DS N°3 PSI Centrale-Supélec PSI 2014 Corrigé
Vision en réalité augmentée pour hélicoptère

1- Performances attendues du sous système FLIR

Question 1

A partir de la structure fonctionnelle du système on peut voir que le temps d'affichage du paysage projeté (t_{ret}) est la somme :
- ☞ du temps d'acquisition du TopOwl ($t_{ddp} + t_{filtre}$)
- ☞ du temps disponible pour orienter les caméra (t_{dispo})
- ☞ du temps de traitement par la calculateur (t_{trait})
- ☞ du temps mis par le TopOwl pour afficher l'image (t_{com}). On a donc :

$$\mathbf{t_{dispo} = t_{ret} - (t_{ddp} + t_{filtre} + t_{trait} + t_{com})}$$

Soit numériquement : $\mathbf{t_{dispo} \leq 120 - (20 + 5 + 50 + 5) = 40\ ms}$

Question 2

L'image est projetée de façon à occuper entièrement le champ de vision le plus large possible permettant la reconnaissance des mots. Soit suivant la figure 6 sur un secteur angulaire de 40°.

L'écran sphérique est à 50 mm de l'œil, d'où la largeur de projection de : $\frac{40.\pi}{180} \times 50 = 34{,}9$ mm.

L'écran a une largeur de 1024 pixel, donc chaque pixel a une taille de : $\mathbf{\frac{34{,}9}{1024} = 34{,}1.10^{-3}\ mm}$

La résolution demandée est telle que l'on doit voir un objet de 1 m à 1 km. Soit une résolution angulaire de $\frac{1}{1000}$ rad. Donc sur l'écran qui est à 50 mm des yeux du pilote : $\frac{50}{1000} = 50.10^{-3}$ mm

La taille des pixels (34,1 μm) étant inférieure à la résolution demandée (50 μm) le système respecte le critère de résolution d'affichage de la FP1.

Question 3

La précision doit être inférieure ou égale à 1 pixel. Soit un angle de : $\mathbf{\frac{34{,}1.10^{-3}}{50} = 6{,}82.10^{-4}\ rad}$

2- Architecture du FLIR et hypothèses de modélisation

A- Validation de l'architecture du FLIR

Question 4

La charge est liée à l'axe d'azimut par une pivot d'axe (P, $\overrightarrow{y_a}$)

L'axe d'azimut est lié au porteur par une pivot d'axe (P, $\overrightarrow{z_a}$)

On en déduit le torseur cinématique de la liaison équivalente entre le porteur et la charge (liaison équivalente à deux liaisons en série) par la somme des torseur cinématique des deux liaisons ci-dessus :

$$\mathbf{\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ \omega_{ca} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{R_a} + \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{ap} & 0 \end{matrix}\right\}_{R_a} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ \omega_{ca} & 0 \\ \omega_{ap} & 0 \end{matrix}\right\}_{R_a}}$$

Donc la liaison équivalente est une liaison sphérique à doigt d'axe (P, $\overrightarrow{x_a}$)

Question 5

Le FLIR a deux mobilités, la tête du pilote en a trois. Donc une rotation supplémentaire correspondant à la rotation autour de l'axe (P, $\overrightarrow{x_e}$) qui est une rotation autour de l'axe de visée du FLIR et donc orthogonalement au plan de l'image.

Donc un des rôles de l'algorithme de traitement d'image du calculateur doit être de permettre une rotation de l'image autour d'un axe orthogonal à l'écran pour recréer la 3ième mobilité.

B- Hypothèses simplificatrices

Question 6

Avec la répartition proposée, (cylindre plein et homogène d'axe (P, $\overrightarrow{y_e}$)) les moments d'inertie par rapport aux axes (P, $\overrightarrow{x_e}$) et (P, $\overrightarrow{z_e}$) sont identiques. Donc la rotation de la charge autour de l'axe (P, $\overrightarrow{y_e}$) ne modifiera pas son inertie par rapport à l'axe (P, $\overrightarrow{z_e}$) = (P, $\overrightarrow{z_p}$). Donc l'inertie de la charge par rapport à l'axe d'azimut est bien indépendante de la position angulaire de l'axe d'élévation.

Il n'y a donc pas d'influence de la position de la charge sur la commande de l'axe d'azimut.

