

Engrenages et trains d'engrenages classiques

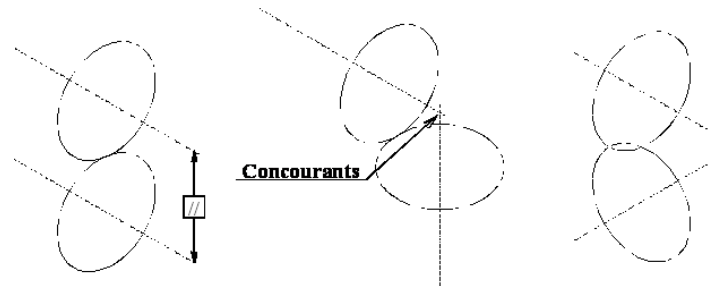
1- Généralités

1.1- Principe

La fonction d'un engrenage est de transmettre une puissance entre deux arbres. Ces deux arbres peuvent être parallèles, concourants ou quelconques.

Suivant les trois cas ci-dessus, on utilise différents types d'engrenages :

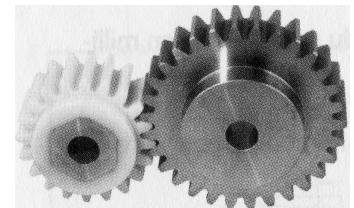
- Arbres parallèles : Engrenages cylindriques à denture droite ou hélicoïdale
- Arbre concourants : Engrenages coniques à denture droite ou hélicoïdale (à spirale)
- Arbres quelconques : Engrenages gauches (Cylindriques à denture hélicoïdale)
Engrenages à roue et vis sans fin (Engrenage gauche)
Engrenage conique à denture hypoïde



1.2- les principaux types d'engrenages

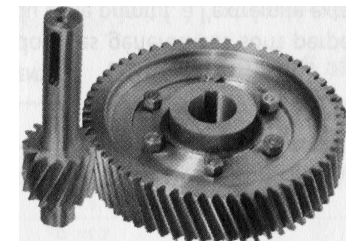
1.2.1- Les engrenages cylindriques à denture droite

- Avantages : - Simple et économiques
- Pas d'efforts axiaux
- Inconvénients : - Vitesses de rotation limitées
- Bruyant
- Entraxes prenant des valeurs finies



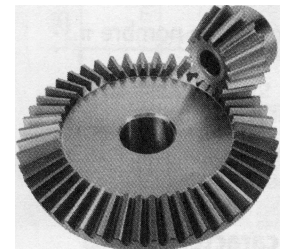
1.2.2- Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

- Avantages : - Transmission plus souple et moins bruyante
- Transmission d'efforts et de vitesses plus importants
- Possibilités d'entraxes infinis
- Inconvénients : - Effort axial supplémentaire
- Solution moins économique
- Rendement moins bon



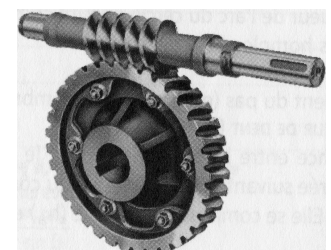
1.2.3- Les engrenages coniques

- Avantages : - Arbres non parallèles voir non concourants
- Possibilité de choisir le sens de rotation de la roue menée
- Inconvénients : - Solution moins économique
- Nécessité d'un réglage des roues au montage



1.2.4- Les engrenages à roue et vis sans fin

- Avantages : - Arbres quelconques (Très souvent orthogonaux)
- Rapports de réduction élevés
- Inconvénients : - Rendement faible
- Parfois non réversible (peut être un avantage)



1.3- Cinématique d'un engrenage

On pose :

