

# TD1 - Machine de Perçage

## 1- Modélisation

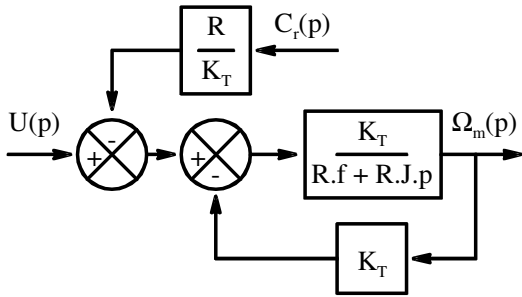
### 1.1- Fonctionnement normal

Pour un fonctionnement normal il faut que :  $K_A = \frac{K_C}{K_V} = \frac{120}{2.\pi} \cdot \frac{2.\pi}{4.10^{-3}} = 30\ 000\ \text{inc.m}^{-1}$

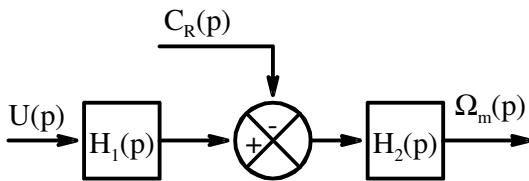
### 1.2- Simplification de la boucle interne du moteur

A- Par la modification des schémas bloc

a- Passage du comparateur à gauche :

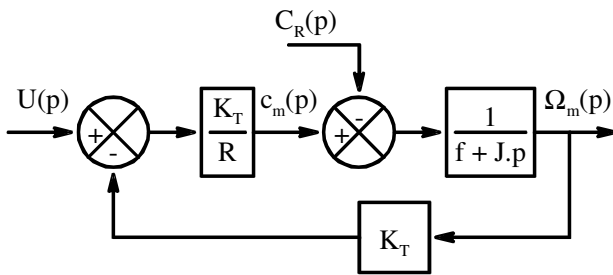


Par identification au schéma bloc :

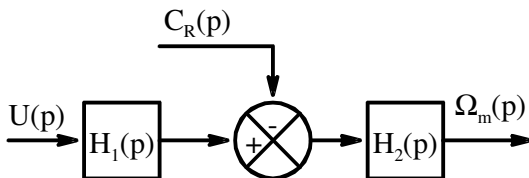


B- Par le principe de superposition

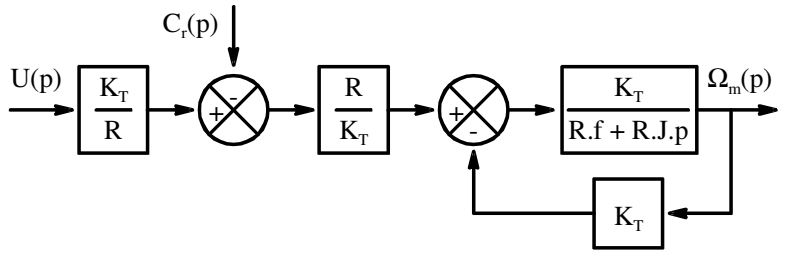
A partir du schéma bloc



A partir du schéma bloc



b- Passage du bloc  $K_T/R$  sur la chaîne directe :



On obtient :  $H_1(p) = \frac{K_T}{R}$  et :

$$H_2(p) = \frac{R}{K_T} \cdot \frac{\frac{K_T}{R.f + R.J.p}}{1 + \frac{K_T}{R.f + R.J.p}}$$

$$H_2(p) = \frac{\frac{R}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p}$$

Par le principe de superposition on a :

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_T}{R.f + R.J.p}}{1 + \frac{K_T}{R.f + R.J.p}} \cdot U(p) - \frac{\frac{1}{f + J.p}}{1 + \frac{K_T}{R.f + R.J.p}} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_T}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p} \cdot U(p) - \frac{\frac{R}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p} \cdot C_r(p)$$

Par le principe de superposition on a :

$$\Omega_m(p) = H_1(p).H_2(p).U(p) - H_2(p).C_r(p)$$

Par identification on a donc :

$$H_2(p) = \frac{\frac{R}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p} \quad H_1(p).H_2(p) = \frac{\frac{K_T}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p}$$

$$\text{Soit : } H_1(p) = \frac{1}{H_2(p)} \cdot \frac{\frac{K_T}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p} = \frac{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p}{\frac{R}{K_T^2 + R.f}} \cdot \frac{\frac{K_T}{K_T^2 + R.f}}{1 + \frac{R.J}{K_T^2 + R.f}p}$$

