

**PSI 2022–2023**  
Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Devoir surveillé N°2  
Le 7 Novembre 2022 - Durée 4h

**Quille pendulaire**  
Sujet de concours CCMP PSI 2014

**Composition du sujet**

**Présentation et sujet :** **Pages 1/12 à 12/12**

**Documents annexes :** **Pages 1/5 à 5/5**

**Documents réponses :** **Pages 1/14 à 14/14**

**Consignes pour la réalisation du devoir surveillé**

**Il ne vous est pas demandé de traiter toutes les questions.**

**Vous ne répondrez qu'aux questions 1 à 14 et 17 à 26**

**Vous ne traiterez pas les questions 15 et 16 qui sont grisées**

**Vous répondrez sur le cahier réponse (pages 1/14 à 14/14)**

**Travail à faire :**

Lire la "Présentation" et les annexes

Traiter les parties 1 à 3 : Analyse fonctionnelle et structurelle  
Vérification des critères de la fonction technique FT121  
Vérification des critères de la fonction technique FT1241

Pages 1/12 à 7/12 , **Questions 1 à 14.**

Traiter la partie 5 : Vérification des critères de la fonction technique FT1122  
Pages 9/12 à 12/12 , **Questions 17 à 26.**

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,  
ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,  
DES TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,  
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT ETIENNE, DES MINES DE NANCY,  
DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE.

ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI).

CONCOURS D'ADMISSION 2014

**ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES**

**Filière : PSI**

SUJET MIS A LA DISPOSITION DES CONCOURS : CYCLE INTERNATIONAL, ENSTIM,  
INT, TPE-EIVP

**Durée de l'épreuve : 4 heures**

**L'usage de la calculatrice est autorisé**

*Cet énoncé comporte 12 pages numérotées de 1 à 12 et un document annexe de 5 pages. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 4 copies (16 pages) distribuées avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.*

*Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline, certaines questions étant partiellement dépendantes : il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

# Quille pendulaire

La conception des voiliers de course, dans un contexte de forte compétitivité sportive et technique, utilise toutes les évolutions récentes afin d'améliorer performances et sécurité. Dès les premiers stades de la conception du navire, l'architecte naval intègre les exigences des différents spécialistes qui collaborent au projet. A ce titre la conception d'un voilier de course océanique est analogue à la conduite d'un projet industriel classique où les intervenants s'inscrivent dans une démarche collaborative pilotée par un coordonnateur du projet.

L'étude proposée s'intéresse à quelques aspects de la conception d'une quille pendulaire équipant un monocoque 60' IMOCA.

## 1- ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

### 1.1 Fonction de la quille dans la dynamique d'un voilier

Le comportement dynamique d'un voilier est conditionné par ses interactions avec les deux fluides avec lesquels il entre en contact : l'air et l'eau. Il reçoit de l'énergie sous la forme des actions aérodynamiques dues au mouvement relatif air/voiles. Ces actions mécaniques le font avancer et provoquent son inclinaison autour de son axe longitudinal (axe de direction  $\vec{z}_N$  sur la figure 1). C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids. Cette quille est généralement constituée d'un voile immergé dans l'eau à l'extrémité duquel se trouve un lest profilé. L'efficacité de la quille dépend de la masse du lest et de la longueur du voile. Ces deux paramètres présentent des limitations : le lest ne peut être trop important sous peine de solliciter dangereusement le

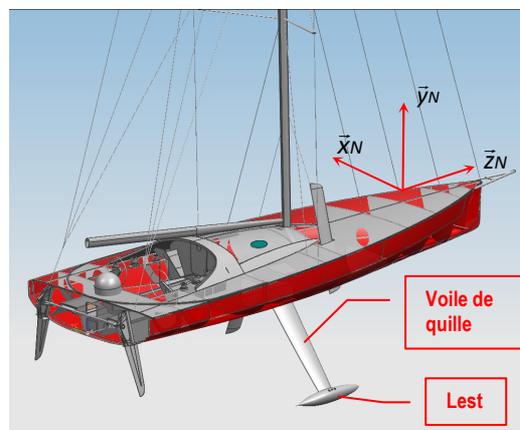


Figure 1 : Voilier 60' IMOCA – Image Cabinet Finot-Conq

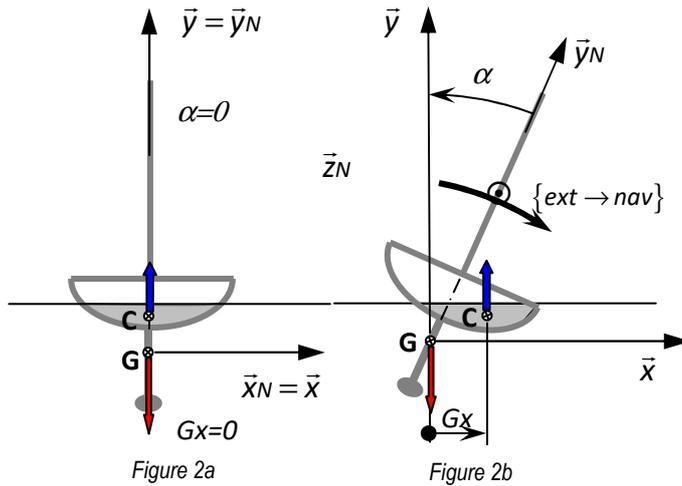
voile de quille et la longueur de quille est limitée par le tirant d'eau maximal admissible (il faut permettre l'entrée dans les ports sans toucher le fond !).

### 1.2 Etude de la stabilité « de formes » d'un voilier doté d'une quille non pendulaire (voir figures 2a et 2b).

On considère le navire à l'arrêt et en équilibre sur un plan d'eau au repos (figure 2a). Il est soumis :

- Aux effets de pesanteur représentés par le torseur  $\left\{ \begin{matrix} -M.g.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$ .

$G$  désigne le centre de gravité du navire,  $M$  sa masse,  $g$  l'accélération de pesanteur et  $\vec{y}$  oriente la verticale ascendante du lieu.



- Aux actions de l'eau sur la coque ou « Poussée d'Archimède » représentées par le torseur :  $\left\{ \begin{matrix} R_D.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$ .

$C$  désigne le centre de carène et  $R_D$ , exprimée en N, l'intensité de la résultante des actions de l'eau sur la coque, qu'en construction navale on nomme « déplacement ». A l'équilibre :  $R_D = Mg$ .

Une cause extérieure représentée par le torseur  $\{ext \rightarrow nav\}$ , comme l'effet du vent sur les voiles ou des vagues sur la coque, provoque la gîte du navire caractérisée par l'angle de gîte  $\alpha = (\vec{y}_N, \vec{y})$  (figure 2b).

Un nouvel équilibre est alors obtenu sous l'effet des deux actions mécaniques précédentes, le poids et la poussée d'Archimède, ainsi que l'action mécanique extérieure cause de gîte.

L'équation de moment en G selon  $\vec{z}$  se traduit par :  $\vec{M}(G, ext \rightarrow nav).\vec{z} + R_D.Gx = 0$

$Gx$  désigne la longueur mesurée algébriquement selon  $\vec{x}$  entre le centre de gravité et le centre de carène.

La quantité  $R_D.Gx$  est appelée :

- « Moment de redressement » si  $R_D.Gx > 0$  et  $\alpha > 0$  ou  $R_D.Gx < 0$  et  $\alpha < 0$ .
- « Moment de chavirage » si  $R_D.Gx < 0$  et  $\alpha > 0$  ou  $R_D.Gx > 0$  et  $\alpha < 0$ .

Dans son avant-projet, l'architecte naval étudie cette stabilité du navire à l'aide d'outils de simulation numérique. A partir du modèle numérique des formes de la coque (exemple figure 3) et d'une répartition des masses aussi proche que possible de la répartition finale, les différentes positions d'équilibre du navire sont recherchées en fonction de l'angle de gîte. Cette étude fournit une courbe de stabilité théorique où apparaît en abscisse l'angle de gîte  $\alpha$  et en ordonnée le paramètre  $Gx$  (voir courbe de la figure R1 sur la copie ou la figure 5).

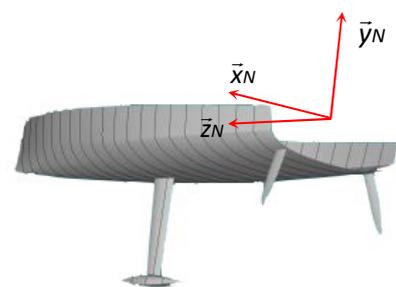


Figure 3 : Modèle numérique d'une coque de 60' IMOCA

#### Question 1

La figure R1 donne la courbe de stabilité théorique d'un voilier à quille non pendulaire (quille fixe par rapport à la coque).

- Expliquer pourquoi  $Gx$  suffit à caractériser le moment de redressement ou de chavirage.
- Pour chaque point d'équilibre repéré sur la courbe par A, B, C, D, E et F, donner dans la case prévue sur la copie le numéro de la figure représentant la position d'équilibre correspondant.

