Trieur à grains : Corrigé

1- Liaison entre le bâti et le coulisseau

(1.1) On a deux liaisons linéaires annulaire d'axe $\vec{x_0}$

D'où les torseurs $\{\mathcal{V}_C(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x3/0} & V_{xC30} \\ \omega_{y3/0} & 0 \\ \omega_{z3/0} & 0 \end{matrix}\right\}_C$ et $\{\mathcal{V}_D(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xD3/0} \\ \omega_{y30} & 0 \\ \omega_{z30} & 0 \end{matrix}\right\}_D$

D'autre part $\vec{GD} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = \begin{vmatrix} -L_D \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \omega_{x3/0} \\ \omega_{y3/0} \\ \omega_{z3/0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ L_D\omega_{z30} \\ -L_D\omega_{y30} \end{vmatrix}$

et $\vec{GC} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = \begin{vmatrix} L_C \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \omega_{x30} \\ \omega_{y30} \\ \omega_{z30} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -L_C\omega_{z30} \\ L_C\omega_{y30} \end{vmatrix}$

Donc :

$$\{\mathcal{V}_D(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xD30} \\ \omega_{y30} & L_D\omega_{z30} \\ \omega_{z30} & -L_D\omega_{y30} \end{matrix}\right\}_G$$

$$\{\mathcal{V}_C(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xC30} \\ \omega_{y30} & -L_C\omega_{z30} \\ \omega_{z30} & L_C\omega_{y30} \end{matrix}\right\}_G$$

(1.2) Donc le torseur cinématique de la liaison équivalente à ces deux liaisons de centre C et D est tel que :

$$\{\mathcal{V}_G(3/0)\} = \{\mathcal{V}_C(3/0)\} = \{\mathcal{V}_D(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xC30} \\ \omega_{y30} & -L_C\omega_{z30} \\ \omega_{z30} & L_C\omega_{y30} \end{matrix}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xD30} \\ \omega_{y30} & L_D\omega_{z30} \\ \omega_{z30} & -L_D\omega_{y30} \end{matrix}\right\}_G$$

Cette égalité torsorielle donc les deux équations scalaires (projection des moments en G sur les axes $\vec{y_0}$ $\vec{z_0}$) :

$$-L_C\omega_{z30} = L_D\,\omega_{z30}$$
$$L_C\omega_{y30} = -L_D\,\omega_{y30}$$

or L_C et $L_D \neq 0$ Donc $\omega_{y30} = \omega_{z30} = 0$

D'où le torseur de la liaison équivalente en G :

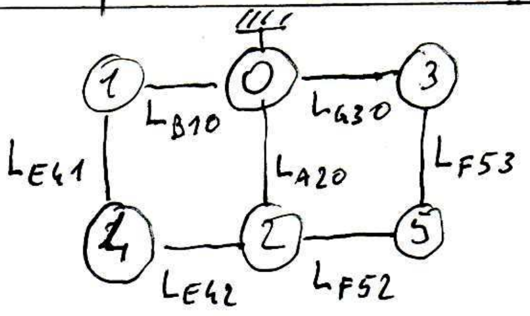
$$\boxed{\{\mathcal{V}_G(3/0)\} = \left\{\begin{matrix} \omega_{x30} & V_{xG30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_G}$$

(où $V_{xG30} = V_{xC30} = V_{xD30}$)

La liaison équivalente à ces deux liaisons de centre C et D est donc une liaison pivot glissant d'axe $(G, \vec{x_0})$

2 - Degré d'hyperstatisme du mécanisme

(2.1) Graphe de structure



L_{A20} : Pivot d'axe $(A\ \vec{z}_0)$

L_{B10} : Pivot d'axe $(B\ \vec{z}_0)$

L_{E41} : Pivot glissant d'axe $(E\ \vec{z}_0)$

L_{E42} : Glissière d'axe $(E\ \vec{y}_2)$

L_{F52} : Glissière d'axe $(F\ \vec{y}_2)$

L_{F53} : Pivot glissant d'axe $(F\ \vec{z}_0)$

L_{G30} : Pivot glissant d'axe $(G\ \vec{x}_0)$

D'où : $N_p = 6$ $N_L = 7$ et $\gamma = 7 - 6 + 1 = 2$

(2.2) Il est "évident" que l'on a 1 seule mobilité correspondant à la transmission de mouvement de la manivelle 1 au coulisseau 3.