Question 7 (Non demandée)

Si on note $\left\{\begin{matrix}\omega_{x1} & 0\\ \omega_{y1} & 0\\ \omega_{z1} & 0\end{matrix}\right\}_{R_e}$ et $\left\{\begin{matrix}\omega_{x2} & 0\\ \omega_{y2} & 0\\ \omega_{z2} & 0\end{matrix}\right\}_{R_e}$ les torseurs cinématiques associés aux liaisons sphériques de centre C_1 et C_2. entre l'axe azimut et l'étage gros d'élévation. Alors la fermeture du cycle constitué par ces deux liaisons entre ces deux éléments donne l'égalité torsorielle dans R_e suivante :

$$\left\{\begin{matrix}\omega_{x1} & 0\\ \omega_{y1} & 0\\ \omega_{z1} & 0\end{matrix}\right\}_{C_1} + \left\{\begin{matrix}\omega_{x2} & 0\\ \omega_{y2} & 0\\ \omega_{z2} & 0\end{matrix}\right\}_{C_2} = \{0\} \qquad \text{Soit pour } \overrightarrow{C_1C_2} = D.\ \overrightarrow{y_e} : \qquad \left\{\begin{matrix}\omega_{x1} & 0\\ \omega_{y1} & 0\\ \omega_{z1} & 0\end{matrix}\right\}_{C_1} + \left\{\begin{matrix}\omega_{x2} & D.\omega_{z2}\\ \omega_{y2} & 0\\ \omega_{z2} & -D.\omega_{X2}\end{matrix}\right\}_{C_1} = \{0\}$$

On obtient donc un système de 6 inconnues cinématiques avec 5 équations car une équation (celle du moment en C_1 projeté sur l'axe $\overrightarrow{y_e}$) est triviale; du type 0 = 0.

Ce montage est donc hyperstatique de degré 1.

Remarque : ce résultat peut aussi être retrouvé par la relation : $H = 6.\gamma + M - I_C = 6\times1 + 1 - 2\times3 = 1$

Où si on prend en compte l'étage fin avec la pivot : $H = 6.\gamma + M - I_C = 6\times1 + 2 - (2\times3 + 1) = 1$

Avantages : cela confère au système une rigidité plus importante qu'une solution isostatique et cela permet une réalisation identique pour chaque liaison élémentaire.

Inconvénient : Il faut contrôler le positionnement axial (suivant $\overrightarrow{y_e}$) des deux roulements. Sinon au montage on risque de créer un point dur pouvant conduire au blocage de la liaison pivot.

Pertinence de cet hyperstatisme : En contrôlant le positionnement axiale des deux roulements, il est possible de contrôler la précharge sur les roulements et donc le moment résistant à la rotation. Cela est exploité ici pour créer un couple s'opposant aux perturbations aérodynamiques.

Question 8

Les effets aérodynamiques les plus défavorables induisent un couple perturbateur de 0,18Nm soit 180Nmm. Le réglage pertinent est d'après l'abaque fourni, une précharge axiale pour un élément de guidage de 900N permettant un moment sur l'axe de 90 Nmm soit 180Nmm pour les deux.

Question 9

Par composition des vitesses : $\overrightarrow{V_{\mathbf{Po\in fe/R0}}} = \overrightarrow{V_{Po\in fe/porteur}} + \overrightarrow{V_{\mathbf{Po}\in porteur/R0}}$

Or les angles $\psi(t)$, $\theta(t)$ et $\phi(t)$ sont constants donc :

$\overrightarrow{\Omega_{porteur/Ro}} = \vec{0}$ Soit : $\overrightarrow{V_{\mathbf{Po}\in porteur/R0}} = \overrightarrow{V_{\mathbf{P}\in porteur/R0}} = \boldsymbol{u}(t).\ \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}}$

D'autre part par la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{Po\in fe/porteur}} = \overrightarrow{V_{P\in fe/porteur}} + \overrightarrow{P_oP} \wedge \overrightarrow{\Omega_{fe/porteur}}$

Avec : $\overrightarrow{V_{P\in fe/porteur}} = \vec{0}$ (étant donné la liaison sphérique à doigt de centre P) et $\overrightarrow{P_oP} = -\ d.\ \overrightarrow{x_e}$

Sachant que l'angle $\theta_{ap}(t)$ est constant et nul : $\overrightarrow{\Omega_{fe/porteur}} = \dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_e} = \overrightarrow{\Omega_{fe/R0}}$

Donc : $\overrightarrow{V_{\mathbf{Po\in fe/R0}}} = \boldsymbol{u}(t).\ \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}} - d.\ \overrightarrow{x_e} \wedge \dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_e} = \boldsymbol{u}(t).\ \overrightarrow{Z_0} - d.\dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e}$

