LES TRAINS D'ENGRENAGES EPICYCLOÏDAUX

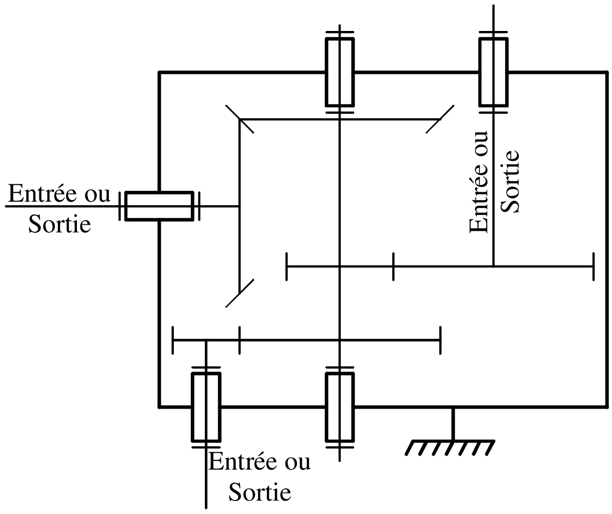
1- Définitions

1.1- Train d'engrenages

Un train d'engrenage est un mécanisme assurant la transmission d'un mouvement de rotation d'un arbre d'entrée à un ou plusieurs arbres de sortie par un ensemble d'engrenage. Exemple boite de vitesse.

On rappelle qu'un engrenage est constitué d'au moins deux roues dentées engrenant l'une avec l'autre.

Exemple de Train d'engrenages simple



ici 3 entrées sorties

1.2- Train d'engrenages simple

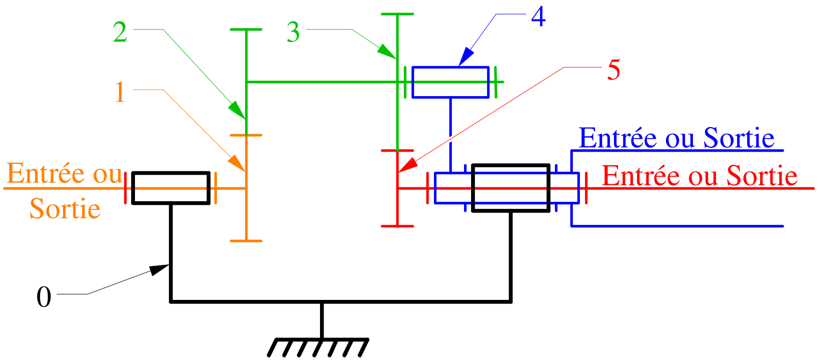
Un train d'engrenages simple est un train d'engrenage dont toutes les roues dentées des engrenages sont en liaison pivot avec un même support en général le bâti.

Souvent on a 2 Entrées / Sorties

1.3- Train d'engrenages épicycloïdal

Un train d'engrenages épicycloïdal est un train d'engrenage dont au moins une des roues dentées des engrenages est en liaison pivot sur une pièce mobile par rapport au support général.

Exemple de Train d'engrenages épicycloïdal



- ⊗ Bâti : **0**
- ⊗ Planétaires : **1 & 5**
- ⊗ Satellites : **2 & 3**
- ⊗ Porte satellite : **4**
- ⊗ Raison : $\lambda = \dfrac{\omega_{5/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^2 \cdot \dfrac{Z_1 . Z_3}{Z_2 . Z_5}$

Un train d'engrenage épicycloïdal se compose en général de :

- ⊗ Deux planétaires : Les roues dentées (ou couronnes) en liaison pivot ou encastrement avec bâti.
- ⊗ Un ou plusieurs satellites : Les roues dentées qui ne sont pas en liaison avec le bâti.
- ⊗ Un porte satellite : La pièce mobile recevant les satellites et en liaison pivot avec le support fixe

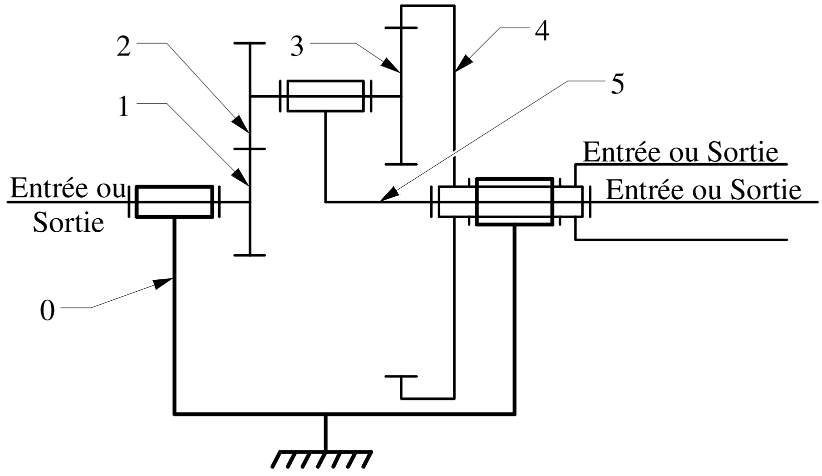
1.4- Raison du train d'engrenages épicycloïdal

La raison du train d'engrenage épicycloïdal est le rapport de transmission entre les deux planétaires lorsque le porte satellite est immobilisé. En général on la note λ.