$$H_1(p) = \frac{K_T}{R}$$

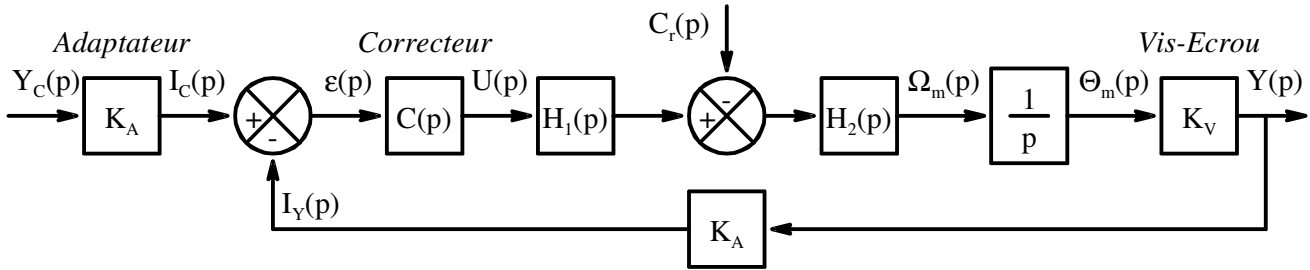
C- Application numérique :

$$H_1(p) = \frac{0,08}{1,2} = \frac{1}{15} \text{ N.m.V}^{-1}$$

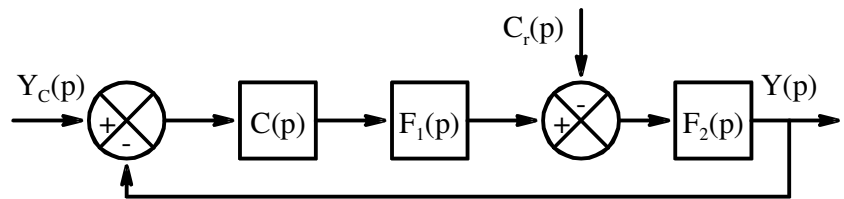
$$H_1(p).H_2(p) = H_m(p) \Rightarrow H_2(p) = \frac{H_m(p)}{H_1(p)} = \frac{15 \times 10}{1 + 0,05.p} \quad H_2(p) = \frac{150}{1 + 0,05.p} \text{ rad.s}^{-1}.\text{N}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

**1.3- Retour unitaire**

Le schéma bloc de l'asservissement devient :



Par identification au schéma bloc :



On obtient :  $F_1(p) = K_A.H_1(p) = \frac{30\,000}{15} \quad F_1(p) = 2\,000 \text{ N.in.V}^{-1}$

$$F_2(p) = \frac{H_2(p).K_V}{p} = \frac{150 \times 4.10^{-3}}{2.\pi.p.(1 + 0,05.p)} \quad F_2(p) = \frac{9,55.10^{-2}}{p.(1 + 0,05.p)} \text{ N}^{-1}$$

**1.4- Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée**

$$H_{\text{BONC}}(p) = F_1(p).F_2(p) = \frac{2\,000 \times 9,55.10^{-2}}{p.(1 + 0,05.p)} \quad H_{\text{BONC}}(p) = \frac{191}{p.(1 + 0,05.p)} \text{ inc.V}^{-1}$$

**2- Etude avec un correcteur proportionnel**

**2.1- Erreur statique**

La FTBO est de classe 1 donc l'erreur statique pour un échelon de consigne est nulle :  $\epsilon_{\text{SC}} = 0$

L'intégrateur de la FTBO est en aval de la perturbation (qui est un échelon  $C_{r0}$ ) donc l'erreur statique due à cette perturbation est :  $\epsilon_P = \frac{C_{r0}}{K_1}$  où  $K_1$  est le gain de la fonction de transfert en amont de la

perturbation :  $K_1 = 2\,000.K$  D'où l'erreur due à cette perturbation :  $\epsilon_P = \frac{C_{r0}}{2\,000.K}$

On en déduit l'erreur statique totale :  $\epsilon_{\text{ST}} = \epsilon_{\text{SC}} + \epsilon_P = \frac{C_{r0}}{2\,000.K}$

**2.2- Erreur de traînage**

La FTBO est de classe 1 donc l'erreur de traînage (ou de poursuite) pour une rampe de pente  $V_0$  en consigne est :  $\epsilon_{\text{TC}} = \frac{V_0}{K_{\text{BO}}}$  Où  $K_{\text{BO}}$  est le gain de la FTBO :  $K_{\text{BO}} = 191.K$  Soit :  $\epsilon_{\text{TC}} = \frac{V_0}{191.K}$

L'erreur due à l'échelon de perturbation est toujours :  $\epsilon_P = \frac{C_{r0}}{2\,000.K}$

On en déduit l'erreur de traînage totale :  $\epsilon_{\text{TT}} = \epsilon_{\text{TC}} + \epsilon_P = \frac{1}{K} \cdot \left( \frac{V_0}{191.K} + \frac{C_{r0}}{2\,000} \right)$

