Train épicycloïdal de type I

On se propose de déterminer le rapport d'un train d'engrenage épicycloïdal de type I de deux manières différentes : Par la relation de Willis et par une étude cinématique traduisant le roulement sans glissement des cercles primitifs des engrenages.

L'entrée de ce train épicycloïdal se fait sur le planétaire intérieur 1. Sa sortie sur le porte satellite 2. Et le planétaire extérieur est fixé sur le bâti.

On donne sur le schéma ci-dessous les repères liés aux planétaires, satellite, porte-satellite et bâti.

On fixe le repère lié à la pièce 2 : $\mathcal{R}_2 = (O, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$

Les points A et C sont les points de tangence des cercles primitifs des roues dentées. Et B le centre de la liaison pivot entre 2 et 3. Les liaisons pivot entre 0 et 1 ainsi que 0 et 2 ont le même axe $(O, \overrightarrow{x_2})$.

La construction du train épicycloïdal impose que A et C appartiennent à la droite (OB). Et R_1, R_3 et R_4 étant les rayons des cercles primitifs des roues dentées on en déduit :

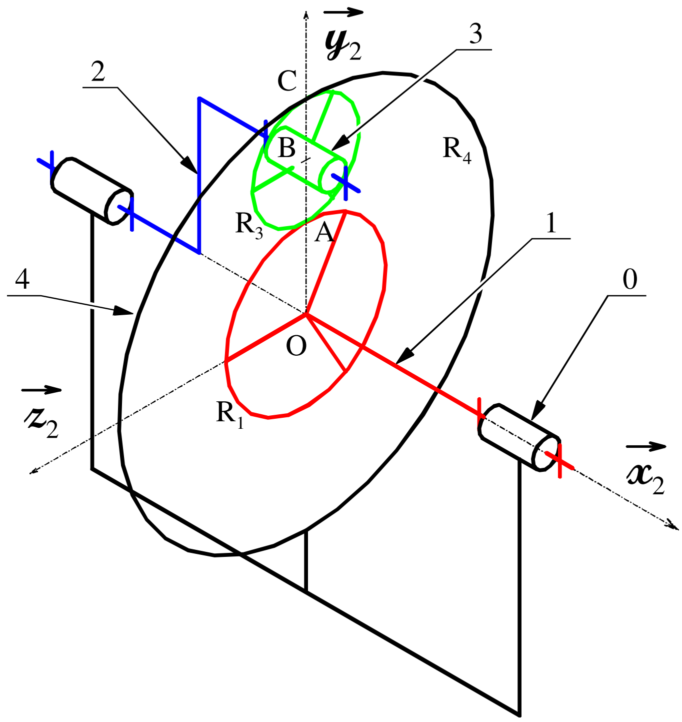
$$\overrightarrow{OA} = R_1.\ \overrightarrow{y_2} \qquad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = R_3.\ \overrightarrow{y_2}$$

$$\overrightarrow{OC} = R_4.\ \overrightarrow{y_2} \qquad \Rightarrow \qquad R_4 = R_1 + 2.R_3$$

D'autre part les roues dentées 1, 3 et 4 engrenant ensemble elles ont des dents de taille identique modélisée par leur module noté : m.

Donc sachant que l'on note Z_1, Z_3 et Z_4 les nombres de dents des roues dentées 1, 3 et 4 on a :

$$R_1 = \frac{m.Z_1}{2} \quad R_3 = \frac{m.Z_3}{2} \quad R_4 = \frac{m.Z_4}{2} \Rightarrow Z_4 = Z_1 + 2.Z_3$$



1- Détermination du rapport avec la relation de Willis (Composition des vitesses)

1.1- Identifier les repères des planétaires intérieur et extérieur, du satellite et du porte satellite.

1.2- Ecrire la relation de Willis. Rapport de transmission : $\frac{\omega_{\text{Planétaire1/Porte satellite}}}{\omega_{\text{Planétaire2/Porte satellite}}}$ en fonction des Z_i.

1.3- Sachant que le planétaire extérieur est lié au bâti (liaison encastrement) en déduire le rapport de transmission du train épicycloïdal : $K = \frac{\omega_{\text{Sortie/0}}}{\omega_{\text{Entrée/0}}}$.

2- Détermination du rapport par l'écriture du roulement sans glissement

On note $\omega_{i/j}$ les vitesses de rotation du solide i par rapport au solide j. La cinématique de ce train épicycloïdal étant plane (dans le plan $(O, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$), on a les vecteurs rotation : $\overrightarrow{\Omega_{i/j}} = \omega_{i/j}.\ \overrightarrow{x_2}$.

2.1- Déterminer les expressions des vecteurs vitesses suivant :

☞ $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$ en fonction $\omega_{1/0}$

☞ $\overrightarrow{V_{A\in 3/0}}$ en fonction de $\omega_{2/0}$ et $\omega_{3/2}$

☞ $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ en fonction de $\omega_{2/0}$ et $\omega_{3/2}$

2.2- En traduisant les conditions de roulement sans glissement des engrenages, déterminer le rapport de transmission du train épicycloïdal : $K = \frac{\omega_{\text{Sortie/0}}}{\omega_{\text{Entrée/0}}}$