TD* : Régulateur centrifuge DIRAVI : Energie cinétique

Mise en situation et description

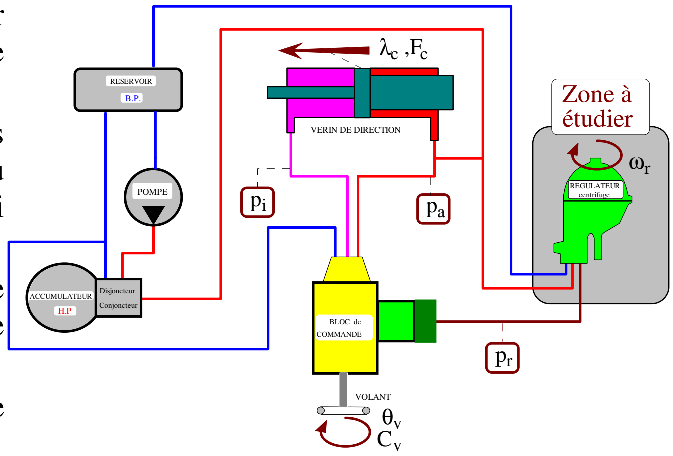
Le mécanisme de direction assistée DIRAVI étudié est décrit ci-dessous. Le schéma ci-dessous représente les différents constituants, ainsi que les connexions hydrauliques associées. En plus du classique système mécanique de direction (volant, colonne de direction, pignon, crémaillère...), l'ensemble d'assistance est constitué:

☞ D'une pompe hydraulique, associée à un réservoir d'huile, un accumulateur de pression et un bloc de régulation de débit / pression.

☞ D'un ensemble de commande qui détecte les actions exercées par le conducteur au niveau du volant et provoque le couple de rappel, celui-ci variant en fonction de la position du volant;

☞ D'un régulateur centrifuge, qui permet de faire varier le couple de rappel du volant en fonction de la vitesse du véhicule.

☞ D'un vérin hydraulique d'assistance ou vérin de direction



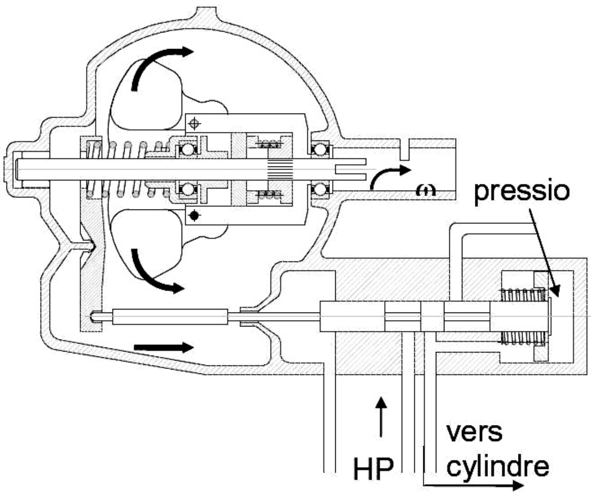
Nous allons étudier le régulateur ci-contre qui est constitué :

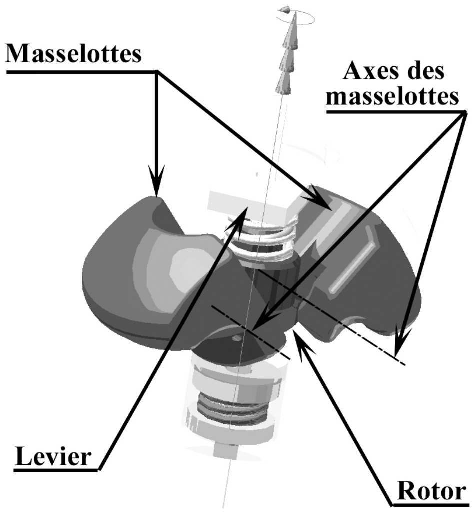
☞ D'un rotor 1 qui est en liaison pivot sur le bâti 0 d'axe $(0, \overrightarrow{Y_0}) = (O, \overrightarrow{Y_1})$ et qui tourne à une vitesse $\dot{\alpha}$ proportionnelle à la vitesse du véhicule.