### 2.3- Dimensionnement du correcteur pour la précision

Pour respecter les deux critères de précision il faut que :

$$\begin{array}{l} \varepsilon_{ST} \leq 0,1 \text{ mm} = 1.10^{-4} \text{ m} \\ \frac{C_{r0}}{2\,000.K} \leq 1.10^{-4} \quad \text{Avec : } C_{r0} = 0,05 \text{ N.m} \\ K \geq \frac{0,05}{2\,000 \times 1.10^{-4}} = 0,25 \text{ V.inc}^{-1} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \varepsilon_{TT} \leq 2 \text{ mm} = 2.10^{-3} \text{ m} \quad \text{Avec : } C_{r0} = 0,1 \text{ m.s}^{-1} \\ \frac{1}{K} \cdot \left( \frac{V_0}{191.K} + \frac{C_{r0}}{2\,000} \right) \leq 2.10^{-3} \quad \text{Avec : } C_{r0} = 0,05 \text{ N.m} \\ K \geq \frac{1}{2.10^{-3}} \cdot \left( \frac{0,1}{191} + \frac{0,05}{2\,000} \right) = 0,27 \text{ V.inc}^{-1} \end{array}$$

### 2.4- Respect du critère de stabilité

Si on choisit un correcteur proportionnel de gain  $K = 0,27$  la courbe de gain de la FTBO sera translatée verticalement de :  $20.\log(0,27) = -11,4 \text{ dB}$ . Or le gain dynamique de la FTBO non corrigé est de  $+11,4 \text{ dB}$  à la pulsation  $\omega \approx 30 \text{ rad.s}^{-1}$ . Donc pour  $K = 0,27 \text{ V.inc}^{-1}$  on a  $\omega_{0dB} \approx 30 \text{ rad.s}^{-1}$ .

De plus à cette pulsation  $\omega_{0dB} \approx 30 \text{ rad.s}^{-1}$  la phase de la FTBO non corrigée (qui ne sera pas modifiée avec un correcteur proportionnel) est de :  $\varphi_{BO}(\omega_{0dB}) \approx -145^\circ$ .

Donc avec un correcteur proportionnel de gain  $K = 0,27 \text{ V.inc}^{-1}$  la marge de phase sera de :

$$M_\varphi = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ < 60^\circ$$

Si on choisit un gain supérieur à  $0,27$  la marge de phase sera encore plus faible. SI on choisit un gain inférieur à  $0,27$  les critères de précision ne seront plus respectés.

**Un correcteur proportionnel ne permet donc pas de respecter simultanément les critères de précision et de stabilité. En revanche la critère de rapidité  $\omega_{0dB} \geq 6 \text{ rad.s}^{-1}$  peut être respecté.**

### 3- Etude avec un correcteur proportionnel intégral

On utilise un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert  $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$ .

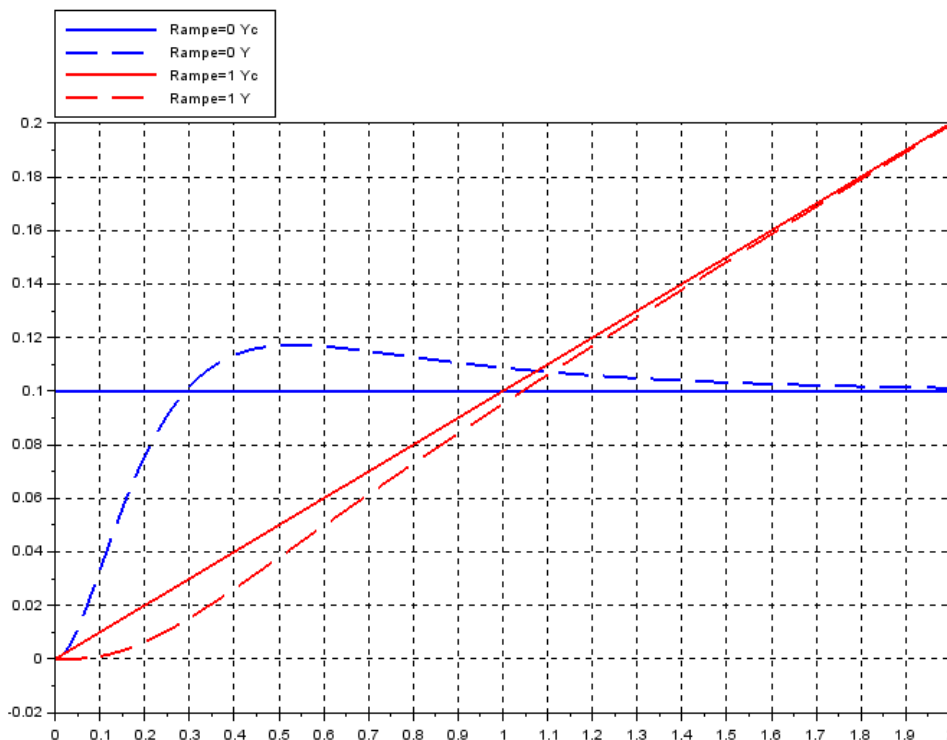
**3.1-** Mettre cette fonction de transfert sous sa forme canonique et donner les expressions de ses éléments caractéristiques (Gain statique  $K$  et constante de temps  $T$ ) en fonction des deux gains proportionnel  $K_p$  et intégral  $K_i$ .