Cette définition ne précise pas quel rapport il faut utiliser : $\lambda = \dfrac{\omega_{P1/PS}}{\omega_{P2/PS}}$ ou $\lambda' = \lambda^{-1} = \dfrac{\omega_{P2/PS}}{\omega_{P1/PS}}$

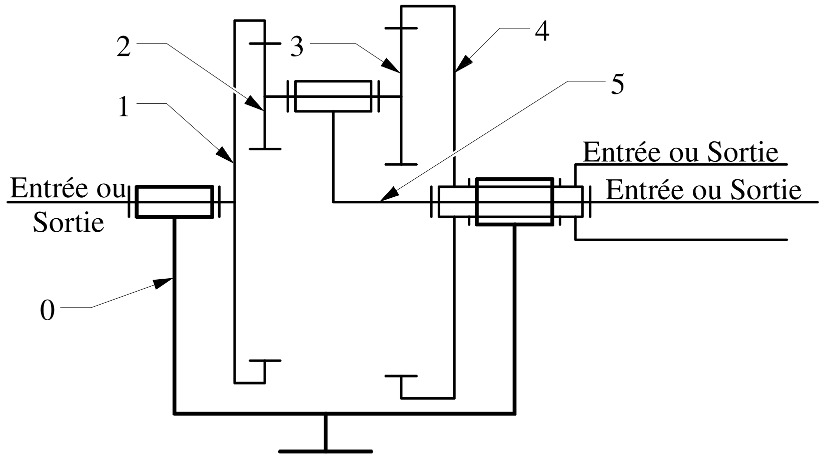
Où P1 et P2 sont les deux planétaires du train d'engrenages épicycloïdal.

2- Autres exemples de trains épicycloïdaux plans



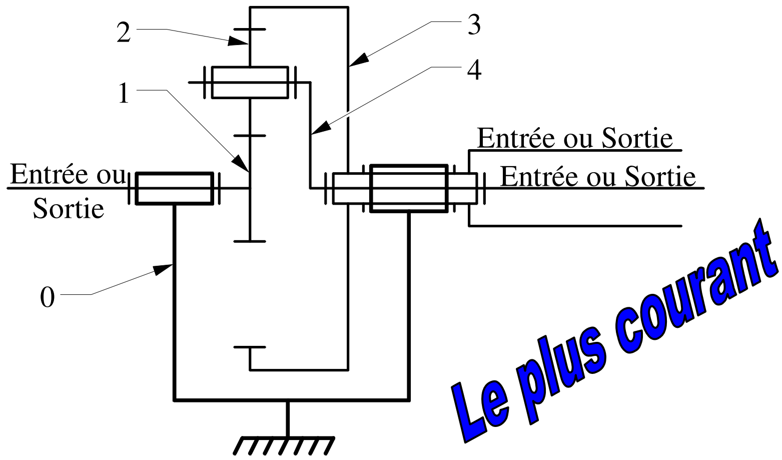
- ⊗ Bâti : **0**
- ⊗ Planétaires : **1 & 4**
- ⊗ Satellites : **2 & 3**
- ⊗ Porte satellite : **5**
- ⊗ Raison : $\lambda = \frac{\omega_{4/5}}{\omega_{1/5}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$

$$\lambda = -\frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$



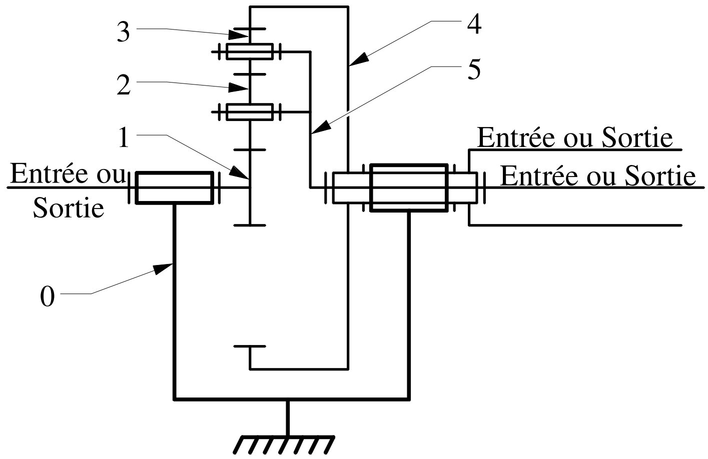
- ⊗ Bâti : **0**
- ⊗ Planétaires : **1 & 4**
- ⊗ Satellites : **2 & 3**
- ⊗ Porte satellite : **5**
- ⊗ Raison : $\lambda = \frac{\omega_{4/5}}{\omega_{1/5}} = (-1)^0 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$

