponse plus important. En revanche, cette saturation limite la vitesse de rotation de l'aéroglisseur et donc le dépassement est plus faible. La simulation le montre bien : **$t_{5\%} \approx 14,5$ s > 12s** et **$D_{\%} = 0 < 10\ \%$**.

Les performances attendues ne sont donc pas validées pour un échelon de cap de 100°.