**3.2-** Quel est l'impact de ce correcteur sur le respect des critères du cahier des charges ?

**3.3-** Déterminer les constantes  $K$  et  $T$  du correcteur permettant d'obtenir une marge de phase de  $M_\varphi = 60^\circ$  à la pulsation de coupure  $\omega_{0dB} = 6 \text{ rad.s}^{-1}$ . Vous argumenterez votre réponse par un calcul sur la FTBO ou la lecture du diagramme de Bode ci-dessus.

**3.4-** En déduire les valeurs de  $K_p$  et  $K_i$ .

**3.5-** On réalise la simulation du système en réponse à un échelon de consigne de 0,1 m puis à une rampe de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ . On obtient la courbe ci-dessous. Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges ? Justifier totalement votre réponse.



### 4- Etude avec un correcteur à Avance de phase

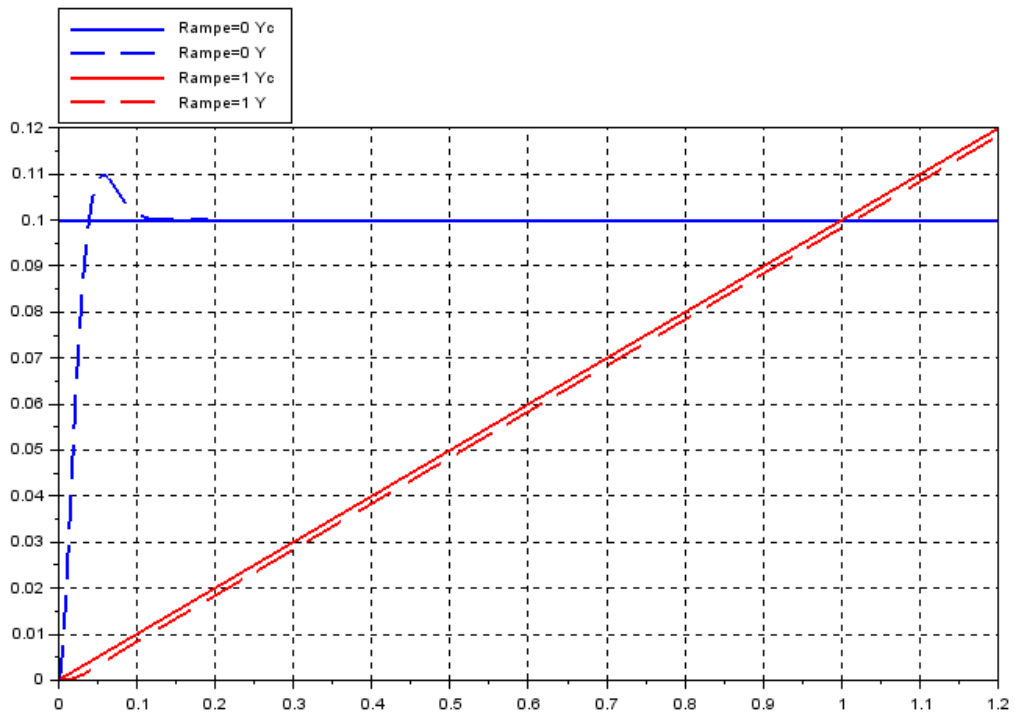
On utilise un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert  $C(p) = \frac{K \cdot (1 + a \cdot T \cdot p)}{1 + T \cdot p}$

Afin d'assurer la rapidité mais surtout la précision (si qui n'est pas intuitif) on choisit d'avoir une marge de phase de  $60^\circ$  à la pulsation  $\omega_{0dB} = 50 \text{ rad.s}^{-1}$ . Dimensionner le correcteur.

**5.1-** Déterminer successivement les constantes  $a$ ,  $T$  et  $K$  du correcteur.

**5.2-** Conclure sur le respect des critères de précision avec ce correcteur.

**5.3-** On réalise la simulation du système en réponse à un échelon de consigne de 0,1 m puis à une rampe de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ . On obtient la courbe ci-dessous. Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges ? Justifier totalement votre réponse.



Agrandissement de la courbe autour de 1 secondes :