N_m : Fréquence de rotation de la roue motrice

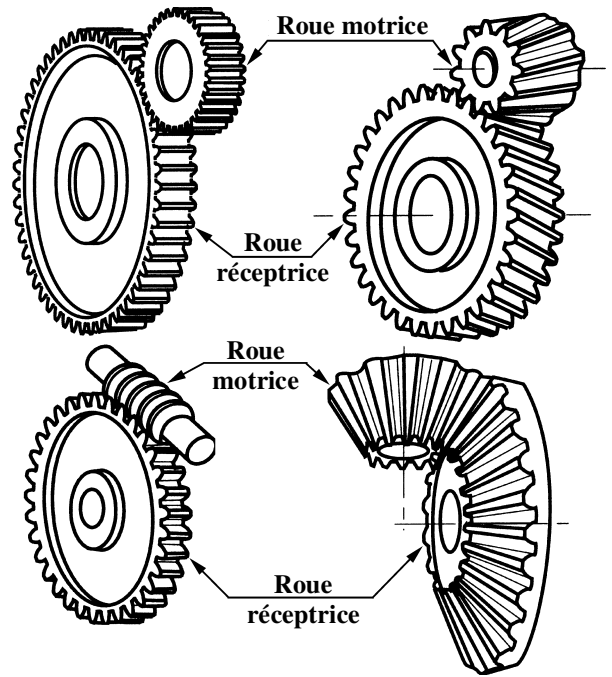
N_r : Fréquence de rotation de la roue réceptrice

Z_m : Nombre de dents de la roue motrice (Nombre de filets de la vis pour l'engrenage à roue et vis sans fin)

Z_r : Nombre de dents de la roue réceptrice

On a alors :

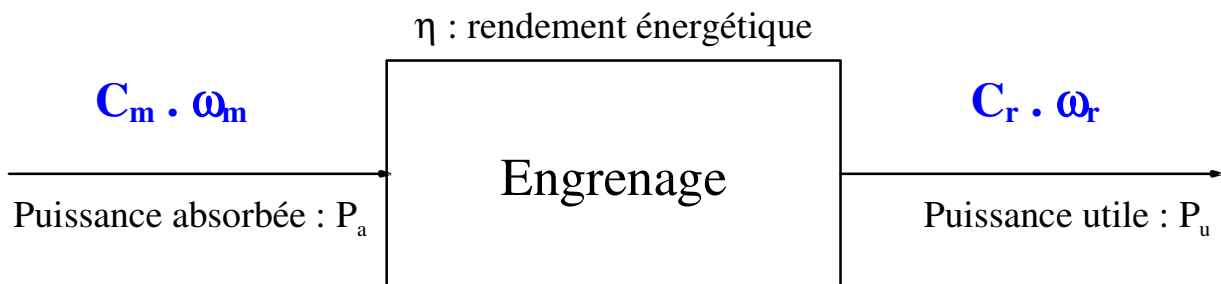
$$\frac{N_r}{N_m} = \frac{Z_m}{Z_r} = k_{trans.}$$



Remarque : Si les arbres sont parallèles, on peut tenir compte du sens de rotation en prenant un rapport négatif pour les engrenages extérieurs et positif pour les engrenages intérieurs. **Voir page 4**

1.4- Rapport de couple

Un engrenage est une machine à transformer un mouvement de rotation en un autre mouvement de rotation. L'étude de cet engrenage peut donc se faire d'un point de vue énergétique.



On a alors :

$$C_r \cdot \omega_r = \eta \cdot C_m \cdot \omega_m$$

Où encore :

$$\frac{C_r}{C_m} = \eta \cdot \frac{\omega_m}{\omega_r} = \eta \cdot \frac{Z_r}{Z_m} = \frac{\eta}{k_{trans.}}$$

Où : C_m et C_r sont les couples sur les arbres des roues motrice et réceptrice.

ω_m et ω_r sont les vitesses de rotation des arbres des roues motrice et réceptrice.

N_m et N_r sont les fréquences de rotation des arbres des roues motrice et réceptrice.

η est le rendement énergétique de l'engrenage.