☞ De deux masselottes 2 et 2' articulées sur le rotor 1 d'axes $(A, \overrightarrow{Z_1}) = (A, \overrightarrow{Z_2})$ et $(A', \overrightarrow{Z_1}) = (A', \overrightarrow{Z_2})$ orthogonaux à l'axe de rotation du rotor à une distance r de l'axe $(O, \overrightarrow{Y_1})$.

☞ D'une bague 3 en liaison glissière sur le rotor 1 d'axe $(0, \overrightarrow{Y_0}) = (O, \overrightarrow{Y_1})$ et en liaisons ponctuelles de normales $(C, \overrightarrow{Y_1})$ et $(C', \overrightarrow{Y_1})$ avec les masselottes 2 et 2'.

☞ D'un levier 4, qui actionné indirectement (via un ressort) par les masselottes, commandera à son tour un distributeur régulant la pression p_r de pilotage du boîtier de commande.





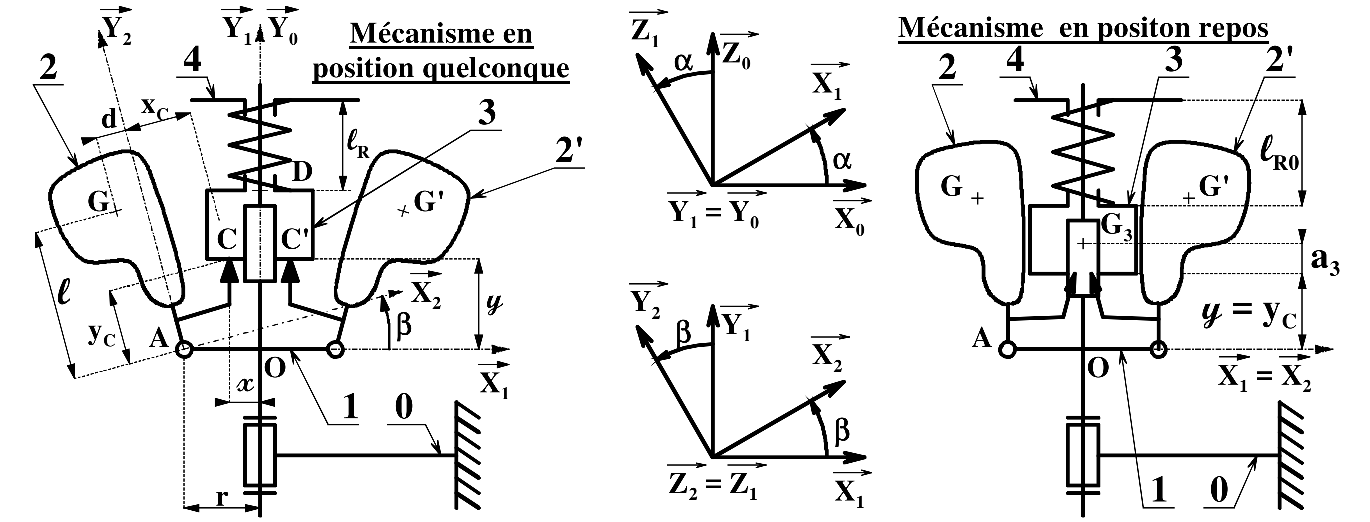
Remarque sur la géométrie des solides:

Les masselottes 2 et 2' sont symétriques par rapport au plan $(A, \overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{Y_2})$. Le rotor 1 est symétrique par rapport aux plans $(O, \overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{Y_1})$ et $(O, \overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Z_1})$. La bague 3 est un solide de révolution d'axe $(O, \overrightarrow{Y_1})$.

Objectif du problème

Le but du problème est de déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble {rotor + masselottes} afin de préparer une étude énergétique du système.

Paramétrage et schématisation du régulateur centrifuge



☞ $R_0(O,\overrightarrow{X_0},\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_0})$; $R_1(O,\overrightarrow{X_1},\overrightarrow{Y_1},\overrightarrow{Z_1})$ et $R_2(A,\overrightarrow{X_2},\overrightarrow{Y_2},\overrightarrow{Z_2})$ les repères liés aux solides 0, 1 et 2.