Par conséquent : $\overrightarrow{\Gamma_{\mathbf{Po\in fe/R0}}} = \left(\frac{d\ \overrightarrow{V_{\mathbf{Po\in fe/R0}}}}{dt}\right)_{R_0} = \left(\frac{d\ \boldsymbol{u}(t).\ \overrightarrow{Z_0}}{dt}\right)_{R_0} - d.\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e} - d.\dot{\theta}_{e0}.\left(\frac{d\ \overrightarrow{z_e}}{dt}\right)_{R_0}$

Or : $\left(\frac{d\ \overrightarrow{z_e}}{dt}\right)_{R_0} = \overrightarrow{\Omega_{fe/R0}} \wedge \overrightarrow{z_e} = \dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_e} \wedge \overrightarrow{z_e} = \dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{x_e}$ On en déduit :

$$\overrightarrow{\Gamma_{Po\in fe/R0}} = \gamma(t).\ \overrightarrow{z_0} - d.\left(\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e} + \dot{\theta}_{e0}^{\,2}.\ \overrightarrow{x_e}\right)$$

Question 10

Moments dynamique en P et P_o du cylindre plein et de l'optique dans leur mouvement par rapport à R_0 :

(Calculs non demandés car donnés dans l'énoncé du DS)

P et P_o étant les centres d'inertie du cylindre plein et des optiques :

$$\sigma_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) = I(P,cyl).\ \overrightarrow{\Omega_{fe/R0}}$$

$$\sigma_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) = \begin{pmatrix} A_{cyl} & 0 & 0 \\ 0 & B_{cyl} & 0 \\ 0 & 0 & A_{cyl} \end{pmatrix}_{R_e} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_{e0} \\ 0 \end{pmatrix}_{R_e}$$

$$\sigma_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) = B_{cyl}.\dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_e} = B_{cyl}.\dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_0}$$

$$\sigma_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}) = I(P_o,o).\ \overrightarrow{\Omega_{fe/R0}}$$

$$\sigma_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}) = \begin{pmatrix} A_o & 0 & 0 \\ 0 & B_o & 0 \\ 0 & 0 & B_o \end{pmatrix}_{R_e} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_{e0} \\ 0 \end{pmatrix}_{R_e}$$

$$\sigma_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}) = B_0.\dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_e} = B_0.\dot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_0}$$

P et P_o étant les centres d'inertie du cylindre plein et des optiques les moments dynamiques sont les dérivées des moments cinétiques par rapport au repère R_0 :

$$\delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) = \left(\frac{d\ \sigma_P(\overrightarrow{cyl/R_0})}{dt}\right)_{R_0} = B_{cyl}.\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_0}$$

$$\delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} = B_{cyl}.\ddot{\theta}_{e0}$$

$$\delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}) = \left(\frac{d\ \sigma_{Po}(\overrightarrow{o/R_0})}{dt}\right)_{R_0} = B_0.\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{y_0}$$

$$\delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} = B_0.\ddot{\theta}_{e0}$$

Calculons le moment dynamique en P de l'étage fin dans son mouvement par rapport à R_0 projeté sur $\overrightarrow{y_0}$:

L'étage fin étant la somme des solides : cylindre plein + optiques on a : $\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = \delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) + \delta_P(\overrightarrow{o/R_0})$

Donc par la relation de Varignon appliquée au moment dynamique des optiques on obtient

$$\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} = \left(\delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}) + \delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}) + \overrightarrow{PP_o} \wedge m_0.\overrightarrow{\Gamma_{Po\in fe/R0}}\right).\ \overrightarrow{y_e}$$

$$\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = \delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} + \delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} + m_o.d.\ \overrightarrow{x_e} \wedge \left[\ \gamma(t).\ \overrightarrow{z_0} - d.\left(\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e} + \dot{\theta}_{e0}^2.\ \overrightarrow{x_e}\right)\right].\ \overrightarrow{y_e}$$

Soit par permutation circulaire du produit mixte :

$$\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = \delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} + \delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} + m_o.d.\ \overrightarrow{y_e} \wedge\ \overrightarrow{x_e}.\left[\ \gamma(t).\ \overrightarrow{z_0} - d.\left(\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e} + \dot{\theta}_{e0}^2.\ \overrightarrow{x_e}\right)\right]$$

$$\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = \delta_P(\overrightarrow{cyl/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} + \delta_{Po}(\overrightarrow{o/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} - m_o.d.\ \overrightarrow{z_e}.\left[\ \gamma(t).\ \overrightarrow{z_0} - d.\left(\ddot{\theta}_{e0}.\ \overrightarrow{z_e} + \dot{\theta}_{e0}^2.\ \overrightarrow{x_e}\right)\right]$$

$$\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = B_{cyl}.\ddot{\theta}_{e0} + B_0.\ddot{\theta}_{e0} - m_o.d.\gamma(t).\cos\theta_{e0} + m_o.d^2.\ddot{\theta}_{e0}$$