**Question 2**

En utilisant la modélisation de la figure 4 où on admettra que le mouvement du navire par rapport au repère galiléen (H ;  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ ) est une rotation d'axe (H,  $\vec{z}$ ), H tel que  $\vec{GH} = L \cdot \vec{y}_N$  et L constante positive) :

a- Exprimer P(pes→nav/Rg) la puissance galiléenne des actions de pesanteur sur le navire (en rotation d'axe (H,  $\vec{z}$ ) par rapport à Rg) en fonction de  $\alpha, \frac{d\alpha}{dt}, g, M$  et autres paramètres géométriques utiles.

b- Le travail des actions de pesanteur lorsque l'angle de gîte passe de la valeur  $\alpha_i$  à la date  $t_i$  à la valeur  $\alpha_j$ , à la date  $t_j$ , est la grandeur définie par :  $W_{ij} = \int_{t_i}^{t_j} P(\text{pes} \rightarrow \text{nav}/Rg) \cdot dt$ . Montrer

alors que ce travail est proportionnel à  $S_{ij} = \int_{\alpha_i}^{\alpha_j} Gx(\alpha) \cdot d\alpha$

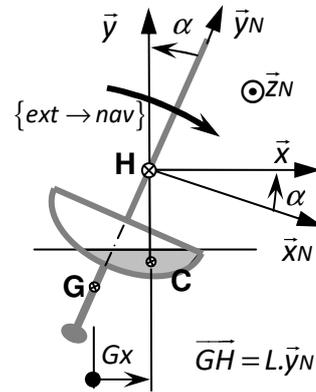


Figure 4 : modélisation du voilier à la gîte

La figure 5 représente l'évolution, pour un navire 60' IMOCA à quille fixe, de Gx en fonction de l'angle de gîte  $\alpha$ , pour  $\alpha$  variant de 0 à 180°. Sur cette courbe, les

quantités  $S_{01} = \int_0^{\alpha_1} Gx(\alpha) \cdot d\alpha$  et  $S_{12} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} Gx(\alpha) \cdot d\alpha$  sont

représentées par les « aires » comprises entre la courbe et l'axe des abscisses.

La réglementation impose à l'architecte naval de créer des formes de coque pour lesquelles :

- L'angle de gîte provoquant la mise en situation de chavirage du voilier (changement de signe de Gx) soit au minimum de 120°.
- Le rapport des « aires » soit tel que :  $\frac{S_{01}}{S_{12}} = \frac{5}{1}$ .

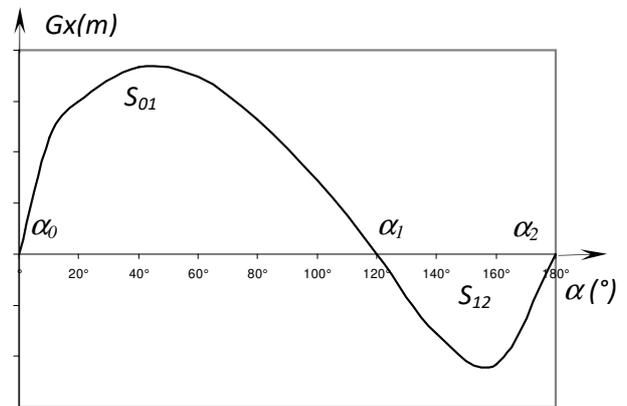


Figure 5: Stabilité théorique : définition des « aires » S01 et S12

**Question 3**

Quel est le sens donné à chacune de ces 2 clauses du cahier des charges imposées par le législateur?

**1.3 Intérêt d'une quille pendulaire**

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire (figures 6 et 7). Cette quille est en liaison pivot d'axe (O ;  $\vec{z}_N$ ) avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci. La mise en mouvement et le blocage en position de la quille sont réalisés par des chaînes d'énergie et d'information étudiées dans la suite du sujet.



Figure 6 : Voilier avec sa quille pendulaire écartée au maximum sur « bâbord »

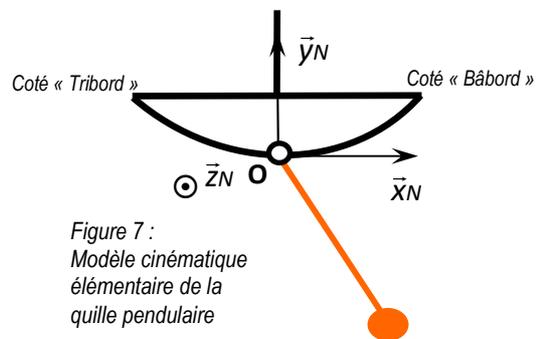


Figure 7 : Modèle cinématique élémentaire de la quille pendulaire

La figure R3 de la copie donne les courbes de stabilité théorique d'un voilier dont la quille pendulaire est inclinée :

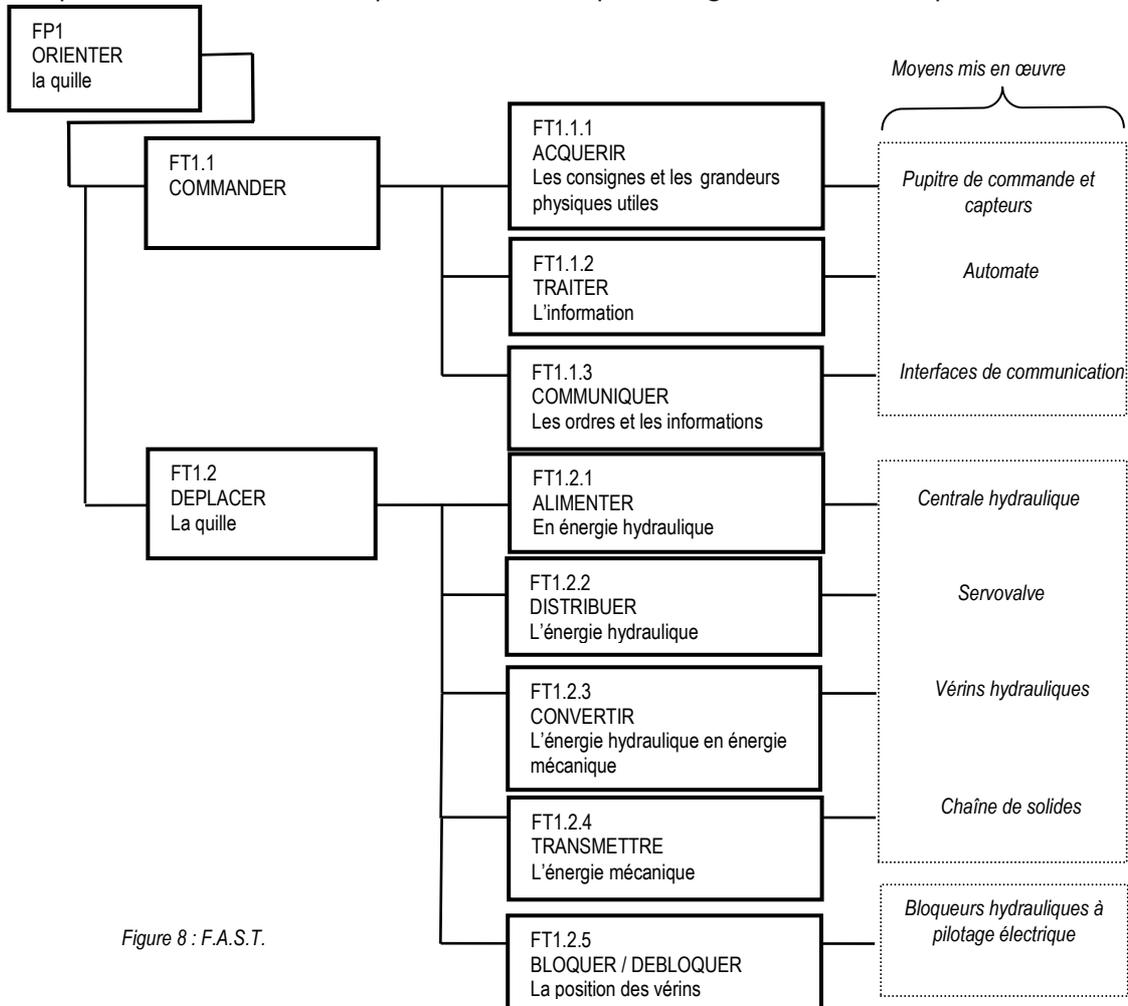
- Au maximum sur « tribord » (à droite dans le sens de la marche) (courbe 1).
- D'un angle nul (courbe 2).

#### Question 4 :

- Au vu de ces courbes, quels avantages procure la quille pendulaire au comportement du navire lorsqu'il gîte avec un angle  $\alpha$  positif?
- Pour un angle de gîte  $\alpha$  négatif, quel est l'apport de la quille pendulaire ?
- Dans la situation de navigation où le vent vient de tribord et où la gîte ne doit pas être trop importante malgré la grande surface de voile déployée, quelle doit être la configuration de navigation à adopter ?

Répondre par un dessin reproduisant la figure 7 et justifier votre choix.

La quille pendulaire constitue un système dont la fonction principale est FP1 : « Orienter la quille ». La composition de cette fonction peut être illustrée par le diagramme F.A.S.T. représenté ci-dessous figure 8.



Parmi les moyens mis en œuvre, la chaîne de solides qui termine la chaîne d'énergie est représentée et modélisée sur le document « Annexe 1 ».

