DM CI2 Téléphérique Vanoise Express Corrigé

1- Moment d'inertie équivalent

L'énergie cinétique du système S est la somme des énergies cinétique des différentes pièces :

Calculons l'énergie cinétique de chacun des éléments du système S :

a- Moteurs : $E_C(2\text{ Moteurs/Sol}) = 2.\frac{1}{2}.J_m.\ \omega_m^2(t)$

b- Réducteurs : $E_C(2\text{ Réducteur/Sol}) = 2.\frac{1}{2}.J_r.\ \omega^2(t)$ Avec : $\omega(t) = r.\omega_m(t)$

c- Poulie motrice : $E_C(\text{Poulie motrice/Sol}) = \frac{1}{2}.J_{pm}.\omega^2(t)$ Avec : $\omega(t) = r.\omega_m(t)$

d- Câble : $E_C(\text{Câble/Sol}) = \frac{1}{2}.m.V^2(t)$ Avec : $V(t) = \frac{D.r}{2}.\omega_m(t)$

e- Cabine : $E_C(\text{Cabine/Sol}) = \frac{1}{2}.M.V^2(t)$ Avec : $V(t) = \frac{D.r}{2}.\omega_m(t)$

f- Poulies de déviation : $E_C(5\text{ Poul. Dév./Sol}) = \frac{5}{2}.J_{pd}.\omega_{pd}^2(t)$ Avec : $\omega_{pd}(t) = \frac{2.V(t)}{d} = \frac{2}{d}.\frac{D.r}{2}.\omega_m(t)$

g- Poulies porteuses : $E_C(50\text{ Poul. Port/Sol}) = \frac{50}{2}.J_{pp}.\omega_{pp}^2(t)$ Avec : $\omega_{pp}(t) = \frac{2.V(t)}{d_p} = \frac{2}{d_p}.\frac{D.r}{2}.\omega_m(t)$

L'énergie cinétique du système S est la somme des énergies cinétique des différentes pièces. On obtient donc l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement : $E_C(S/sol) = \frac{1}{2}.J_{eq}.\omega_m^2$

Avec : $$\mathbf{J_{eq} = 2.J_m + (2.J_r + J_{pm}).r^2 + (m + M).\left(\frac{D.r}{2}\right)^2 + 5.J_{pd}.\left(\frac{D.r}{d}\right)^2 + 50.J_{pp}.\left(\frac{D.r}{d_p}\right)^2}$$

2- Théorème de l'énergie cinétique

Les actions extérieures appliquées sur E l'ensemble des pièces en mouvement sont :

- ☞ Les actions des liaisons pivot avec le milieu extérieur
- ☞ Le couple exercé par chacun des deux moteurs
- ☞ L'action du vent sur la cabine
- ☞ Le poids des pièces.
- ☞ Le frottement visqueux du chariot sur le câble.

Les liaisons pivot des solides du système avec le milieu étant parfaites et avec des pièces fixes par rapport au sol, les puissances de ces actions sont nulles.

La puissance des deux moteurs est : $P(\text{moteurs}\rightarrow E/R_0) = 2.C_m.\omega_m$

La cabine est en translation donc la puissance de l'action du vent sur la cabine est :

$$P(\text{Vent}\rightarrow\text{Cabine/Sol}) = -F_{Vent}.\overrightarrow{x}.v.\overrightarrow{x_1} = -F_{Vent}.\frac{D.r}{2}.\cos\gamma.\omega_m$$

La cabine est en translation donc la puissance du poids de la cabine est :

$$P(\text{Pes.}\rightarrow\text{Cabine/Sol}) = -M.g.\overrightarrow{y}.v.\overrightarrow{x_1} = -M.g.v.\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right) = -M.g.\frac{D.r}{2}.\sin\gamma.\omega_m$$

La cabine est en translation donc la puissance du roulement sans glissement est :

$$P(\text{RsG}\rightarrow\text{Cabine/Sol}) = -b.v.\overrightarrow{x_1}.v.\overrightarrow{x_1} = -b.\left(\frac{D.r}{2}\right)^2.\omega_m^2$$

Les puissances des autres poids sont nulles toutes les autres pièces ayant un centre de gravité fixe par rapport au sol. Même le câble câble tracteur qui bien qu'en mouvement à un centre de gravité fixe.