Soit finalement : $\boldsymbol{\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}) = \left(B_{cyl.} + B_o + m_o.d^2\right)\ddot{\theta}_{e0} - m_o.d.\gamma(t).\cos\theta_{e0}}$

Question 11

Isolons l'étage fin (Cylindre plein + otpiques) Bilan des action mécaniques extérieures :

- Action de l'étage gros sur l'étage fin due à la liaison pivot d'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est nul car c'est une liaison parfaite.
- Le couple moteur sur l'étage fin de vecteur couple $C_m.\ \overrightarrow{y_e}$. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est donc : C_m
- Le poids du cylindre plein $F_{pes\to cyl} = -\ m_{cyl}.g.\ \overrightarrow{z_0}$ appliqué en P. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est donc nul
- Le poids des optiques $F_{pes\to o} = -\ m_o.g.\ \overrightarrow{z_0}$ appliqué en P_o. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est donc $\overrightarrow{PP_o} \wedge F_{pes\to o}.\ \overrightarrow{y_e}$ avec $\overrightarrow{PP_o} = d.\ \overrightarrow{x_e}$

Appliquons le Théorème du Moment Dynamique en P en projection sur $\overrightarrow{y_e}$

$$0 + C_m + 0 + d.\ \overrightarrow{x_e} \wedge (-\ m_{cyl}.g.\ \overrightarrow{z_0}).\ \overrightarrow{y_e} = \delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}).\ \overrightarrow{y_e}$$

Soit par permutation circulaire du produit mixte :

$$C_m - m_{cyl}.g.d.\ \ \overrightarrow{y_e} \wedge \overrightarrow{x_e}.\ \overrightarrow{z_0} = \delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}).\ \overrightarrow{y_e}$$

Avec le résultat de la question 12 : $\delta_P(\overrightarrow{fe/R_0}).\ \overrightarrow{y_e} = (B_{cyl} + B_o + m_o.d^2).\ddot{\theta}_{e0} - m_o.d.\gamma(t).\cos\theta_{e0}$

On obtient l'équation différentielle :

$$\boldsymbol{C_m + m_0.d.g.\cos\theta_{e0} = (B_{cyl} + B_o + m_o.d^2).\ddot{\theta}_{e0} - m_o.d.\gamma(t).\cos\theta_{e0}}$$

Question 12

Le couple perturbateur dû au déport de masse contient le terme de gravité ainsi que le terme d'accélération soit : $C_{pert} = m_o.d.\gamma(t).\cos\theta_{e0} + m_0.d.g.\cos\theta_{e0}$.

Les conditions les plus défavorables sont quand le terme en cosinus vaut 1 soit après application numérique : $C_{pert} = 1{,}4 \times 0{,}01 \times 9{,}81 \times (1+1{,}8) \approx 0{,}385$ N.m .

Cela reste de l'ordre du dixième du couple moteur proposé ≈ 3 N.m , on peut donc le considérer comme négligeable.

3- Commande de l'axe motorisé d'élévation

A- Modélisation de l'asservissement de l'étage fin d'élévation

Question 13

D'après la relation de Varignon : $\overrightarrow{V_{A\in \ell e/R0}} = \overrightarrow{V_{P\in \ell e/R0}} + \overrightarrow{AP} \wedge \overrightarrow{\Omega_{\ell e/R0}} = \boldsymbol{v}(t).\overrightarrow{Z_0} + r.\overrightarrow{x_e} \wedge \dot{\theta}_{\ell e0}.\overrightarrow{y_e}$

On obtient donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{V_{A\in \ell e/R0}} = v(t).\overrightarrow{Z_0} + r.\dot{\theta}_{\ell e0}.\overrightarrow{z_e}}$

D'autre part : $\overrightarrow{V_{A\in \ell e/R0}} = \overrightarrow{V_{A\in \ell e/ge}} + \overrightarrow{V_{A\in ge/R0}} = \boldsymbol{v}(t).\overrightarrow{Z_0} + \boldsymbol{v}_{tige}(t).\overrightarrow{z_e}$

On en déduit donc la relation : $\boldsymbol{v_{tige}(t) = r.\dot{\theta}_{\ell e0}}$

Question 14

Le calcul du moment dynamique en P de l'étage fin dans son mouvement dans R_0 est similaire à celui de la question 11. Cependant le centre de gravité $G_{\ell e}$ étant confondu avec le point P on obtient :

$$\delta_P(\overrightarrow{\ell e/R_0}).\overrightarrow{y_e} = B_{\ell e}.\ddot{\theta}_{\ell e0}.$$