Cette chaîne est composée :

- Du berceau N encastré sur la coque du navire et dont le repère associé est  $R_N : (O ; \bar{x}_N, \bar{y}_N, \bar{z}_N)$ .
- de la quille 1 constituée du voile et du lest d'extrémité et dont le repère associé est  $R_1 : (O ; \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ .
- Du vérin 2-4 constitué du piston 2 et du cylindre 4 et dont les repères associés sont respectivement  $R_2 : (A_2 ; \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$  et  $R_4 : (C ; \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$  (la rotation relative 2-4 ne sera pas prise en compte dans l'étude et donc les bases de  $R_2$  et  $R_4$  seront confondues).
- Du vérin 3-5 constitué du piston 3 et du cylindre 5 et dont les repères associés sont respectivement  $R_3 : (A_3 ; \bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$  et  $R_5 : (B ; \bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$  (la rotation relative 3-5 ne sera pas prise en compte dans l'étude et donc les bases de  $R_3$  et  $R_5$  seront confondues).
- Le paramétrage complet et la définition des liaisons entre ces solides figurent dans l'« Annexe 1 ».

## 2- FONCTION FT1.2 : « DEPLACER LA QUILLE ». FONCTION COMPOSANTE FT1.2.1 : « ALIMENTER : DEVELOPPER UNE PUISSANCE MOTRICE SUFFISANTE »

L'objectif est de déterminer la puissance utile au déplacement de la quille et de la comparer à celle installée par le constructeur.

Dans cette partie, le **modèle de calcul** est celui fourni par l' « Annexe 1 ». Le modèle utilisé est le modèle « **plan** », représenté Figure A2.

Le bateau est à l'arrêt et son repère  $R_N$  est galiléen.

Lors de la commande de basculement de la quille, les vérins sont alimentés de telle sorte que :  $F_{h2} > 0$  et  $F_{h3} = 0$  (voir l' « Annexe 1 » page 3). Le vérin 2-4 est alors moteur et le vérin 3-5 est libre.

Les liaisons sont parfaites. Le mouvement du fluide dans les diverses canalisations s'accompagne d'un phénomène de frottement visqueux défini en « annexe 1 ». L'eau exerce sur le voile de quille une action hydrodynamique définie en « annexe 1 ».

### VALIDATION DE LA PUISSANCE INSTALLEE.

Liminaire :

#### Question 5

Exprimer les vitesses suivantes :

- $\vec{V}_{G1 \in 1/N}$  et  $\vec{V}_{P \in 1/N}$  en fonction de  $\dot{\theta}_1$  et des paramètres géométriques utiles.
- $\vec{V}_{G2 \in 2/N}$  en fonction de  $\dot{\theta}_2$ ,  $\dot{x}_{24}$ ,  $x_{24}$  et des paramètres géométriques utiles.
- $\vec{V}_{A \in 2/N}$  en fonction de  $\dot{\theta}_2$ ,  $\dot{x}_{24}$ ,  $x_{24}$ .
- $\vec{V}_{G3 \in 3/N}$  en fonction de  $\dot{\theta}_3$ ,  $\dot{x}_{35}$ ,  $x_{35}$  et des paramètres géométriques utiles.
- $\vec{V}_{A \in 3/N}$  en fonction de  $\dot{\theta}_3$ ,  $\dot{x}_{35}$ ,  $x_{35}$ .

Soit E l'ensemble constitué des solides 1, 2, 3, 4 et 5. Les inerties des solides 2 et 3 seront négligées.

Rappel : Les éléments de la diagonale :  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  de la matrice d'inertie en un point M d'un solide  $S_i$  :  $[I(M, S_i)]$  (voir annexe 1 page 2) sont respectivement les moments d'inertie du solide  $S_i$  par rapport aux axes  $(M, \vec{x}_i)$ ,  $(M, \vec{y}_i)$  et  $(M, \vec{z}_i)$

**Expression des énergies cinétiques galiléennes (le repère  $R_N$  est galiléen) des solides de E en mouvement.**

#### Question 6

- Déterminer l'expression en fonction des paramètres inertiels et géométriques utiles, du moment d'inertie du solide 1 par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_N)$
- Exprimer l'énergie cinétique galiléenne du solide 1 dans son mouvement par rapport à N,  $E_c(1/N)$ , en fonction de  $\dot{\theta}_1$  et des paramètres inertiels et géométriques utiles.
- Exprimer l'énergie cinétique galiléenne du solide 4 dans son mouvement par rapport à N,  $E_c(4/N)$ , en fonction de  $\dot{\theta}_2$  et des paramètres inertiels et géométriques utiles.
- Exprimer l'énergie cinétique galiléenne du solide 5 dans son mouvement par rapport à N,  $E_c(5/N)$ , en fonction de  $\dot{\theta}_3$  et des paramètres inertiels et géométriques utiles.
- En déduire l'expression de l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à N,  $E_c(E/N)$ .

**Evaluation des puissances développées par les actions mécaniques intérieures à E.**

#### Question 7

Réaliser un graphe de structure du mécanisme. Vous ajouterez à ce graphe de structure l'ensemble des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur les solides de l'ensemble E. Seul le poids de la quille 1 sera pris en compte, les poids des pièces 2, 3, 4 et 5 seront négligés

**Evaluation des puissances développées par les actions mécaniques extérieures à E.**

#### Question 8

Exprimer les puissances galiléennes non nulles développées par les actions mécaniques extérieures à E. Chaque puissance sera exprimée à l'aide du (ou des) paramètre(s) propre(s) à la liaison ou au mouvement concerné. Les notations utilisées sont celles des tableaux de l' « Annexe 1 ».

### Question 9

Appliquer le théorème de l'énergie-puissance à E dans son mouvement par rapport à N. Ecrire ce théorème de façon globale en utilisant uniquement les notations précédentes, sans leur développement. Exprimer dans ces conditions la puissance motrice que fournit le vérin moteur en fonction du reste : équation (1).

On se place dans le cas où une commande en vitesse est générée à destination du vérin [2, 4]. Le vérin [3, 5] est libre. Cette commande « en trapèze de vitesse » (voir figure A de l'« Annexe 2 ») provoque le déplacement de la quille de la position  $\theta_1 = 0$  à la position  $\theta_1 = 45^\circ$  en 4 secondes, le maintien de la quille dans cette position pendant 1 seconde puis le retour à la position  $\theta_1 = 0$  en 4 secondes. Les phases d'accélération et de décélération (rampes) durent 1 seconde.

Un logiciel de calcul permet de tracer l'évolution temporelle des puissances mises en jeu. Ces puissances sont représentées sur le document « Annexe 2 ».

### Question 10

- a- Dans le but de chiffrer la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur pour réaliser le mouvement prévu, tracer, à l'aide de l'« Annexe 2 », sur la figure R4 de la copie, l'allure de l'évolution temporelle de cette puissance. Pour cela, évaluer les valeurs aux instants  $t = 0s$ ,  $t = 1s$ ,  $t = 3s$  et  $t = 4s$ .

Sur cet intervalle  $[0,4s]$ , évaluer, en kW, la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur. Expliquer pourquoi le maximum de puissance est situé sur cet intervalle.

Le constructeur indique une puissance motrice installée sur son bateau de 30 kW.

- b- Dans les hypothèses utilisées pour constituer le modèle de calcul, indiquer ce qui peut expliquer la différence entre la valeur calculée et la valeur installée.

## 3- FONCTION FT1.2.4 : « TRANSMETTRE L'ENERGIE MECANIQUE ». FONCTION COMPOSANTE FT1.2.4.1 : « GUIDER LA QUILLE PAR RAPPORT A LA COQUE EN MAINTENANT LE CONTACT »

L'**objectif** de cette partie est de valider la solution technologique de réalisation de la liaison pivot entre la quille et la coque.

Le modèle de calcul pour cette partie est celui du document « Annexe 1 », version à 3 dimensions de la figure A1 (voir aussi la copie).

### Hypothèses :

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- Les actions mécaniques de frottement visqueux provenant du déplacement du fluide dans les canalisations sont toutes négligées ( $k=0$ ).
- Les actions hydrodynamiques sur le voile et le lest de quille sont également négligés.
- Les poids des éléments constitutifs des deux vérins sont négligés.
- Les variations de  $\theta_2$  et  $\theta_3$  pour toute l'amplitude du mouvement de relevage de la quille sont faibles ;  $\theta_2$  et  $\theta_3$  seront pris égaux à 0 : les bases  $B_2$ ,  $B_4$ ,  $B_3$ ,  $B_5$  et  $B_N$  sont donc confondues. Cependant l'angle  $\theta_1$  est différent de zéro.
- Les conditions de déplacement rendent négligeables les effets dynamiques. Les théorèmes de la statique seront donc utilisés dans la suite.