D'où la somme des puissances extérieures s'appliquant sur l'ensemble E dans son mouvement par rapport au sol est : $\mathbf{P(Ext\rightarrow E/Sol) = 2.C_m.\omega_m - (F_{Vent}.\cos\gamma + M.g.\sin\gamma).\frac{D.r}{2}.\omega_m - b.\left(\frac{D.r}{2}\right)^2.\omega_m^2}$

Par ailleurs les autres liaisons étant parfaites, les puissances de ces actions intérieures sont nulles :

$$\mathbf{P(Int \rightarrow E/Sol) = 0}$$

Le théorème de l'énergie cinétique : $\dfrac{d\,E_C(S/sol)}{dt} = P(Ext \rightarrow E/Sol) + P(Int \rightarrow E/Sol)$, s'écrit donc :

$$J_{eq}.\omega_m.\frac{d\,\omega_m(t)}{dt} = 2.c_m.\omega_m - (F_{Vent}.\cos\gamma + M.g.\sin\gamma).\frac{D.r}{2}.\omega_m - b.\left(\frac{D.r}{2}\right)^2.\omega_m^{\;2}$$

Soit : $\mathbf{2.c_m(t) - c_r(t) = J_{eq}.\dfrac{d\,\omega_m(t)}{dt} + \mathit{f}.\omega_m(t)}$ Avec :

$$\mathbf{\mathit{f} = b.\left(\frac{D.r}{2}\right)^2 \qquad c_r(t) = (F_{Vent}.\cos\gamma + M.g.\sin\gamma).\frac{D.r}{2}}$$

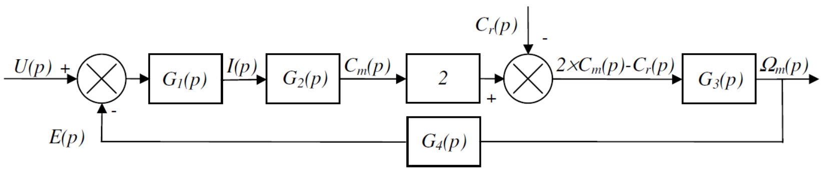
3- Schéma bloc du moteur

En passant l'équation différentielle précédente et les équations différentielles électromécaniques du moteur on obtient : $\mathbf{E(p) = K_E.\Omega_m(p)}$ $\mathbf{C_m(p) = K_C.I(t)}$

$U(p) = E(t) + R.I(p) + L.p.I(p)$ $2.C_m(p) - C_r(p) = J_{eq}.p.\Omega_m(p) + \mathit{f}.\Omega_m(p)$

Soit encore : $\mathbf{I(p) = \dfrac{1}{R + L.p}\,.\,(\,U(p) - E(p)\,)}$ $\mathbf{\Omega_m(p) = \dfrac{1}{\mathit{f} + J_{eq}.p}\,.\,(\,2.C_m(p) - C_r(p)\,)}$

Du schéma bloc ci-dessous on en déduit : $\mathbf{G_2(p) = K_C}$ $\mathbf{G_4(p) = K_E}$



$$\mathbf{G_1(p) = \frac{1}{R + L.p}}$$

$$\mathbf{G_3(p) = \frac{1}{\mathit{f} + J_{eq}.p}}$$

4- Fonctions de transfert du moteur

Du schéma bloc avecle principe de superposition on en déduit :

$$\Omega_m(p) = \frac{G_1(p).G_2(p).2.G_3(p)}{1 + G_1(p).G_2(p).2.G_3(p).G_4(p)}.U(p) - \frac{G_3(p)}{1 + G_1(p).G_2(p).2.G_3(p).G_4(p)}.C_r(p)$$

Etant donné les expressions de $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ on obtient :

$$\Omega_m(p) = \frac{\dfrac{2.K_C}{(R + L.p).(\mathit{f} + J_{eq}.p)}}{1 + \dfrac{2.K_C.K_E}{(R + L.p).(\mathit{f} + J_{eq}.p)}}.U(p) - \frac{\dfrac{1}{\mathit{f} + J_{eq}.p}}{1 + \dfrac{2.K_C.K_E}{(R + L.p).(\mathit{f} + J_{eq}.p)}}.C_r(p)$$

Après calcul et mise sous forme canonique on obtient : $\mathbf{\Omega_m(p) = F_1(p).U(p) - F_2(p).C_r(p)}$ Avec :

$$\mathbf{F_1(p) = \frac{\dfrac{2.K_C}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}}{1 + \dfrac{R.J_{eq} + L.\mathit{f}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}.p + \dfrac{L.J_{eq}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}.p^2}} \qquad \mathbf{F_2(p) = \frac{\dfrac{R.\left(1 + \dfrac{L}{R}.p\right)}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}}{1 + \dfrac{R.J_{eq} + L.\mathit{f}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}.p + \dfrac{L.J_{eq}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}.p^2}}$$

5- Identification des constante f et J_{eq}

La réponse du moteur à un échelon de tension (pour $c_r(t) = 0$) est celle d'un premier ordre donc la fonction de transfert $F_1(p)$ est un premier ordre d'où $\mathbf{\dfrac{L.J_{eq}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}}$ **est négligeable. On néglige donc L**