Les actions extérieures s'appliquant sur l'étage fin sont :

- Action de l'étage gros sur l'étage fin due à la liaison pivot d'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est nul car c'est une liaison parfaite.
- Le poids de l'étage fin de vecteur force $\overrightarrow{P_{\ell e}} = -m_{\ell e}.g.\overrightarrow{Z_0}$ appliqué en $G_{\ell e}$. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est nul car on considère que : $G_{\ell e} = P$
- L'action de la tige sur l'étage fin. Dont le moment par rapport à l'axe $(P, \overrightarrow{y_e})$ est :

$$\overrightarrow{PA} \wedge F_{mot}(t).\overrightarrow{u} \,.\, \overrightarrow{y_e} = -r.\overrightarrow{x_e} \wedge F_{mot}(t).\overrightarrow{z_e} \,.\, \overrightarrow{y_e} = r.F_{mot}(t)$$

L'application du TMD en P en projection sur $\overrightarrow{y_e}$: Donne l'équation différentielle :

$$\boldsymbol{B_{\ell e}.\ddot{\theta}_{\ell e0} = r.F_{mot}(t)} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{B_{\ell e}.\dot{\omega}_{\ell e0}. = r.F_{mot}(t)}$$

En passant cette équation dans le domaine de Laplace on obtient : $B_{\ell e}.p.\Omega_{\ell e0}(p) = r.F_{mot}(p)$

D'où la fonction de transfert : $\boldsymbol{\dfrac{\Omega_{\ell e0}(p)}{F_{mot}(p)} = \dfrac{r}{B_{\ell e}.p}}$

On a donc suivant la figure 15 : $\dfrac{K_1}{M_e.p} = \dfrac{r}{B_{\ell e}.p}$ et : $\Omega_{\ell e0}(p) = K_1.V_{tige}(p)$

Or l'équation de la question 13 dans le domaine de Laplace donne : $V_{tige}(p) = r.\Omega_{\ell e0}(p)$

On obtient donc : $\boldsymbol{K_1 = \dfrac{1}{r} = \dfrac{1}{0{,}1} = 10\ m^{-1}}$ et : $\boldsymbol{M_{eq} = \dfrac{B_{\ell e}}{r^2} = \dfrac{0{,}1}{0{,}1^2} = 10\ kg}$

Question 15

La bande passante étant de 100 Hz à – 3dB, la pulsation de coupure est de $2.\pi\times100$ rad.s^{-1}.

Or la pulsation de coupure est égale à $\dfrac{1}{\tau_{gyro}}$. Donc : $\boldsymbol{\tau_{gyro} = \dfrac{1}{200.\pi} = 1{,}6.10^{-3}\ s = 1{,}6\ ms}$

Question 16 D'après le schéma bloc de la figure 15 on a :

$$H_{fel}(p) = \frac{\dfrac{\dfrac{K_1.k_{cfe}}{R_{fe}.M_{eq}.p}}{1+\dfrac{k_{ufe}.k_{cfe}}{R_{fe}.M_{eq}.p}}}{1+\dfrac{\dfrac{K_1.k_{cfe}}{R_{fe}.M_{eq}.p}}{1+\dfrac{k_{ufe}.k_{cfe}}{R_{fe}.M_{eq}.p}}.\dfrac{1}{1+\tau_{gyro}.p}} = \frac{\dfrac{K_1.k_{cfe}}{k_{ufe}.k_{cfe}+R_{fe}.M_{eq}.p}}{1+\dfrac{K_1.k_{cfe}}{(k_{ufe}.k_{cfe}+R_{fe}.M_{eq}.p).(1+\tau_{gyro}.p)}}$$

$$H_{fel}(p) = \frac{K_1.k_{cfe}.(1+\tau_{gyro}.p)}{K_1.k_{cfe}+k_{ufe}.k_{cfe}+(k_{ufe}.k_{cfe}.\tau_{gyro}+R_{fe}.M_{eq}).p+R_{fe}.M_{eq}.\tau_{gyro}.p^2}$$

$$H_{fel}(p) = \frac{\dfrac{K_1.k_{cfe}.}{K_1.k_{cfe}+k_{ufe}.k_{cfe}}.(1+\tau_{gyro}.p)}{1+\dfrac{k_{ufe}.k_{cfe}.\tau_{gyro}+R_{fe}.M_{eq}}{K_1.k_{cfe}+k_{ufe}.k_{cfe}}.p+\dfrac{R_{fe}.M_{eq}.\tau_{gyro}}{K_1.k_{cfe}+k_{ufe}.k_{cfe}}.p^2} = \boxed{\frac{\dfrac{K_1}{K_1+K_{fe}}.(1+\tau_{gyro}.p)}{1+\dfrac{K_{fe}^2.\tau_{gyro}+R_{fe}.M_{eq}}{K_1.K_{fe}+K_{fe}^2}.p+\dfrac{R_{fe}.M_{eq}.\tau_{gyro}}{K_1.K_{fe}+K_{fe}^2}.p^2}}$$