### Question 11

En isolant le bon système, montrer que l'action de 2 sur 1 en  $A_2$  est représentable par un glisseur

$$\text{d'axe } (A_2, \overrightarrow{x_2}) \text{ qui sera notée : } \{2 \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{21} \cdot \overrightarrow{x_2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_2} = \left\{ \begin{array}{c} F_{21} \cdot \overrightarrow{x_N} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_2} \text{ puisque } B_N = B_2.$$

On montre de la même manière que l'action de 3 sur 1 en  $A_3$  est représentable par un glisseur d'axe  $(A_3, \overrightarrow{x_3})$

$$\text{qui sera notée : } \{3 \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{31} \cdot \overrightarrow{x_3} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_3} = \left\{ \begin{array}{c} F_{31} \cdot \overrightarrow{x_N} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_3} \text{ puisque } B_N = B_3.$$

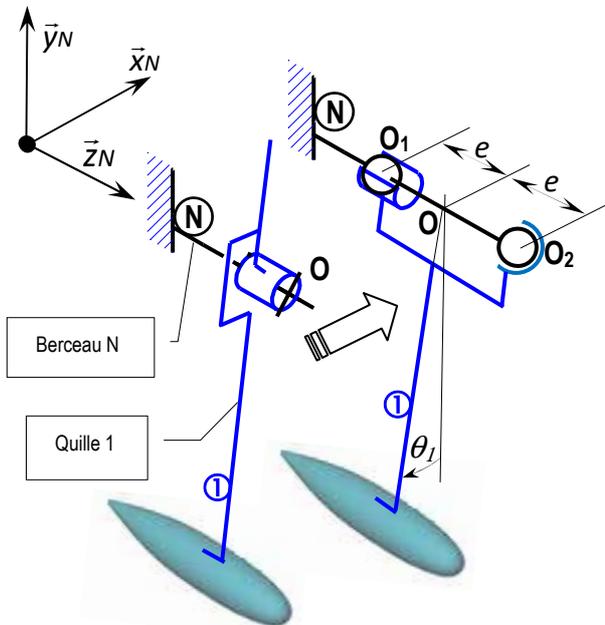


Figure 9 : composition de la liaison pivot 1/N.

### Question 12

En isolant le bon système, déterminer au point O dans la base  $B_N$  et en fonction de  $g$ ,  $M_1$ ,  $F_{21}$ ,  $F_{31}$ , et des paramètres nécessaires, les coordonnées du torseur d'action mécanique de N sur 1 :  $\{N \rightarrow 1\}_{pivot}$ .

La liaison pivot de N sur 1 est composée de deux paliers modélisés par une liaison sphère-cylindre et une liaison sphérique placées en parallèle (voir figure 9). La géométrie de l'assemblage est telle que :  $\overline{OO_2} = e.\vec{z}_N$  ;  $\overline{OO_1} = -e.\vec{z}_N$  avec  $e = 350 \text{ mm}$ .

### Question 13

Ecrire la relation liant les torseurs d'actions mécaniques  $\{N \rightarrow 1\}_{sphère-cylindre}$ ,  $\{N \rightarrow 1\}_{sphérique}$  et  $\{N \rightarrow 1\}_{pivot}$ .

En déduire, les coordonnées en O dans la base  $B_N$  du torseur d'action mécanique de N sur 1 en O due à la liaison pivot :  $\{N \rightarrow 1\}_{pivot}$  en fonction des coordonnées dans la même base  $B_N$  des torseurs ci-dessous :

$$\{N \rightarrow 1\}_{sphère-cylindre} = \begin{Bmatrix} X_{O1} & 0 \\ Y_{O1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O1} \quad \text{Et :} \quad \{N \rightarrow 1\}_{sphérique} = \begin{Bmatrix} X_{O2} & 0 \\ Y_{O2} & 0 \\ Z_{O2} & 0 \end{Bmatrix}_{O2}$$

On se place dans les conditions les plus défavorables suivantes :

- La valeur de l'action  $F_{21}$  est maximale a été estimée dans l'étude précédente à :  $F_{21Maxi} = 2.10^5 \text{ N}$ .
- La valeur de l'action  $F_{31}$  est nulle
- De plus :  $M_1.g = 4,1.10^4 \text{ N}$ ,  $e = 350 \text{ mm}$  et  $d = 200 \text{ mm}$ .
- Les « paliers » sont constitués côté quille de contacts cylindriques de diamètre  $d_c = 80 \text{ mm}$  et de longueur  $L_c = 50 \text{ mm}$ ,  $O_1$  étant dans le plan médian du cylindre de contact. Un coussinet de nylon sert d'interface entre la quille et le navire. Ce coussinet est caractérisé par sa pression de contact maximale admissible :  $p_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$ .

### Question 14

Dans ces conditions, calculer la valeur de l'effort radial (perpendiculaire à l'axe géométrique du coussinet) qui sollicite ce coussinet en  $O_1$ .

Valider ensuite l'usage de ce coussinet de nylon à l'aide de l' « Annexe 3 ».

## 4- FONCTION FT1.1.2 : « TRAITER L'INFORMATION ». FONCTION COMPOSANTE FT1.1.2.1 : « GERER LES CYCLES PREPROGRAMMES »

L'automate, qui réalise la fonction TRAITER l'information, a son activité décomposée en deux tâches selon le diagramme FAST de la Figure 10.

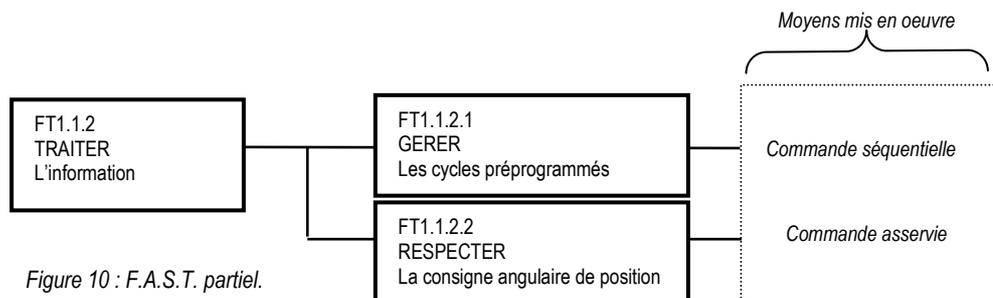


Figure 10 : F.A.S.T. partiel.

La commande des manœuvres de la quille s'effectue via un pupitre (voir figure 11) placé à proximité du poste de barre à partir duquel le navigateur peut demander à l'automate de réaliser :

- Le déplacement de la quille d'un bord ou de l'autre selon une valeur de consigne.
- Des cycles préprogrammés comme celui de « virement de bord » et celui de « Relâcher ». Le cycle de virement de bord permet de placer la quille de façon symétrique à la position qu'elle occupait précédemment. Ce cycle est utilisé lorsque le navigateur change l'orientation du

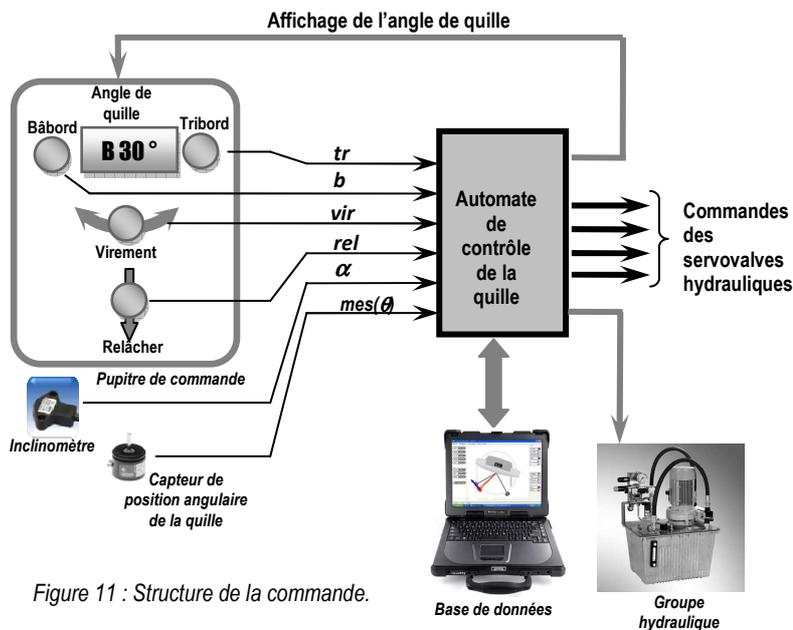


Figure 11 : Structure de la commande.

navire par rapport au vent lors d'un virement de bord. L'automate prend alors en charge intégralement la séquence de manœuvres de la quille, laissant le navigateur disponible pour les autres tâches.

Le cycle « Relâcher » permet de déplacer la quille sous le seul effet de la pesanteur. La quille est ainsi manœuvrée sans utiliser l'énergie de la centrale hydraulique.

L'automate est également interfacé via le réseau du navire à une base de données où sont stockés les paramètres des navigations précédentes (conditions météorologiques, performances du navire et angle de quille). Le navigateur peut ainsi intégrer les paramètres de la quille à l'ensemble des paramètres décisionnels qui lui permettent d'élaborer sa stratégie de navigation.

L'automate gère également la centrale hydraulique qui met en pression l'huile utilisée dans les vérins de manœuvre de la quille.

Deux capteurs renseignent l'automate :

- Un inclinomètre mesure l'angle de gîte du navire, information notée  $\alpha$ .
- Le capteur de position angulaire mesure l'angle d'inclinaison de la quille, grandeur notée  $mes(\theta)$ .

Le pupitre de commande est doté de quatre boutons poussoirs :

- $tr$  : Demande d'inclinaison sur tribord.
- $b$  : Demande d'inclinaison sur bâbord.

Un appui « bref » sur l'un ou l'autre de ces boutons provoque une évolution de l'angle de consigne de  $1^\circ$ , un appui « long » une évolution de  $10^\circ$ .

- $vir$  : Demande du cycle « virement de bord ».
- $rel$  : Demande du cycle « Relâcher ».

Il comporte également un afficheur numérique permettant de visualiser soit l'angle d'inclinaison de la quille, soit la valeur de consigne lorsque le barreur agit sur « bâbord » ou « tribord » (variables  $b$  ou  $tr$ ).