Donc $$F_1(p) \approx \frac{\dfrac{2.K_C}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}}{1 + \dfrac{R.J_{eq}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}.p} = \frac{K_m}{1 + \tau_m.p}$$

Avec :

$$K_m = \frac{2.K_C}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}$$

$$\tau_m = \frac{R.J_{eq}}{2.K_CK_E + R.\mathit{f}}$$

Par la réponse à de $F_1(p)$ à un échelon de tension de 100 V on obtient :

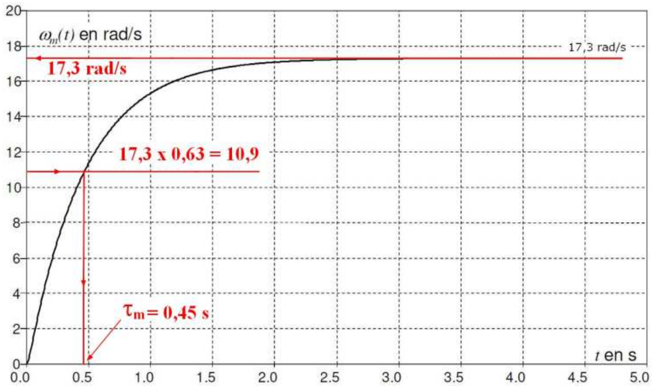
$$K_m = \frac{2.K_C}{2.K_C K_E + R.f} = \frac{17,3}{100} = 0,173 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$$

et : $$\tau_m = \frac{R.J_{eq}}{2.K_C K_E + R.f} = 0,45 \text{ s}$$

On obtient donc :

$$\boldsymbol{f = \frac{1}{R}\cdot\left(\frac{2.K_C}{0,173} - 2.K_C.K_E\right) = 6,1 \text{ N.m.s.rad}^{-1}}$$

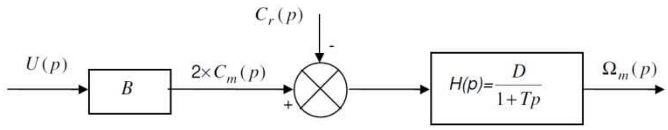
$$\boldsymbol{J_{eq} = \frac{0,45}{R}.(2.K_C.K_E + R.f) = 776 \text{ kg.m}^2}$$



Remarque : En comparant R.J et L.f on a bien R.J >> L.f donc c'est bien L qui est négligeable et pas J_{eq}

6- Schéma bloc simplifié du moteur

Du schéma bloc ci-contre on en déduit :



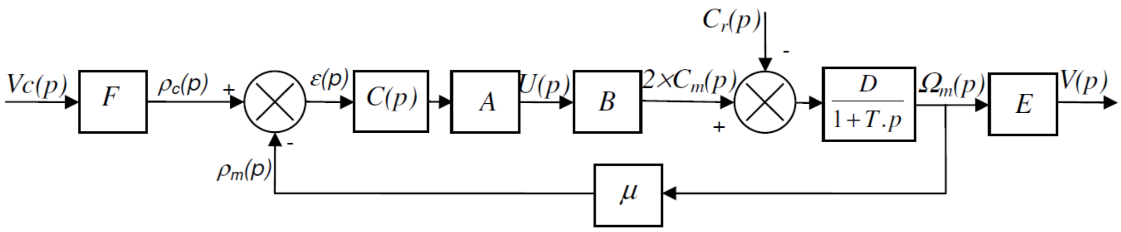
$$F_1(p) = \frac{B.D}{1 + T.p} = \frac{K_m}{1 + \tau_m.p}$$

$$F_2(p) = \frac{D}{1 + T.p} = \frac{\frac{R}{2.K_C K_E + R.f}}{1 + \tau_m.p}$$

On a donc : $\boldsymbol{T = \tau_m = 0,45 \text{ s}}$ et : $B.D = 0,173 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$

Soit : $$\boldsymbol{D = \frac{R}{2.K_C K_E + R.f} = 5,8.10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}.N^{-1}.m^{-1}}$$ $$\boldsymbol{B = \frac{K_m}{D} = \frac{0,173}{5,8} = 298 \text{ N.m.V}^{-1}}$$

Le schéma bloc de l'asservissement est :



7- Gain E

De ce schéma bloc on a : $$\boldsymbol{E = \frac{V(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{D.r}{2} = 0,1 \text{ m}}$$

8- Gain F

De ce schéma bloc on en déduit que pour que $v_c(t) = v(t)$ entraîne $\varepsilon(t) = 0$, il faut :

$$\boldsymbol{F = \frac{\mu}{E} = 7,16 \text{ V.s.m}^{-1}}$$