2- Trains d'engrenages classique

2.1- Définition

On appelle train d'engrenages, un ensemble d'engrenages (au moins deux) en séries. Ce train d'engrenage comporte un arbre d'entrée et un arbre de sortie. Les différentes roues de ce train d'engrenages sont entraînées les unes par les autres (par engrenage ou par un arbre commun) de la roue de l'arbre d'entrée à la roue de l'arbre de sortie.

2.2- Cinématique

Rapport de transmission d'un train d'engrenage.

Le rapport de transmission d'un train d'engrenage est le rapport:

$$k_{trans.} = \frac{N_{Sortie}}{N_{Entrée}} = (-1)^n \frac{\text{PRODUIT des nbrs de dents des roues MOTRICES}}{\text{PRODUIT des nbrs de dents des roues RECEPTRICES}}$$

Où n est le nombre d'engrenages extérieurs de ce train. (Uniquement pour des trains d'engrenages n'ayant que des arbres parallèles)

Remarques

Le rapport de transmission du train d'engrenage est le produit des rapports de chaque engrenage.

Si une roue est à la fois menante et menée (C'est à dire quelle est entraînée par engrenage avec la roue précédente et entraîne la roue suivante par engrenage) alors son nombre de dents n'intervient pas dans le rapport de réduction ou de transmission sauf pour le signe.

2.3- Rapport de couple

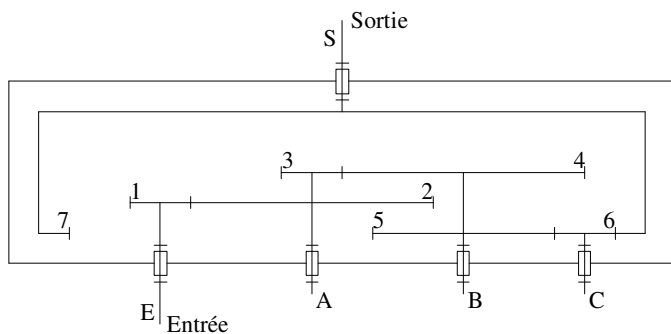
$$\frac{C_S}{C_E} = \eta_g \cdot \frac{N_{entrée}}{N_{Sortie}} = \frac{\eta_g}{k_{trans.}}$$

Où : C_S et C_E sont les couples sur les arbres d'entrée et de sortie du train d'engrenage.

$k_{trans.}$ Est le rapport de transmission du train d'engrenage : $k_{trans.} = \frac{N_S}{N_E}$

η_g : est le rendement globale du train d'engrenage Le rendement global du train d'engrenage peut se calculer par le produit des rendements de chacun des engrenages.

2.4- Exemple



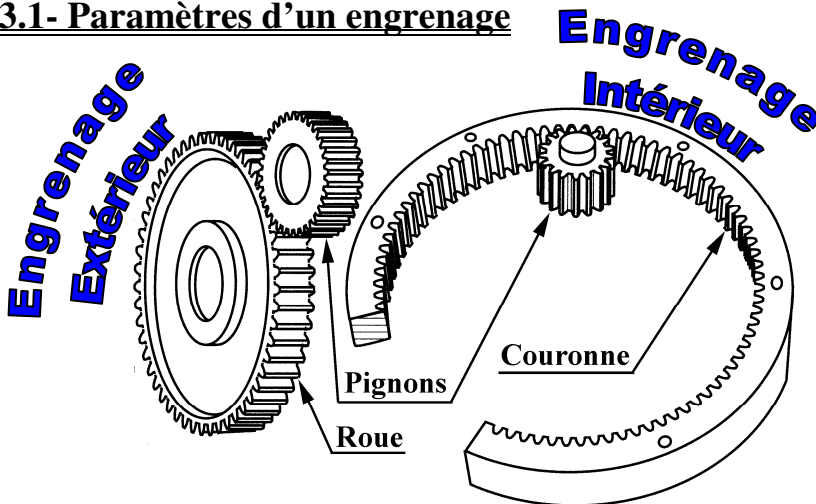
$$k_{trans.} = \frac{N_S}{N_E} = (-1)^3 \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5 \cdot Z_6}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_7}$$

$$k_{trans.} = - \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_7}$$

$$\frac{C_S}{C_E} = - \eta_g \cdot \frac{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_7}{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5} = - \frac{\eta_g}{k_{trans.}}$$

3- Engrenages cylindriques à denture droite

3.1- Paramètres d'un engrenage



Ce type d'engrenage peut-être de deux types : les engrenages extérieurs (pignon + roue) ou intérieur (pignon + couronne).