Le modèle de commande implanté dans l'automate est défini par les graficets G1, G2, G3 et G4 de la copie.

### Question 15

A l'instant  $t_0$ , la situation du graphe de commande est  $\{0, 30\}$  et la quille est alors inclinée de  $+20^\circ$ . Le navigateur donne une série d'impulsions sur  $b$  et  $tr$  conformément au chronogramme donné sur le document réponse R5 de la copie.

En analysant le modèle de commande, compléter le graphe des évolutions temporelles de la consigne angulaire  $\theta_c$  donné sur le document réponse R5 jusqu'à l'instant  $t_3$  et donner la valeur obtenue pour  $\theta_c$ , et ce, sans se préoccuper de la façon dont la partie opérative réagit à cette consigne.

**Question 16**

La situation de départ est  $\{0, 30\}$  et la quille est alors inclinée de  $+40^\circ$ . Le navigateur donne la consigne de virement de bord, *vir.*

- a- Donner la liste des situations présentées par le modèle de commande jusqu'au retour dans la situation identique à celle de départ.
- b- En considérant que la chaîne de commande de la quille est précise, donner la valeur angulaire que représente  $mes(\theta)$  en fin de ce cycle.

**5- FONCTION FT1.1.2 : « TRAITER L'INFORMATION ». FONCTION COMPOSANTE FT1.1.2.2 : « RESPECTER LA CONSIGNE ANGULAIRE DE POSITION »**

**VALIDATION DU CAHIER DES CHARGES**

Afin de garantir sa répétabilité, la mise en position angulaire de la quille fait l'objet d'un contrôle par une boucle d'asservissement, dont le cahier des charges est donné ci-dessous.

Cahier des charges :

	Critères	niveau
Stabilité	C11 Marge de gain	10dB
	C12 Dépassement vis-à-vis d'une entrée en échelon	Aucun
Rapidité	C21 Temps de réponse à 5%	4s maxi
	C22 Vitesse angulaire de rotation de la quille	8°/s maxi
Précision	C3 Erreur statique vis-à-vis d'une entrée en échelon	nulle

La quille est manœuvrée par deux vérins hydrauliques. Chacun d'eux est piloté par une servovalve de débit. Ce composant délivre un débit  $q(t)$  proportionnel à sa tension de commande  $v(t)$ . Lors d'une manœuvre de quille un seul de ces vérins est moteur et alimenté en pression via sa servovalve. L'autre est laissé dans une configuration où sa tige est libre de tout mouvement. Le déplacement terminé, la quille est verrouillée en position par un système de blocage non étudié dans ce sujet qui interdit toute circulation de fluide entre vérins et servovalves. L'angle de rotation de la quille par rapport au bâti est mesuré par un capteur potentiométrique.

**5.1 Modélisation du vérin.**

Lors d'un déplacement de la quille, les mouvements d'oscillation du cylindre de vérin par rapport à la coque étant de faible amplitude et s'effectuant à de faibles vitesses, on se place dans une situation où le corps de vérin est considéré comme fixe. La tige est alors considérée en mouvement de translation galiléen.

On considère également que les mouvements étudiés sont de petits mouvements autour d'une position moyenne et que l'hypothèse des conditions initiales nulles est valide. Dans ces conditions, le comportement du vérin est défini par le modèle continu ci-dessous figure 12.

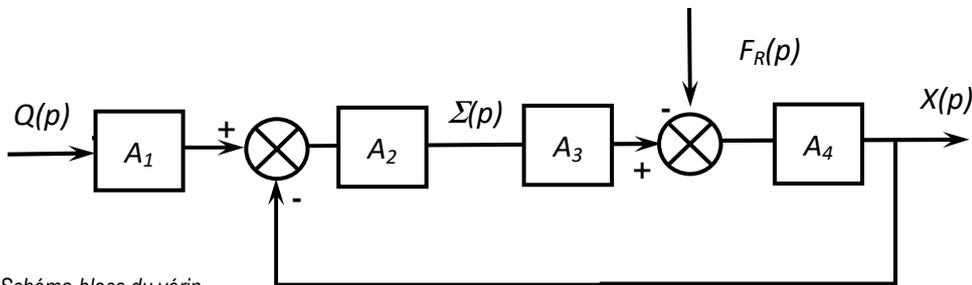


Figure 12 : Schéma-blocs du vérin.

Les équations hydro-mécaniques de fonctionnement du vérin hydraulique sont données ci-dessous. Les différents paramètres de ces équations sont explicités dans le tableau de la page 10.

(a)  $\Rightarrow q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\sigma(t)}{dt}$       (b)  $\Rightarrow M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S \cdot \sigma(t) - k \cdot x(t) - \lambda \cdot \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$

1 : Variable temporelle ; 2 : Transformée de Laplace correspondante.

1	Définition (unité)	2	1	Définition (unité)	2
$q(t)$	Débit d'alimentation du vérin ( $m^3.s^{-1}$ )	$Q(p)$	$f_R(t)$	Composante selon l'axe de la tige de vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille. (N)	$F_R(p)$
$\sigma(t)$	Différence de pression entre les deux chambres du vérin (Pa)	$\Sigma(p)$			
$x(t)$	Position de la tige du vérin (m)	$X(p)$			
<b>Constantes : Définitions et unités ( N.B. : toutes ces constantes sont positives)</b>					
$S$	Section du vérin ( $m^2$ )	$M$	$\lambda$	Masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenée sur la tige de vérin (kg)	
$k$	Raideur mécanique du vérin ( $N.m^{-1}$ )				
$V$	Volume d'huile de référence ( $m^3$ )				
$B$	Coefficient de compressibilité de l'huile ( $N.m^{-2}$ )				

**Question 17**

Après avoir passées les équations a et b dans le domaine de Laplace, donner les expressions des fonctions de transfert  $A1, A2, A3$  et  $A4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

**Question 18**

Le schéma-bloc de la figure 12 peut se mettre sous la forme de la figure 13.

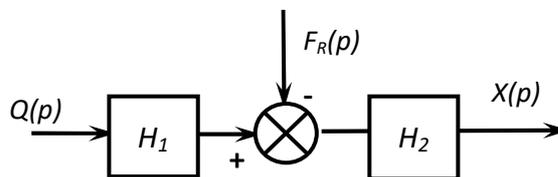


Figure 13 : Schéma-blocs réduit du vérin.

Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A1, A2, A3$  et  $A4$ , puis ensuite en fonction de la variable de Laplace  $p$  et des constantes définies ci-dessus.

Pour cela vous pourrez soit donner un schéma bloc équivalent au schéma bloc de la figure 12, soit déterminer les expressions des fonctions de transfert  $\left(\frac{X(p)}{Q(p)}\right)_{(F_R(p)=0)}$  et  $\left(\frac{X(p)}{F_R(p)}\right)_{(Q(p)=0)}$

**Question 19**

Pour ce vérin non perturbé ( $F_R=0$ ), donner sa fonction de transfert  $\left(\frac{X(p)}{Q(p)}\right)_{(F_R(p)=0)}$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

Le schéma d'asservissement de la position angulaire de la quille représenté figure 14 ci-dessous sera utilisé pour la suite des questions. La perturbation représentée par  $F_R(p)$  ne sera pas prise en compte.

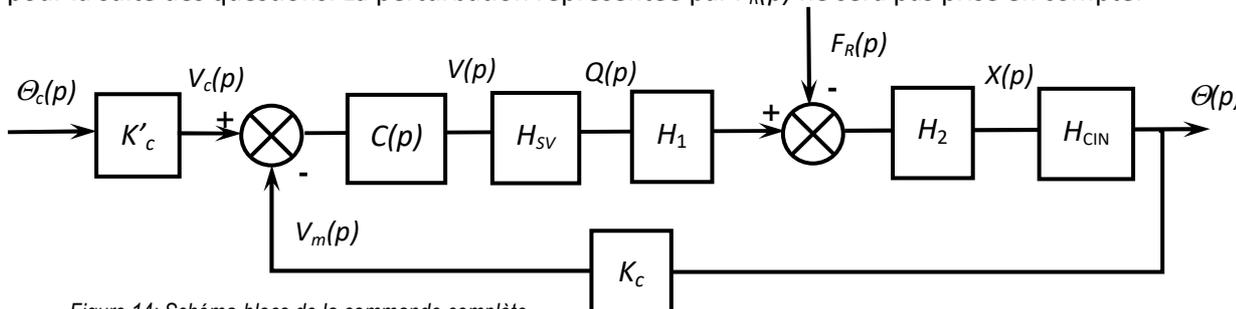


Figure 14: Schéma-blocs de la commande complète.