$$\lambda = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$



- ⊗ Bâti : **0**
- ⊗ Planétaires : **1 & 3**
- ⊗ Satellites : **2**
- ⊗ Porte satellite : **4**
- ⊗ Raison : $\lambda = \frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3}$

$$\lambda = -\frac{Z_1}{Z_3}$$



- ⊗ Bâti : **0**
- ⊗ Planétaires : **1 & 4**
- ⊗ Satellites : **2 & 3**
- ⊗ Porte satellite : **5**
- ⊗ Raison : $\lambda = \frac{\omega_4}{\omega_1} = (-1)^2 \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4}$

$$\lambda = \frac{Z_1}{Z_4}$$

5- Etude cinématique

5.1- Relation de Willis ou composition des vitesses (taux de rotation)

Pour tous les trains d'engrenages épicycloïdaux on peut écrire la relation de Willis :

$$\frac{\omega_{P1/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P2/0} - \omega_{PS/0}} = \lambda$$

Où : ⇒ $\omega_{P1/0}$ est la vitesse de rotation du planétaire 1 par rapport au bâti 0

⇒ $\omega_{P2/0}$ est la vitesse de rotation du planétaire 2 par rapport au bâti 0

⇒ $\omega_{PS/0}$ est la vitesse de rotation du porte satellites par rapport au bâti 0

⇒ λ est la raison du train d'engrenages épicycloïdal : $\lambda = \frac{\omega_{P1/PS}}{\omega_{P2/PS}}$

5.2- Rapport de transmission : Exemple

Un train d'engrenages épicycloïdal comportant trois entrées sorties, il est nécessaire pour calculer le rapport de transmission : $k = \frac{\omega_S}{\omega_E}$

⇒ D'identifier sur quels planétaires ou porte satellite sont la sortie et l'entrée du train d'engrenages épicycloïdal.

⇒ D'écrire une deuxième relation résultant d'une condition de fonctionnement du train. Cette condition de fonctionnement est parfois fixe (Réducteur à rapport de transmission constant) ou est parfois variable en fonction du rapport désiré (Boîte de vitesses)

Le calcul du rapport de transmission se fait donc en 5 étapes :

⊗ Détermination de la raison du train d'engrenages épicycloïdal

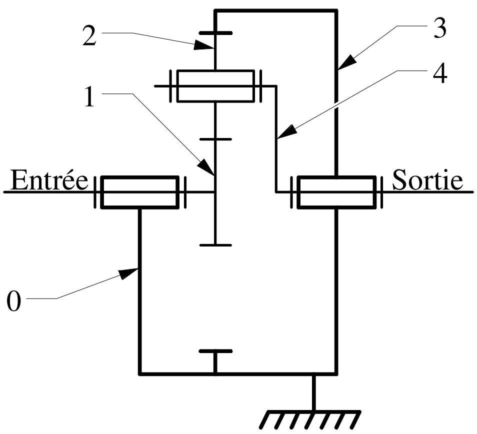
⊗ Ecriture de la relation de Willis correspondant à la raison du train déterminée.

⊗ Identification de l'entrée et de la sortie du train et réécriture de la relation de Willis

⊗ Identification de la condition de fonctionnement et écriture de la deuxième équation

⊗ A partir des deux équations établies précédemment, détermination du rapport

Exemple



⊗ Raison du train : $\lambda = \frac{\omega_{1/4}}{\omega_{3/4}} = \left(\frac{Z_3}{Z_2}\right).\left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) = -\frac{Z_3}{Z_1}$

⊗ Composition des vitesses (Willis) : $\frac{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_3}{Z_1}$

⊗ Entrée sur le planétaire 1 : $\omega_E = \omega_{1/0}$

Sortie sur le porte satellite 4 : $\omega_S = \omega_{4/0}$

On en déduit : $\frac{\omega_E - \omega_S}{\omega_{3/0} - \omega_S} = -\frac{Z_3}{Z_1} = \lambda$

⊗ Condition de fonctionnement : couronne bloquée : $\omega_{3/0} = 0$

⊗ Des deux équations précédentes on en déduit :

$$\lambda = \frac{\omega_E - \omega_S}{-\omega_S} = -\frac{Z_3}{Z_1}$$

Soit après résolution : $$k = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{1}{1-\lambda} = \frac{1}{1+\frac{Z_3}{Z_1}} = \frac{Z_1}{Z_1+Z_3}$$