Chaque roue, pignon ou couronne est définie par :

- Son nombre de dents : Z
- Sa largeur : b

Par contre sont commun aux deux roues de l'engrenage :

- Le module des dents : m
- L'angle de pression : α

3.2- Eléments d'un engrenage

Pour un engrenage, on définit :

- Cercles ou cylindres primitifs : Ce sont des cercles représentant deux roues de friction ayant le même rapport de transmission. (Ces cercles sont tangents).

- Cercles ou cylindres de tête : Ce sont des cercles passant par les sommets des dents.

- Cercles ou cylindres de pied : Ce sont des cercles passant par les pieds des dents.

- Entraxe : C'est la distance entre les deux axes des deux roues.

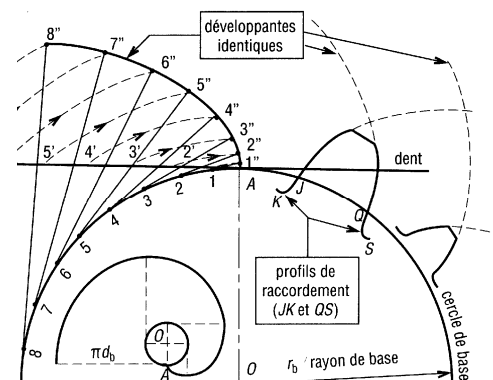
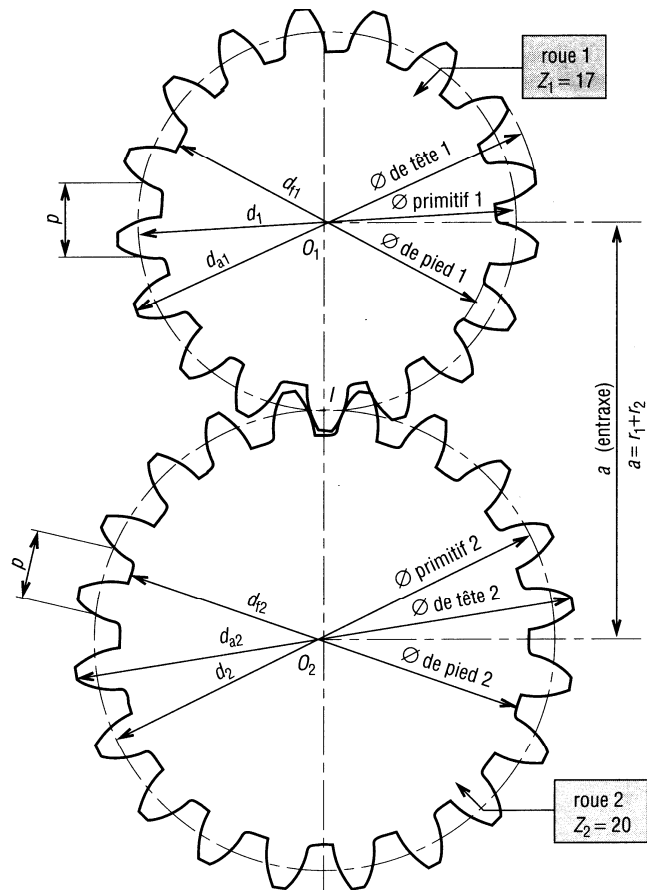
- Pas primitif : C'est la distance entre deux dents consécutives au niveau du cercle primitif.

- Droite d'action : C'est la droite normale au contact entre les dents des deux roues. Elle est donc le support de l'action d'une roue sur l'autre.