(2.3) Pour les liaisons pivot et glissière on a :

1 inconnue cinematique et 5 inconnues stheniques.

Pour les liaison pivot glissant on a.

2 inconnues cinematiques et 4 inconnues sthéniques.

Soit pour l'ensemble du mecanisme qui a 2 liaisons pivot 2 liaisons glissière et 3 liaison pivot glissant :

→ Un nombre d'inconnues cinematiques : $I_c = 2\times1 + 2\times1 + 3\times2 = 10$

→ Un nombre d'inconnues sthéniques : $I_s = 2\times5 + 2\times5 + 3\times4 = 32$

(2.4) Le degre d'hyperstatisme du mécanisme se calcule

Par une approche cinematique : $H = 6\gamma + M - I_c = 6\times2 + 1 - 10 = 3$

ou une approche sthenique : $H = I_s + M - 6(N_p - 1) = 32 + 1 - 6(6-1) = 3$

3 Etude du cycle 0-1-4-2-0

(3.1) Pour ce cycle, il est "évident" que $N_p' = 4$, $N_L' = 4$, $\gamma' = 1$, $m' = 1$

$$I_c' = 1\times 2 + 1\times 1 + 2\times 1 = 5 \qquad I_s' = 5\times 2 + 5\times 1 + 4\times 1 = 19$$

soit $\underline{H' = 6 + 1 - 5 = 2}$ ou $\underline{H' = 19 + 1 - 6(4-1) = 2}$

(3.2) La fermeture cinématique du cycle donne :

$$\{\mathcal{V}_B(0/1)\} + \{\mathcal{V}_E(1/4)\} + \{\mathcal{V}_E(4/2)\} + \{\mathcal{V}_A(2/0)\} = \{0\}$$

$${}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z01} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_E\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z14} & V_{zE14} \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_E\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_{yE42} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z20} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \{0\}$$

or $\vec{y}_2 = -\sin\alpha\,\vec{x}_0 + \cos\alpha\,\vec{y}_0$

$$\overrightarrow{EB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{0/1}} = (-R\vec{y}_1 - d\vec{z}_1)\wedge\omega_{z01}\vec{z}_0 = -R\omega_{z01}\,\vec{y}_1\wedge\vec{z}_0 = -R\omega_{z01}\begin{vmatrix}-\sin\beta\\ \cos\beta \\ 0\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}0\\0\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-R\cos\beta\,\omega_{z01}\\ R\sin\beta\,\omega_{z01}\\ 0\end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{EA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -y_E\vec{y}_2\wedge\omega_{z20}\vec{z}_0 = -y_E\omega_{z20}\,\vec{y}_2\wedge\vec{z}_0 = -y\,\omega_{z20}\begin{vmatrix}-\sin\alpha\\ \cos\alpha\\ 0\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}0\\0\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-y_E\cos\alpha\,\omega_{z20}\\ -y_E\sin\alpha\,\omega_{z20}\\ 0\end{vmatrix}$$

D'où :

$${}_E\begin{Bmatrix} 0 & -R\cos\beta\,\omega_{z01} \\ 0 & -R\sin\beta\,\omega_{z01} \\ \omega_{z01} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_E\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z14} & V_{zE14} \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_E\begin{Bmatrix} 0 & -V_{yE42}\sin\alpha \\ 0 & V_{yE42}\cos\alpha \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_E\begin{Bmatrix} 0 & -y_E\cos\alpha\,\omega_{z20} \\ 0 & -y_E\sin\alpha\,\omega_{z20} \\ \omega_{z20} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \{0\}$$

La projection de l'equation de la resultante sur $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$ donne 2 equations du type $0=0$

La projection de l'equation de la resultante sur $\vec{z}_0$ et des moments en E sur les axes $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ donne 4 equations indépendantes.

