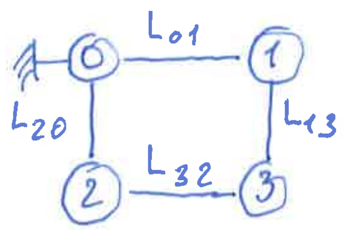
Table basculante : Corrigé.

(1.1)



L_{01} : Pivot d'axe $(O\,\vec{z}_0)$

L_{13} : Pivot d'axe $(A,\vec{z}_0)$

L_{32} : Pivot glissant d'axe $(A\,\vec{x}_2)$

$(A\,\vec{x}_2) = (AB) = (B,\vec{x}_2)$

L_{20} : Pivot d'axe $(B,\vec{z}_0)$

(1.2) Ce mécanisme a une seule mobilité utile

On en deduit le degré d'hyperstatisme :

→ Approche sthénique : $H = 3\times5+4+1-6\times(4-1)$

ou

→ Approche cinematique : $H = 6\times1+1-3\times1+2$

$\Rightarrow \boxed{H=2}$

(1.3) La fermeture cinematique du cycle s'écrit

$$\{\mathcal{V}_{0/1}\} + \{\mathcal{V}_{1/3}\} + \{\mathcal{V}_{3/2}\} + \{\mathcal{V}_{2/0}\} = \{0\}$$

soit étant donné le type des liaisons :

$$_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z01} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z13} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{x32} & V_{Ax32} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2} + {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z20} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \{0\}$$

Or $\vec{AO} = -r\,\vec{x}_1 = -r\cos\alpha\,\vec{x}_0 - r\sin\alpha\,\vec{y}_0$

$\vec{x}_2 = \cos\beta\,\vec{x}_0 + \sin\beta\,\vec{y}_0$

et en posant λ tel que $\vec{BA} = \lambda\,\vec{x}_2$ $\quad \vec{AB} = -\lambda\cos\beta\,\vec{x}_0 - \lambda\sin\beta\,\vec{y}_0$

De plus $\vec{V}_{A\in 1/0} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \vec{AO}\wedge\vec{\Omega}_{1/0}$ et $\vec{V}_{A\in 2/0} = \vec{V}_{B\in 2/0} + \vec{AB}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}$

Donc :

$$_A\begin{Bmatrix} 0 & -r\sin\alpha\,\omega_{z01} \\ 0 & r\cos\alpha\,\omega_{z01} \\ \omega_{z10} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z13} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + \dots$$

$$\dots + {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{x32}\cos\beta & V_{Ax32}\cos\beta \\ \omega_{x32}\sin\beta & V_{Ax32}\sin\beta \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & -\lambda\sin\beta\,\omega_{z20} \\ 0 & \lambda\cos\beta\,\omega_{z20} \\ \omega_{z20} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \{0\}$$

On obtient alors les 6 équations de la fermeture cinématique du cycle.

1. $\omega_{x32} \cos\beta = 0$
2. $\omega_{x32} \sin\beta = 0$
3. $\omega_{z10} + \omega_{z13} + \omega_{z20} = 0$
4. $-r \sin\alpha\, \omega_{z10} + \omega_{x32} \cos\beta - \lambda \sin\beta\, \omega_{z20} = 0$
5. $r \cos\alpha\, \omega_{z10} + \omega_{x32} \sin\beta + \lambda \cos\beta\, \omega_{z20} = 0$
6. $0 = 0$

L'équation 6 est triviale et l'équation 2 est une combinaison linéaire de 1 : 2 = 1 $\tan\beta$

$\boxed{\text{Le degré d'hyperstatisme est donc de } H = 2}$

(1.4) En ajoutant une translation suivant $\vec{z}_2 = \vec{z}_0$ et une rotation autour de l'axe $(A\vec{y}_2)$ à la liaison L_{13} son torseur cinématique devient : $\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ \omega_{y13} & 0 \\ \omega_{z13} & V_{Az13} \end{matrix}\right\}_{A,R_2}$

Soit dans le repère $R_0 \Rightarrow \left\{\begin{matrix} -\sin\beta\,\omega_{y13} & 0 \\ \cos\beta\,\omega_{y13} & 0 \\ \omega_{z13} & V_{Az13} \end{matrix}\right\}_{A,R_0}$

Les équations 1, 2 et 6 deviennent alors :

1. $\omega_{x32} \cos\beta - \sin\beta\, \omega_{y13} = 0$
2. $\omega_{x32} \sin\beta + \cos\beta\, \omega_{y13} = 0$
6. $V_{Az13} = 0$

On a alors 6 équations indépendantes.

Le mécanisme devient donc isostatique avec une liaison L_{13} en A laissant une translation sur $\vec{z}_2$ et 2 rotations autour de $(A\vec{z}_2)$ et $(A\vec{y}_2)$

$\{\mathcal{V}_{1/3}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ \omega_{y13} & 0 \\ \omega_{z13} & V_{Az13} \end{matrix}\right\}_{A,R_2}$

$\boxed{\text{Cette liaison n'est cependant pas normalisée.}}$

(1.5) Il est possible d'ajouter une rotation supplementaire à la liaison L_{13} qui devient alors une liaison linéaire annulaire d'axe $(A\vec{z}_2)$: $\{\mathcal{V}_{1/3}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{x13} & 0 \\ \omega_{y13} & 0 \\ \omega_{z13} & V_{Az13} \end{Bmatrix}_{R_2}$

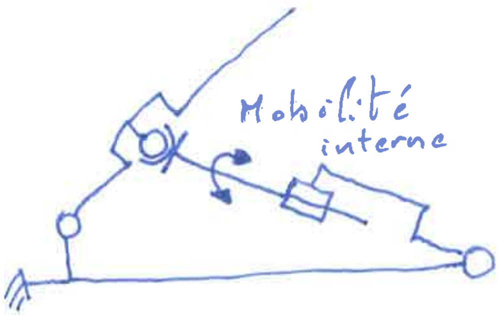
Les equations (1) et (2) deviennent :

(1) $\omega_{x32}\cos\beta - \sin\beta\,\omega_{y13} + \cos\beta\,\omega_{x13} = 0$

(2) $\omega_{x32}\sin\beta + \cos\beta\,\omega_{y13} + \sin\beta\,\omega_{x13} = 0$

On a donc toujours 6 equations independantes et donc un mécanisme isostatique

Cependant ayant $H=0$ on a $0 = 2\times5+4+2+M-6\times(4-1)$ soit $M=2$ Cette liaison donne donc un mecanisme avec 2 mobités. : Une mobilité utile, une mobilité interne



Ce schema cinematique montre que l'on a rajouté une mobilité interne correspondant à une rotation de la tige 3 sur son axe (AB)

(1.6) En supprimant la rotation d'axe $(A\vec{x}_2)$ dans la liaison L_{32} qui devient une laison glissière on a $\omega_{x32}=0$. Les equations (1) et (2) restent independantes comme les equations (4) et (5) et donc le mécanisme isostatique.

Donc avec une laison lineaire annulaire d'axe $(A\vec{z}_0)$ et une liaison glissière d'axe $(A\vec{x}_2)$, le mecanisme est isostatique et a une seule mobilité utile.