Variable temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$\theta_c(t)$	Consigne de position angulaire (°)	$\theta_c(p)$
$\theta(t)$	Position angulaire de la quille (°)	$\theta(p)$
$v(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$V(p)$
$v_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$V_c(p)$
$v_m(t)$	Tension image de la position. (V)	$V_m(p)$

Fonctions de transfert : définitions (unité)	
$K_c$	Gain du capteur angulaire potentiométrique (V/°)
$K'_c$	Gain du bloc d'adaptation réglé tel que $K'_c K_c = 1,1$ V/°
$C(p)$	Correcteur de position
$H_{CIN}$	Fonction de transfert de la chaîne de transformation de mouvement dont la loi d'entrée/sortie est supposée linéaire dans le domaine d'utilisation. $H_{CIN} = K_\theta$ (°.m <sup>-1</sup> )
$H_{sv}$	Fonction de transfert de la servovalve

### 5.2 Modélisation de la servovalve : comportement pour une commande de grande amplitude.

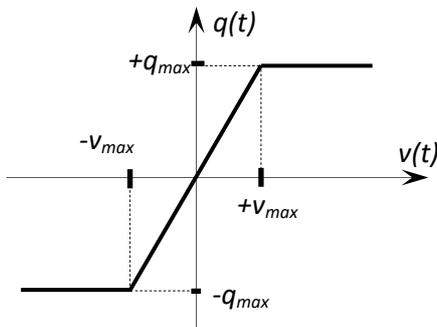


Figure 15 : Fonctionnement de la servovalve.

La servovalve présente un fonctionnement non-linéaire provenant d'un phénomène de saturation qui est défini par la courbe de la figure 15 donnant les évolutions du débit  $q(t)$  fourni par la servovalve en fonction de sa tension de commande  $v(t)$ .

Ainsi :

Pour  $v(t) > -v_{max}$  et  $v(t) < v_{max}$  :  $H_{sv} = K_{sv}$  ( m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>.V<sup>-1</sup>)

Pour  $v(t) < -v_{max}$  :  $q(t) = -q_{max}$

Pour  $v(t) > v_{max}$  :  $q(t) = +q_{max}$ ,  $v_{max} = 10V$ .

Le système n'est pas encore corrigé,  $C(p) = 1$  et on souhaite simuler le fonctionnement où le navigateur veut déplacer la quille avec une consigne angulaire de position de 45°. Cette demande est modélisée par une consigne  $\theta_c(t)$  en échelon, soit :  $\theta_c(t) = \theta_0.u(t)$  avec  $\theta_0 = 45^\circ$  et

$u(t) = 0$  pour  $t < 0$  et  $u(t) = 1$  pour  $t \geq 0$ . La figure R6 du document réponse présente dans ces conditions les évolutions temporelles de deux grandeurs de la boucle d'asservissement, le débit sortant de la servovalve  $q(t)$  et la position angulaire de la quille  $\theta(t)$ .

#### Question 20

Sur cette figure R6, la courbe représentative de  $q(t)$  présente un palier où  $q(t)$  garde une valeur constante. A l'aide de la caractéristique de la servovalve :

- Justifier ce palier et donner la valeur numérique de  $K_{sv}$ .
- Indiquer sur la figure R6 l'intervalle de temps où le retour d'information a une influence sur la commande du vérin et celui où il n'en a pas. Associer à chacun de ces intervalles le modèle utile : modèle en « boucle fermée » ou en « boucle ouverte ».

#### Question 21

Montrer, en précisant le ou les critères mis en défaut, que le cahier des charges n'est pas respecté au niveau des critères « vérifiables ».

### 5.3 Comportement pour une commande de faible amplitude

On étudie la réponse du système non corrigé ( $C(p) = 1$ ) à une entrée échelon de 5° d'amplitude avec  $F_R = 0$ . Le modèle de travail qui a permis de tracer les courbes de la figure R6 est :

$$H_{BO}(p) = K_{sv}.H_1.H_2.K_\theta.K_c \quad H_{BO}(p) = \frac{2,2}{p.(1 + 0,12.p + 0,04.p^2)}$$

#### Question 22

- Pour l'entrée définie ci-dessus, déterminer la valeur de la tension  $v(t)$  à l'instant initial  $t=0^+$ ,  $v(0^+)$ .
- Montrer que tout au long de ce fonctionnement, la servovalve fonctionnera sans saturer.
- De quelle hypothèse générale d'étude des systèmes asservis ce constat participe-t-il ?

Une simulation de la réponse indicielle à cet échelon de 5° d'amplitude a permis de tracer les courbes de la figure 16, obtenues pour deux valeurs du correcteur proportionnel :

$C(p) = 1$  : la courbe présente des dépassements, le critère C12 n'est pas validé.

$C(p) = 0,44$  : tous les critères du domaine temporel sont vérifiés (C12, C21, C22, C3).

A l'utilisation, le correcteur proportionnel réglé à 0,44 n'a pas donné satisfaction car le mouvement saccadé de la quille dû aux fluctuations de sa vitesse de rotation générait dans certaines conditions de navigation des perturbations compromettant la stabilité de route du navire. L'examen attentif de cette réponse indicielle fait apparaître la persistance d'un phénomène oscillatoire dont l'origine supposée se trouve dans le caractère résonant du vérin.

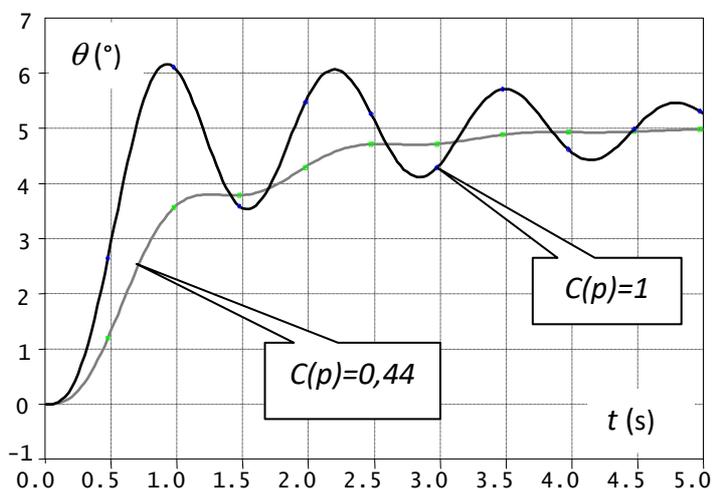


Figure 16 : Réponse indicielle à un échelon de 5°.

### Question 23

- Tracer sur les figures R7 et R7' de la copie, les diagrammes d'amplitude asymptotiques de Bode de  $H_{BO}(p)$  en indiquant les valeurs numériques associées aux points particuliers et la valeur des pentes.
- Déterminer numériquement, la pulsation de résonance  $\omega_r = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2}$  de cette fonction de transfert. Où  $\omega_0$  et  $\xi$  sont la pulsation propre et le facteur d'amortissement de  $H_{BO}(p)$ .
- Déterminer numériquement à cette pulsation  $\omega_r$ , la différence notée  $\Delta K$  et exprimée en dB, entre l'amplitude de résonance et l'amplitude évaluée par le diagramme asymptotique.

Pour éliminer le phénomène de résonance, on recherche l'expression de  $C(p)$  permettant d'abaisser l'amplitude de  $\Delta K$  à la pulsation  $\omega_r$ . Le concepteur a choisi un correcteur à retard de phase de fonction de

transfert  $C(p) = K_{COR} \frac{1+T \cdot p}{1+b \cdot T \cdot p}$  avec  $b > 1$ . Ce correcteur présente un extremum de la courbe de phase à la

pulsation  $\omega^*$  tel que :  $\sin[\phi(\omega^*)] = \frac{1-b}{1+b}$  et  $\omega^* = \frac{1}{T\sqrt{b}}$ . L'étude consiste à déterminer les valeurs de T et b.

### Question 24

- Tracer sur la figure R8 de la copie, les diagrammes d'amplitude et de phase (asymptotiques et allure de la courbe réelle) de Bode de ce correcteur pour  $K_{COR} = 1$ . Vous choisirez pour cette question uniquement des valeurs de  $b = 16$  et  $T = 0,125s$ . Préciser les expressions littérales des pulsations caractéristiques.
- Déterminer alors en fonction de  $K_{COR}$  et  $b$ , l'amplitude  $|C(j \cdot \omega^*)|_{dB}$  à la pulsation notée  $\omega^*$ .

### Question 25

Pour  $K_{COR} = 1$  (mais  $b \neq 16$  et  $T \neq 0,125s$ ), en faisant correspondre la pulsation de résonance  $\omega_r$  de  $H_{BO}$  à  $\omega^*$  :

- Calculer  $b$  et T pour que « l'excès » de gain  $\Delta K$  soit compensé par le correcteur.
- Calculer le supplément de déphasage introduit par le correcteur à la pulsation  $\omega^*$ .

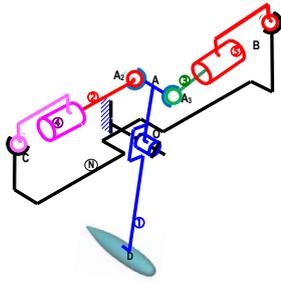
La réponse indicielle correspondant à ce réglage (entrée échelon de 5° d'amplitude) est donnée sur le document réponse figure R9. Le gain  $K_{COR}$  a été déterminé de façon à satisfaire les critères C11 et C12.

### Question 26

- Déterminer la vitesse de rotation angulaire maximale de la quille obtenue avec ce réglage du correcteur.
- Validez les critères C21 et C22 en laissant vos constructions apparentes.