Le degré d'hyperstatisme du cycle est donc de $\underline{H' = 2}$

(3.3) Pour rendre isostatique le cycle on peut ajouter deux inconnues cinematique ω_{x14} et ω_{y14} (resultantes sur $\vec{x}_0$ et $\vec{y}_0$ de $\vec{\Omega}_{1/4}$)

Le torseur cinematique est alors $\{\mathcal{V}_E(1/4)\} = {}_E\begin{Bmatrix} \omega_{x14} & 0 \\ \omega_{y14} & 0 \\ \omega_{z14} & V_{zE14} \end{Bmatrix}_{R_0}$

Donc pour rendre le cycle isostatique il suffit de choisir entre 1 et 4 <u>une liaison linéaire annulaire d'axe $(E\vec{z}_0)$</u>.

4- Etude du cycle 0-2-5-3-0

(4.1) Pour ce cycle il est "évident" que $N_p'' = 4$ $N_L'' = 4$ $\gamma'' = 1$ et $M'' = 1$

$$I_c'' = 1\times1 + 1\times1 + 2\times2 = 6 \qquad I_s'' = 1\times5 + 1\times5 + 2\times4 = 18$$

soit $\underline{H'' = 6\times1 + 1 - 6 = 1}$ ou $\underline{H'' = 18 + 1 - 6(4-1) = 1}$

(4.2) La fermeture cinematique du cycle donne

$$\{\mathcal{V}_A(0/2)\} + \{\mathcal{V}_F(2/5)\} + \{\mathcal{V}_F(5/3)\} + \{\mathcal{V}_G(3/0)\} = \{0\}$$

$$_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z02} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_F\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_{YF25} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2} + {}_F\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z53} & V_{ZF53} \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_G\begin{Bmatrix} \omega_{x30} & V_{xG30} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} = \{0\}$$

or $\vec{y_2} = -\sin\alpha\,\vec{y_0} + \cos\alpha\,\vec{z_0}$

$$\vec{FA} \wedge \vec{\Omega_{012}} = -y_F\,\vec{y_2} \wedge \omega_{z02}\,\vec{z_0} = -y_F\cdot\omega_{z02}\cdot \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix}_{R_0} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}_{R_0} = \begin{vmatrix} -y_F\cos\alpha\,\omega_{z02} \\ -y_F\sin\alpha\,\omega_{z02} \\ 0 \end{vmatrix}_{R_0}$$

$$\vec{FG} \wedge \vec{\Omega_{310}} = \begin{vmatrix} -x \\ h \\ -d \end{vmatrix}_{R_0} \wedge \begin{vmatrix} \omega_{x30} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{R_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ -d\,\omega_{x30} \\ -h\,\omega_{x30} \end{vmatrix}$$

soit

$$_F\begin{Bmatrix} 0 & -y_F\cos\alpha\,\omega_{z02} \\ 0 & -y_F\sin\alpha\,\omega_{z02} \\ \omega_{z02} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_F\begin{Bmatrix} 0 & -V_{YF25}\sin\alpha \\ 0 & V_{YF25}\cos\alpha \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_F\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z53} & V_{ZF53} \end{Bmatrix}_{R_0} + {}_F\begin{Bmatrix} \omega_{x30} & V_{xG30} \\ 0 & -d\,\omega_{x30} \\ 0 & -h\,\omega_{x30} \end{Bmatrix} = \{0\}$$

L'équation de la resultante en projection sur $\vec{y_0}$ est du type $0=0$

Les equations de la resultant en projection sur $\vec{x_0}$ et $\vec{z_0}$ et du moment en F en projection sur $\vec{x_0}\,\vec{y_0}\,\vec{z}$ donnent 5 equations scalaires independantes

Le degré d'hyperstatisme du cycle est donc de $\underline{H'' = 1}$

(4.3) Pour rendre le cycle isostatique on peut ajouter une inconnue cinematique V_{YF25} (resultante sur $\vec{y_2}$) $\vec{V_{FE2/5}} = V_{YF25}\,\vec{y_2} = V_{YF25}(-\sin\alpha\,\vec{x_0} + \cos\alpha\,\vec{y_0})$

Le torseur cinematique est alors $\{\mathcal{V}_F(2/5)\} = {}_F\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{Y25} & V_{YF25} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_2} = \begin{Bmatrix} -\omega_{Y25}\sin\alpha & -V_{YF25}\sin\alpha \\ \omega_{Y25}\cos\alpha & V_{YF25}\cos\alpha \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$

Donc pour rendre le cycle isostatique il suffit de choisir entre 2 et 5 une liaison pivot glissant d'axe $(F\vec{y_2})$