Question 17

La fonction de transfert : $H_{fel}(p) = \dfrac{0,5}{1+3,65.10^{-1}.p+6.10^{-4}.p^2}$ est une fonction du second ordre de :

- ☞ Gain statique $K_S = 0,5$
- ☞ Pulsation propre du système non amortie : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{6.10^{-4}}} = 40,82$ rad.s^{-1}.
- ☞ De facteur d'amortissement : $m = \dfrac{\omega_0}{2} \times 3,65.10^{-1} = \dfrac{40,82}{2} \times 3,65.10^{-1} = 7,45$

Par lecture sur l'abaque on a : $\omega_0.t_{5\%} \approx 45$ Soit : $\boxed{t_{5\%} \approx \dfrac{45}{40,82} = 1,1 \text{ s}}$

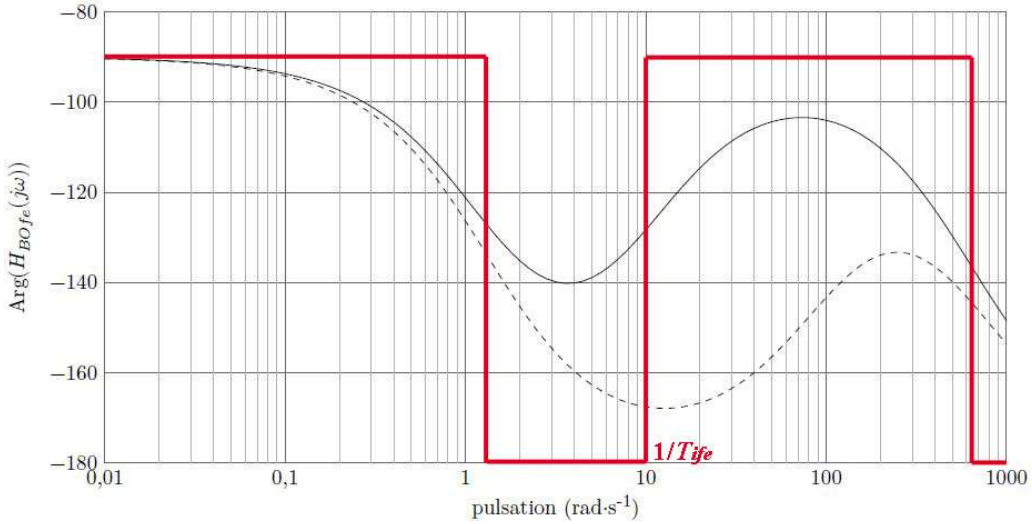
D'autre part l'erreur statique en réponse à échelon unitaire sera de : $\boxed{\varepsilon_s = 1 - K_S = 0,5}$

Ces calculs conduisent à montrer que $\varepsilon_S \neq 0$ et $t_{5\%} > 40$ ms donc avec ce correcteur unitaire le système ne répond pas au cahier des charges.

Question 18

La FTBO peut s'écrire sous la forme : $H_{BOfe}(p) = \dfrac{K_{Pfe}}{T_{ife}}.\dfrac{1+T_{ife}.p}{p}.\dfrac{1}{1+0,75.p}.\dfrac{1}{1+1,6.10^{-3}.p}$

D'où le diagramme asymptotique de phase de cette FTBO :



Question 19

Le document réponse nous montre que pour $T_{ifc} \in [0{,}01\ s\ ;\ 0{,}1\ s]$ la pulsation à laquelle on a le maximum de phase de la FTBO est dans l'intervalle [60 rad/s ;300 rad/s] ≥ 60 rad/s. On peut donc admettre qu'à la pulsation recherchée on a $\frac{1}{1+0{,}75.p} \approx \frac{1}{0{,}75.p}$. Pour cette pulsation on a alors l'approximation de la FTBO : $H_{BOifc}(p) = \frac{K_{ifc}}{0{,}75.T_{ifc}.p^2}.H_{POG}(p)$ Avec : $H_{POG}(p) = \frac{1+T_{ifc}.p}{1+1{,}6.10^{-3}.p}$