# Annexe 1 (suite)



## Modèle 3D :

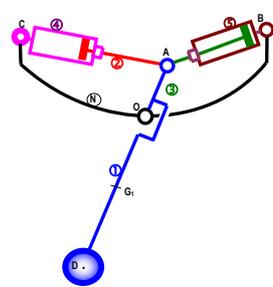
Liaisons entre solides et paramétrage

$$\vec{OA} = R \cdot \vec{y}_1 ; \vec{AA}_2 = -d \cdot \vec{z}_N ; \vec{AA}_3 = d \cdot \vec{z}_N ; \vec{OC} = -a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N - d \cdot \vec{z}_N ; \vec{OB} = a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N + d \cdot \vec{z}_N ;$$

$$\vec{DO} = L_{t1} \cdot \vec{y}_1 ; \vec{OG}_1 = -L_1 \cdot \vec{y}_1 \text{ avec } R > 0, a > 0, d > 0, b > 0, L_1 > 0 \text{ et } L_{t1} > 0.$$

$$\vec{CA} = x_{24} \cdot \vec{x}_2 (t \rightarrow x_{24}(t)) ; \vec{AB} = x_{35} \cdot \vec{x}_3 (t \rightarrow x_{35}(t))$$

Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètre(s)	Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètres
N/1	Pivot	Axe (O, $\vec{z}_N$ )	$\theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1)$	2/4	Pivot glissant	Axe (A <sub>2</sub> , $\vec{x}_2$ )	$\vec{CA}_2 = x_{24} \cdot \vec{x}_2$
N/4	Sphérique	Centre C		5/3	Pivot glissant	Axe (A <sub>3</sub> , $\vec{x}_3$ )	$\vec{A}_3\vec{B} = x_{35} \cdot \vec{x}_3$
N/5	Sphérique	Centre B		2/1	Sphérique	Centre A <sub>2</sub>	
				3/1	Sphérique	Centre A <sub>3</sub>	



## Modèle 2D :

Données géométriques

Le plan de l'étude est : (A ;  $\vec{x}_N, \vec{y}_N$ ).

Dans ce modèle, les points A<sub>2</sub> et A<sub>3</sub> sont confondus avec le point A (d=0), et les points C et B sont projetés dans le plan (A ;  $\vec{x}_N, \vec{y}_N$ ).

$$\vec{OA} = R \cdot \vec{y}_1 ; \vec{OC} = -a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N ; \vec{OB} = a \cdot \vec{x}_N + b \cdot \vec{y}_N ; \vec{DO} = L_{t1} \cdot \vec{y}_1$$

avec  $R > 0, a > 0, b > 0$  et  $L_{t1} > 0$ .

$$\vec{CA} = x_{24}(t) \cdot \vec{x}_2 ; \vec{CA} = x_{24} \cdot \vec{x}_2 (t \rightarrow x_{24}(t)) ; \vec{AB} = x_{35} \cdot \vec{x}_3 (t \rightarrow x_{35}(t))$$

Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètre(s)	Liaison	type	Caractéristique géométrique	Paramètres
N/1	Pivot	Axe (O, $\vec{z}_N$ )	$\theta_1 = (\vec{x}_N, \vec{x}_1)$	2/4	Glissière	Direction $\vec{x}_2$	$\vec{CA} = x_{24} \cdot \vec{x}_2$
N/4	Pivot	Axe (C, $\vec{z}_N$ )	$\theta_2 = (\vec{x}_N, \vec{x}_2)$	5/3	Glissière	Direction $\vec{x}_3$	$\vec{AB} = x_{35} \cdot \vec{x}_3$
N/5	Pivot	Axe (B, $\vec{z}_N$ )	$\theta_3 = (\vec{x}_N, \vec{x}_3)$	2/1	Pivot	Axe (A, $\vec{z}_N$ )	
				3/1	Pivot	Axe (A, $\vec{z}_N$ )	

Données massiques et inertielles

Solide	Masse	Centre d'inertie	Matrice d'inertie
1	M <sub>1</sub>	G <sub>1</sub> : $\vec{OG}_1 = -L_1 \cdot \vec{y}_1 (L_1 > 0)$	$[I(G_1, 1)] = \begin{bmatrix} A1 & 0 & 0 \\ 0 & B1 & -D1 \\ 0 & -D1 & C1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_N)}$
2	M <sub>2</sub>	G <sub>2</sub> : $\vec{AG}_2 = -L_2 \cdot \vec{x}_2 (L_2 > 0)$	$[I(G_2, 2)] = \begin{bmatrix} A2 & 0 & 0 \\ 0 & B2 & 0 \\ 0 & 0 & B2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_N)}$

# Annexe 1 (fin)

3	$M_3 = M_2$	$G_3 : \overrightarrow{AG_3} = +L_3 \cdot \overrightarrow{x_3} \quad (L_3 > 0)$	$[I(G_3, 3)] = \begin{bmatrix} A3 & 0 & 0 \\ 0 & B3 & 0 \\ 0 & 0 & B3 \end{bmatrix}_{(\overline{x}_3, \overline{y}_3, \overline{z}_N)}$	$A3=A2, B3=B2$
4	$M_4$	$G_4$	$[I(C, 4)] = \begin{bmatrix} A4 & 0 & 0 \\ 0 & B4 & 0 \\ 0 & 0 & C4 \end{bmatrix}_{(\overline{x}_2, \overline{y}_2, \overline{z}_N)}$	
5	$M_5 = M_4$	$G_5$	$[I(B, 5)] = \begin{bmatrix} A5 & 0 & 0 \\ 0 & B5 & 0 \\ 0 & 0 & C5 \end{bmatrix}_{(\overline{x}_3, \overline{y}_3, \overline{z}_N)}$	$A5=A4, B5=B4 \text{ et } C5=C4$

## Actions mécaniques

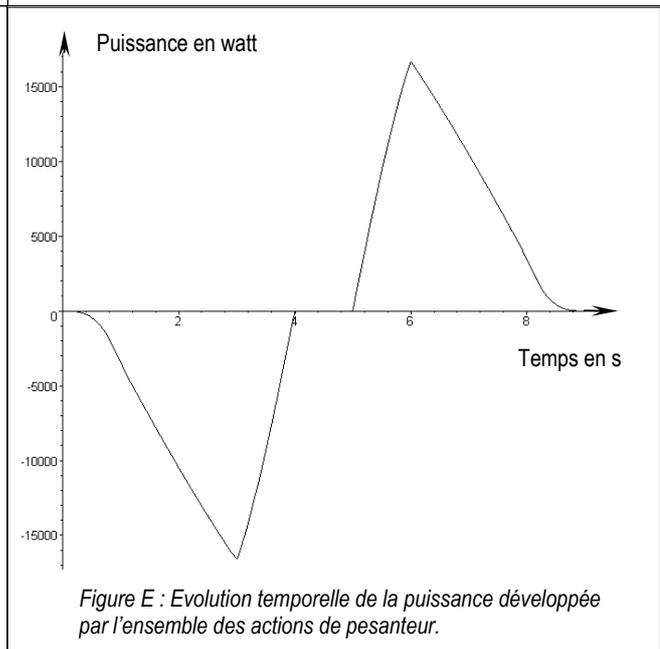
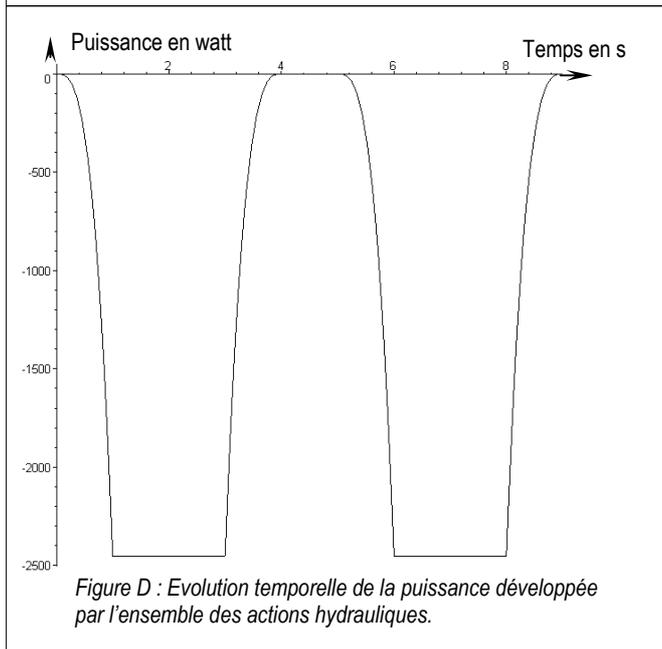
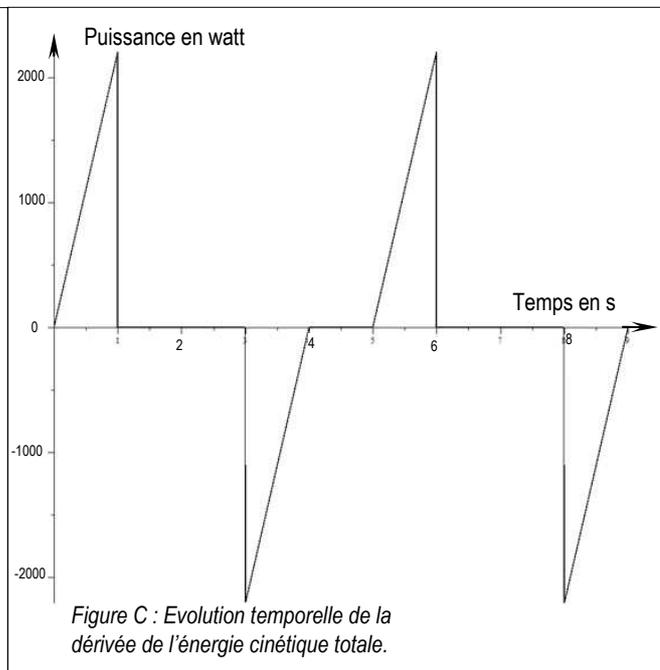
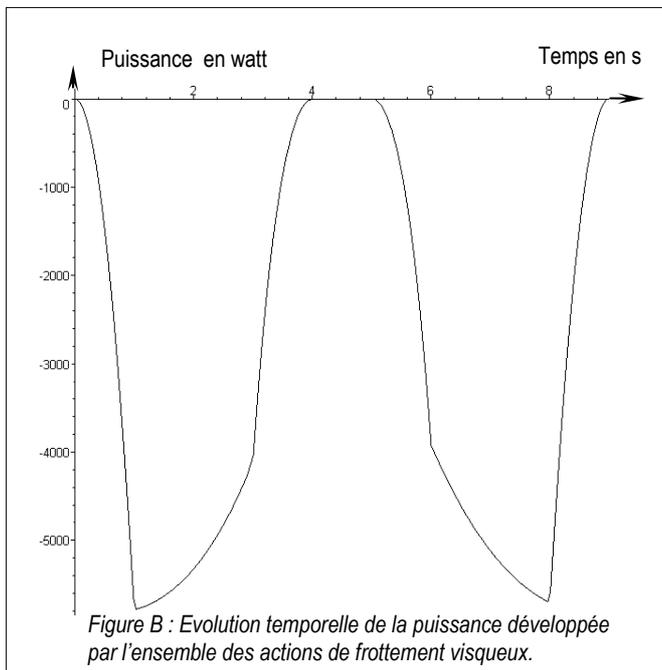
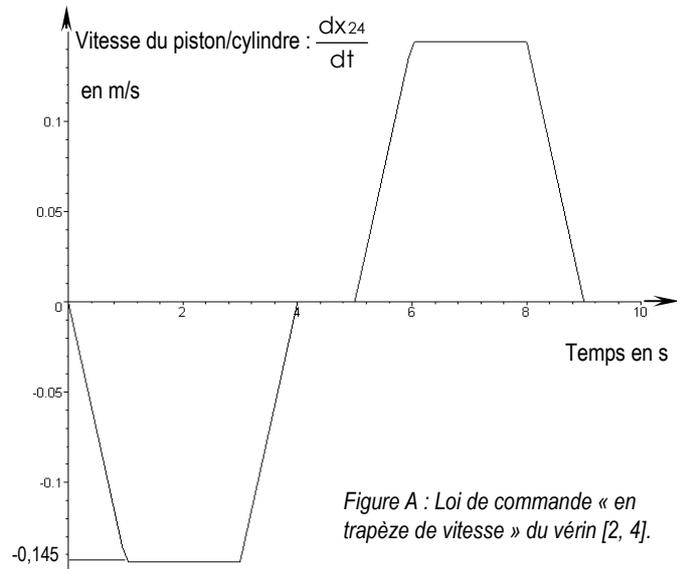
Actions de sur		Origine	Torseur représentatif	Actions de sur		Origine	Torseur représentatif
de	sur			de	sur		
Huile	2	Pression hydraulique vérin 2-4	$\{ph \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} Fh \cdot \overrightarrow{x_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$	Huile	2	Frottement visqueux vérin 2-4	$\{phf \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} -k \cdot \dot{x}_{24} \cdot \overrightarrow{x_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$ ( $k > 0$ )
Huile	3	Pression hydraulique vérin 3-5	$\{ph \rightarrow 3\} = \begin{Bmatrix} -Fh \cdot \overrightarrow{x_3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$	Huile	3	Frottement visqueux vérin 3-5	$\{phf \rightarrow 3\} = \begin{Bmatrix} k \cdot \dot{x}_{35} \cdot \overrightarrow{x_3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$ ( $k > 0$ )
				Eau	1	Actions hydro-dynamiques	$\{eau \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} Fp \cdot \overrightarrow{x_1} + Ft \cdot \overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$ $\overrightarrow{OP} = -h \cdot \overrightarrow{y_1}$ (avec $h > 0$ )