- Angle de pression La droite d'action est invariante quelque soit la position des roues. Elle est inclinée d'un angle α appelé angle de pression par rapport à la tangente aux cercles primitifs

- Saillie et creux d'une dents : Ce sont les parties de la dent se situant entre le cercle primitif et respectivement le cercle tête et le cercle de pied de l'engrenage.

- Profil en développante de cercle : C'est le profil des dents d'un engrenage. Il est obtenu en faisant rouler sans glisser une droite sur un cercle appelé cercle de base défini par son diamètre : $D_b = D \cdot \cos \alpha$ (Où D est le diamètre primitif de la roue). Ce profil permet de réduire au mieux le glissement entre les dent d'un engrenage



3.3- Dimensions des éléments d'un engrenage

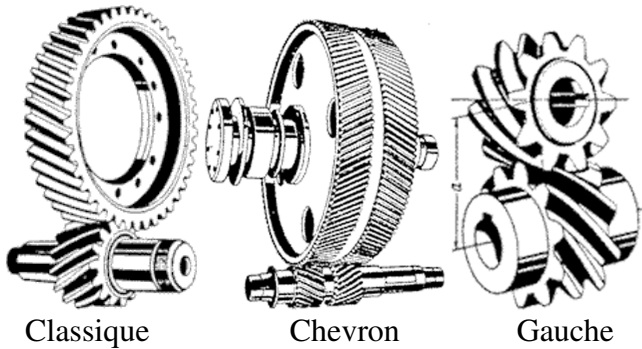
	Roue 1	Roue 2
Nombre de dents : Z	Z ₁ : Nombre entier	Z ₂ : Nombre entier
Module : m	Taille des dents : Valeur normalisée en mm	
Angle de pression : α	Quasiment toujours α = 20°	
Largeur de la denture : b	En général 5 à 10 fois le module	
Diamètre primitif : D	D ₁ = m . Z ₁	D ₂ = m . Z ₂
Diamètre de tête : D _a	D _{a1} = D ₁ + 2 . m	D _{a2} = D ₂ + 2 . m
Diamètre de pied : D _f	D _{f1} = D ₁ - 2,5 . m	D _{f1} = D ₁ - 2,5 . m
Entraxe : a	a = $\frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2}$	

Pour les couronnes on a : D_a = D - 2 . m et : D_f = D + 2,5 . m

Pour un engrenage intérieur on a : a = $\frac{D_1 - D_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 - Z_2)}{2}$

4- Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

4.1- Paramètres d'un engrenage



Ce type d'engrenage peut-être de deux types : les engrenages extérieurs (pignon + roue) ou intérieur (pignon + couronne).

Chaque roue ou couronne est définie par :

- Son nombre de dents : Z
- Sa largeur : b

Sont commun aux deux roues de l'engrenage :

- Le module des dents : m
- L'angle de pression : α
- L'angle d'hélice de la denture : β

4.2- Dimensions des éléments d'un engrenage

	Roue 1	Roue 2
Nombre de dents : Z	Z ₁ : Nombre entier	Z ₂ : Nombre entier
Module : m	Taille des dents : Valeur normalisée en mm	
Angle d'hélice : β	β ₁ = β ₂ = β mais hélices en sens opposés	
Angle de pression : α	Quasiment toujours α = 20°	
Largeur de la denture : b	En général 5 à 10 fois le module	
Diamètre primitif : D	D ₁ = $\frac{m \cdot Z_1}{\cos \beta}$	D ₂ = $\frac{m \cdot Z_2}{\cos \beta}$
Diamètre de tête : D _a	D _{a1} = D ₁ + 2 . m	D _{a2} = D ₂ + 2 . m
Diamètre de pied : D _f	D _{f1} = D ₁ - 2,5 . m	D _{f1} = D ₁ - 2,5 . m
Entraxe : a	a = $\frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2 \cdot \cos \beta}$	