☞ α : la position angulaire du rotor 1 par rapport au bâti 0 : $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{X_0},\overrightarrow{X_1}}) = (\widehat{\overrightarrow{Z_0},\overrightarrow{Z_1}})$

☞ β : la position angulaire de la masselotte 2 par rapport au rotor 1 : $\beta = (\widehat{\overrightarrow{X_1},\overrightarrow{X_2}}) = (\widehat{\overrightarrow{Y_1},\overrightarrow{Y_2}})$

☞ r : la distance entre l'axe du rotor et celui de la masselotte (r est une constante) : $\overrightarrow{AO} = r.\overrightarrow{X_1}$

☞ ℓ, d, x_C et y_C : les coordonnées du centre d'inertie G et du point C du solide 2 dans le repère R_2 (ℓ, d, x_C et y_C sont des constantes) : $\overrightarrow{AG} = \ell.\overrightarrow{Y_2} - d.\overrightarrow{X_2}$ et : $\overrightarrow{AC} = x_C.\overrightarrow{X_2} + y_C.\overrightarrow{Y_2}$

☞ m_1, m_2 et m_3 les masses des solides 1, 2 et 3.

☞ G_3 le centre d'inertie de la bague 3 : $\overrightarrow{OG_3} = (y + a_3).\overrightarrow{Y_1}$

☞ On note A_i , B_i, C_i, $-D_i$, $-E_i$ et $-F_i$ les différents moments et produits d'inertie des matrices modélisant les opérateurs d'inertie des solides 1, 2 et 3 aux points O, A et G_3 dans les repères R_1, R_2 et R_3 :

$$\overline{\overline{J_O(1)}} = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{R_1} \quad \overline{\overline{J_A(2)}} = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{R_2} \quad \overline{\overline{J_{G3}(3)}} = \begin{pmatrix} A_3 & -F_3 & -E_3 \\ -F_3 & B_3 & -D_3 \\ -E_3 & -D_3 & C_3 \end{pmatrix}_{R_1}$$

Travail demandé

1- Etant donné la forme du rotor 1 des masselottes 2 et de la bague 3 (voir remarque page 1) donner la forme des matrices d'inertie des solides 1, 2 et 3 en O, A et G_3 dans les repères R_1 et R_2, et R_1.

2- Donner dans le repère R_1 les coordonnées du taux de rotation de 1 par rapport à 0 : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ et déterminer celle du vecteur vitesse du point A appartenant au solide 1 par rapport à 0 : $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$. En déduire dans le repère R_2 les coordonnées du taux de rotation de 2 par rapport à 0 : $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$ et des vecteurs vitesses des points A et G appartenant au solide 2 par rapport à 0 : $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}}$ et $\overrightarrow{V_{G\in 2/0}}$.

3- Donner deux démarches différentes pour déterminer $\overrightarrow{\sigma_G(2/0)}$ le moment cinétique au point G du solide 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0. L'une par le moment cinétique en A et l'autre par la matrice d'inertie en G. Calculer par ces deux démarches les coordonnées de $\overrightarrow{\sigma_G(2/0)}$ dans le repère R_2.

4- On pose x et y les coordonnées du point C dans le repère R_1 : $\overrightarrow{OC} = x.\overrightarrow{X_1} + y.\overrightarrow{Y_1}$. En écrivant la fermeture géométrique du cycle 1-2-3-1, déterminer y et $\dot{y}$ en fonction de x_C et y_C et β. En déduire dans le repère R_1 les coordonnées du vecteur vitesse du point G_3 appartenant au solide 3 par rapport à 0 : $\overrightarrow{V_{G3\in 3/0}}$.

5- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique du système S constitué des solides 1, 2, 2' et 3 dans son mouvement par rapport au solide 0 : $E_C(S/R)$. Remarque : Les deux masselottes 2 et 2' étant symétriques elles ont la même énergie cinétique.