## Hypothèses complémentaires

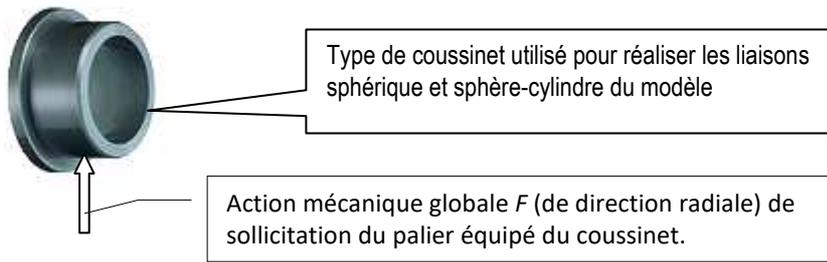
- **Liaisons parfaites** : toutes les liaisons sont parfaites.
- **Frottement visqueux** : la circulation de l'huile dans les canalisations de l'installation crée un phénomène de frottement visqueux modélisé par les torseurs  $\{phf \rightarrow 3\}$  et  $\{phf \rightarrow 2\}$  (voir tableau ci-dessus pour la modélisation de ces actions).
- **Action hydrodynamique** : l'action mécanique de l'eau sur le voile de quille, lors du basculement de cette dernière, est modélisée par le torseur glisseur  $\{eau \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} Fp \cdot \overrightarrow{x_1} + Ft \cdot \overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$  où  $Fp$  est une composante de « portance » et  $Ft$  une composante de « trainée » hydrodynamique.
- **Pesanteur** : l'accélération de pesanteur est définie par :  $\vec{g} = -g \cdot \overrightarrow{y_N}$ .

# Quille pendulaire.

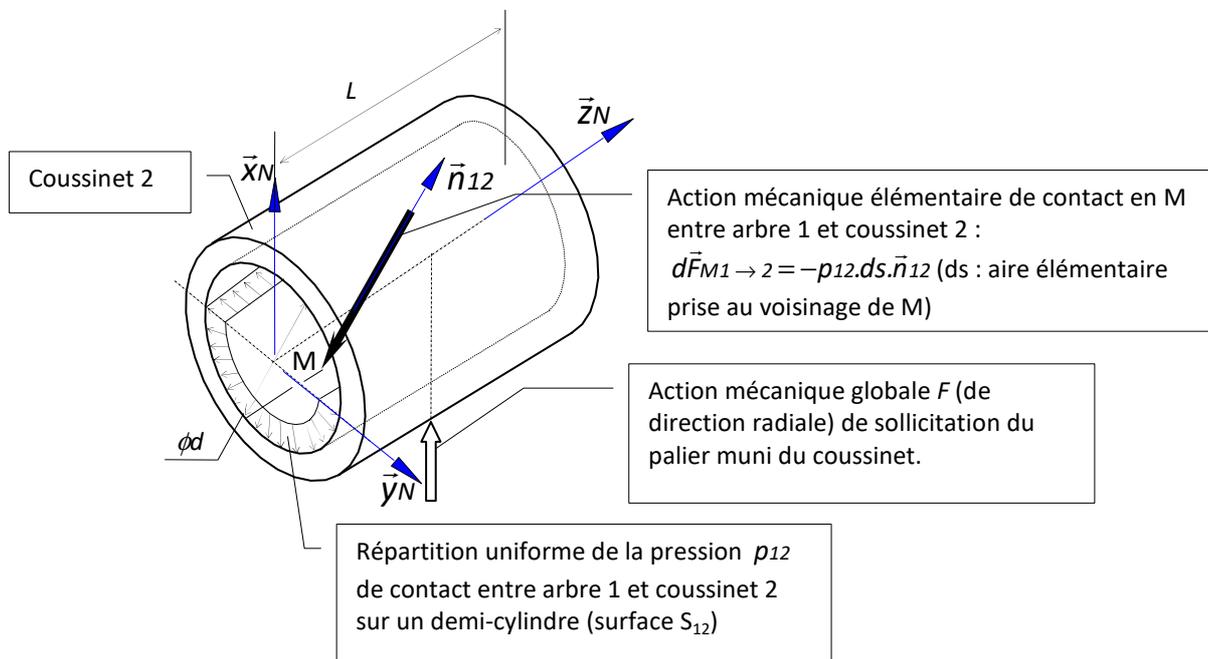
## Annexe 2 : Evolution temporelle des puissances mises en jeu



# Quille pendulaire. Annexe 3 : Procédure de validation du choix d'un coussinet.



Méthode de calcul de la pression de contact supposée répartie uniformément sur le demi-cylindre intérieur du coussinet opposé à la charge radiale  $F$ .



On démontre (statique, équation de résultante en projection sur  $\vec{x}_N$ ) que :

$$\int_{M \in S_{12}} (d\vec{F}_{M1 \rightarrow 2}) \cdot \vec{x}_N = F \text{ soit } \int_{M \in S_{12}} (-p_{12} \cdot ds \cdot \vec{n}_{12}) \cdot \vec{x}_N = F, \text{ et enfin } p_{12} \cdot d \cdot L = F \text{ et donc } \boxed{p_{12} = \frac{F}{d \cdot L}}.$$

Critère de validation :

le matériau du coussinet caractérisé par sa pression admissible  $p_{adm}$  convient si :  $\boxed{p_{12} \leq p_{adm}}$ .