En posant $T_{ifc} = 1{,}6.10^{-3}.c$ on a : $H_{POG}(p) = \frac{1+1{,}6.10^{-3}.c.p}{1+1{,}6.10^{-3}.p}$

La phase de $\frac{K_{ifc}}{0{,}75.T_{ifc}.p^2}$ est une constante de − 180°. Or $H_{POG}(p)$ est une fonction de transfert du premier ordre généralisé avec un facteur c >1. Sa phase est donc comprise entre 0 et + 90° avec un maximum $\varphi_M = \arcsin\left(\frac{c-1}{c+1}\right)$ à la pulsation $\omega_{max} = \frac{1}{1{,}6.10^{-3}.\sqrt{c}}$.

Donc pour avoir une valeur maximale de la phase de la boucle ouverte de − 120° autour de ω_{max} il faut qu'on ait : $-180° + \varphi_M = -120°$. Soit : $\varphi_M = 60°$.

Sachant que : $\varphi_M = \arcsin\left(\frac{c-1}{c+1}\right)$ on a : $c = \frac{1+\sin 60°}{1-\sin 60°} = 13{,}9$

Or la constante de temps du correcteur est telle que : $T_{ifc} = 1{,}6.10^{-3}.c$

On en déduit : $\mathbf{T_{ifc} = 1{,}6.10^{-3}.\times 13{,}9 = 2{,}23.10^{-2}\ s}$

D'autre part on a le maximum de phase à la pulsation : $\mathbf{\omega_{max} = \frac{1}{1{,}6.10^{-3}.\sqrt{13{,}9}} = 168\ rad/s.}$

Question 20

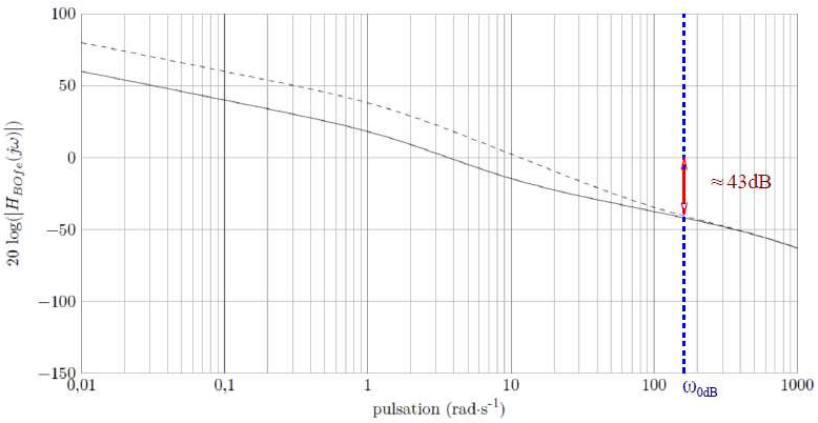
Pour une marge de phase de 60°, il faut que la pulsation pour laquelle le gain s'annule ω_{odB} soit celle pour laquelle la phase vaut −120° . Soit à la pulsation $\omega_{odB} = \omega_{max} = 168$ rad/s le gain dynamique de la FTBO doit être de 0 dB.

La lecture graphique donne à cette pulsation $\omega_{odB} = \omega_{max} = 168$ rad/s un gain dynamique de − 43dB quelque soit la valeur de $T_{ifc} \in [0{,}01\ s\ ;\ 0{,}1\ s]$.

Il faut donc choisir une valeur de K_{pfc} permettant une translation de la courbe de gain de + 43 dB

Soit : $20.\log K_{pfc} = 43dB$

Ce qui donne : $\mathbf{K_{pfc} = 10^{43/20} = 141}$



Question 21

La figure 17 permet de voir que la tension d'alimentation du moteur a été saturée pendant une durée de 25(ms) environ, soit presque 2 fois plus que ce la commande aurait exigé. Pendant cette durée le moteur n'est plus en régime asservi mais fonctionne en tout ou rien. Le fait d'avoir prolongé cette durée de saturation de 13(ms) à 25 (ms) permet de limiter le dépassement et de ce fait de diminuer le temps de réponse du système.

Le correcteur ayant par ailleurs annulé l'erreur statique et assuré la marge de phase, les contraintes du cahier des charges sont respectées : temps de réponse, marge de phase, erreur statique.