Pour un engrenage intérieur on a : a = $\frac{D_1 - D_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 - Z_2)}{2 \cdot \cos \beta}$

4- Engrenages coniques

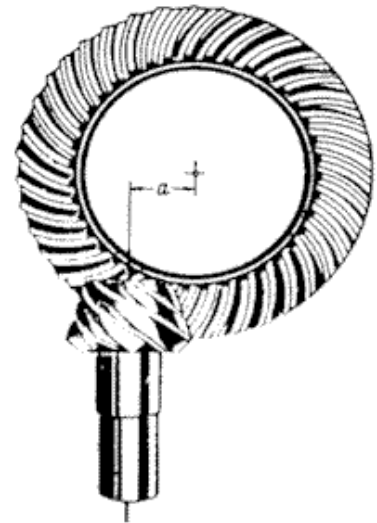
Denture droite



Denture hélicoïdale ou spirale

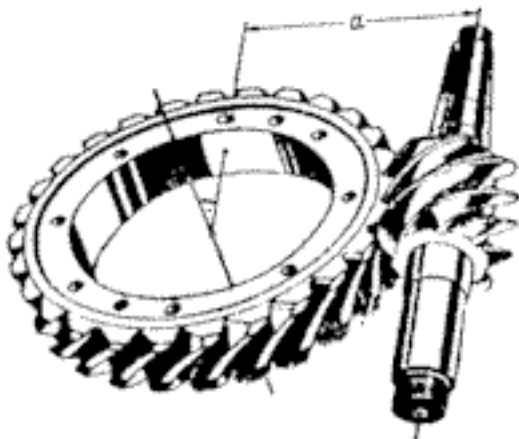


Denture hypoïde



5- Engrenages à roue et vis sans fin

5.1- Paramètres d'un engrenage



Ce type d'engrenage est défini par :

- Nombre de dents de la roue : Z_R
- Nombre de filets de la vis : Z_V
- Le module des dents : m
- L'angle de pression : α
- L'entraxe entre la roue et la vis : a
- L'angle d'hélice de la roue : β_R
- L'angle d'hélice de la vis : β_V

5.2- Dimensionnement de la roue

Le dimensionnement de la roue est en grande partie identique à celui d'une roue d'engrenage cylindrique à denture hélicoïdale :

Diamètre primitif de la roue :

$$D_R = \frac{m \cdot Z_R}{\cos \beta_R}$$

5.3- Dimensionnement de la vis

5.3.1- Relation entre la vis et la roue

Pour permettre un engrènement correct de la vis et de la roue, les paramètres de la vis sont liés à ceux de la roue par les deux relations suivantes :

- Relation entre les deux angles d'hélice :

$$\beta_R + \beta_V = 90^\circ$$

5.3.2- Dimensions de la vis

Diamètre primitif de la vis :

$$D_V = \frac{m \cdot Z_V}{\cos \beta_V} = \frac{m \cdot Z_V}{\sin \beta_R}$$

5.4- Entraxe

$$a = \frac{D_R + D_V}{2} = \frac{m \cdot Z_R}{2 \cdot \cos \beta_R} + \frac{m \cdot Z_V}{2 \cdot \sin \beta_R} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{Z_R}{\cos \beta_R} + \frac{Z_V}{\sin \beta_R} \right)$$

5.5- Réversibilité du système

Le système est réversible lorsque la roue peut entraîner en rotation la vis .

La réversibilité du système dépend de l'angle d'hélice de la roue β_R (et donc de celui de la vis β_V) ainsi que du coefficient de frottement entre la roue et la vis $\mu = \tan \varphi$ où φ est l'angle de frottement.

Le système est réversible à la condition que :

$$\beta_R > \varphi$$

En général on a : $0,1 < \mu < 0,2$ soit : $6^\circ < \varphi < 10^\circ$

Donc si : **$\beta_R < 6^\circ$ Alors le système est irréversible**

si : **$\beta_R > 10^\circ$ Alors le système est réversible**