B- Validation des performances simulées du FLIR

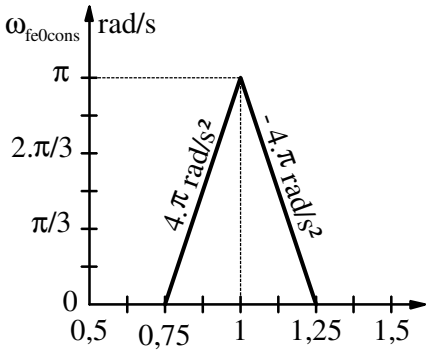
Question 22

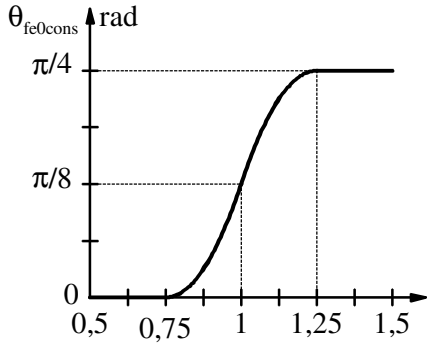
La consigne de vitesse comporte deux phases

- ☞ Une rampe de 0 à π rad.s^{-1} de pente 4.π rad.s^{-2} avec un retard de 0,75 s
- ☞ Une rampe de π à 0 rad.s^{-1} de pente – 4.π rad.s^{-2} avec un retard de 1 s

La consigne de position comportera donc également deux phases

- ☞ Une parabole de 0 à π/8 rad avec un retard de 0,75 s et une pente nulle à 0,75 s
- ☞ Une parabole de π/8 à π/4 rad avec un retard de 1 s et une pente nulle à 1,25 s





Question 23

Le signal en rampe permet d'évaluer le retard de traînage, la consigne finale l'erreur statique donc la précision angulaire de positionnement et les éventuelles oscillations la stabilité de la ligne de visée.

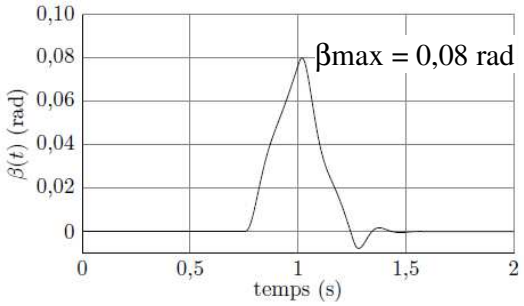
Tous les critères sont donc évaluables avec cette entrée.

Question 24

D'après le graphe ci-contre on constate que :

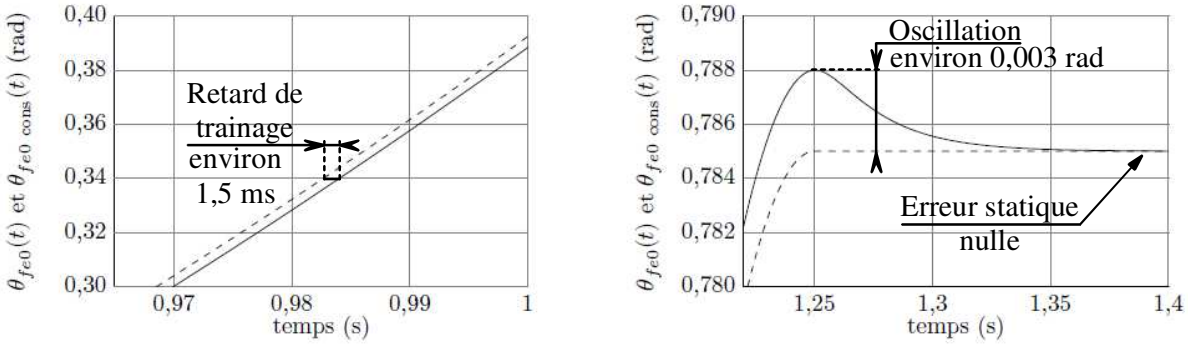
$\beta(t)_{max}$ = 0,08 rad ≈ 4,6°

On peut donc conclure que l'hypothèse $\overrightarrow{u} \approx \overrightarrow{z_e}$ est justifiée.



Simulation de l'évolution de $\beta(t)$ en fonction du temps

D'après les graphes ci-dessous on constate:**.**



Zooms de $\theta_{fe0}(t)$ (trait plein) et $\theta_{fe0\ cons}(t)$ (pointillés) en fonction du temps

- ☞ Un retard de trainage d'environ **1,5 ms < 40 ms.** **Critère de retard de trainage vérifié**
- ☞ Une erreur statique nulle **< 680 µrad** **Critère d'erreur statique vérifié**
- ☞ Un dépassement de la consigne (oscillation) d'environ 0,003 rad = **3 000 µrad < 3 400 µrad.**

Critère d'erreur statique vérifié

Toutes les performances du cahier des charges sont donc vérifiées