

**PSI 2023-2024****DS N°4****Corrigé****Poste de palettisation de bidons** (D'après concours CCP MP 2010)**1- Atelier de conditionnement des produits****Question 1 :**

a) La production est de 20 000 litres de produit par jour. Soit avec des bidons de 5 litres :

$$\frac{20\,000}{5} = 4\,000 \text{ Bidons par jour}$$

b) Les bidons de 5 litres sont conditionnés à raison de  $10 \times 5 \times 5 = 250$  bidons par palette.Donc il faut produire :  $\frac{4\,000}{250} = 16 \text{ palettes par jour}$ c) L'entreprise travaillant 8 heures par jour il faut produire une palette toute les  $\frac{8}{16} = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$ Les temps de remplacement d'une palette étant de 2 min, le temps maximum de confection d'une palette doit être au maximum de :  $30 - 2 = 28 \text{ min} = 1\,680 \text{ s}$ d) Chaque palette est composée de 250 bidons, le temps maximum de dépose d'un bidon sur la palette doit donc être au maximum de :  $\frac{1\,680}{250} = 6,72 \text{ s}$ **2- Etude du poste de palettisation 6****Question 2-1 :**

Deux cas de figure sont à étudier :

- ☞ Le cas où l'amplitude du mouvement est suffisante pour atteindre lors de la phase d'accélération (1) la vitesse maximale de l'axe.
- ☞ Le cas où l'amplitude du mouvement est insuffisante pour atteindre lors de la phase d'accélération (1) la vitesse maximale de l'axe.

L'amplitude de la phase d'accélération est de :  $\Delta\theta_1 = \frac{\omega_{\max} \cdot t_1}{2} = \frac{\omega_{\max}}{2} \cdot \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\max}} = \frac{\omega_{\max}^2}{2 \cdot \omega_{\max}} = \frac{105^2}{2 \times 300} = 18,375^\circ$ Il en est de même pour la phase de décélération :  $\Delta\theta_3 = \frac{\omega_{\max} \cdot (T_t - t_2)}{2} = \frac{\omega_{\max}^2}{2 \cdot \omega_{\max}} = 18,375^\circ$ Donc l'amplitude nécessaire pour pouvoir atteindre la vitesse maximale est de :  $\Delta\theta_1 + \Delta\theta_3 = 36,75^\circ$ 

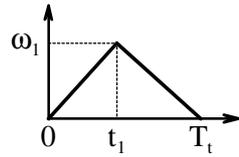
Cette condition est vérifiée pour les cas 1 (axe A1) et cas 2 (axe A2) mais pas pour le cas 3 (axe A3).

Donc pour les cas 1 et 2 on a un déplacement en trapèze et pour le cas 3 un déplacement en triangle.Pour le cas 2.La durée des phases d'accélération et de décélération est de :  $t_1 = T_t - t_2 = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\max}} = \frac{105}{300} = 0,35 \text{ s}$ L'amplitude de la phase 2 est de :  $\Delta\theta_2 = 90^\circ - (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_3) = 53,25^\circ$ .D'où la durée de la phase 2 (à vitesse constante) :  $t_2 - t_1 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega_{\max}} = \frac{53,25}{105} = 0,507 \text{ s}$ On en déduit la durée totale du déplacement :  $T_t = 0,35 + 0,507 + 0,35 = 1,207 \text{ s}$

Pour le cas 3.

Le déplacement est en triangle avec une vitesse maximale de  $\omega_1$ .

L'amplitude de ce mouvement est de :  $\Delta\theta = \frac{\omega_1 \cdot T_t}{2}$  avec :  $t_1 = \frac{T_t}{2} = \frac{\omega_1}{\omega_{\max}}$



On a donc :  $\Delta\theta = \frac{\omega_1^2}{\omega_{\max}}$  Soit :  $\omega_1 = \sqrt{\Delta\theta \cdot \omega_{\max}}$

D'où la durée  $t_1$  de l'accélération :  $t_1 = \frac{\omega_1}{\omega_{\max}} = \frac{\sqrt{\Delta\theta \cdot \omega_{\max}}}{\omega_{\max}} = \sqrt{\frac{\Delta\theta}{\omega_{\max}}} = \sqrt{\frac{15}{300}} = 0,224 \text{ s}$

Et la durée totale du déplacement :  $T_t = 2 \cdot t_1 = 2 \times 0,224 = 0,448 \text{ s}$

On obtient donc en synthèse :

Cas	Axe	Amplitude maximale	$d_1 = t_1$	$d_2 = t_2 - t_1$	$d_3 = d_1$	$T_t$
1	A1	45°	0,35	0,08	0,35	0,78
2	A2	90°	<b>0,35</b>	<b>0,507</b>	<b>0,35</b>	<b>1,207</b>
3	A3	15°	<b>0,224</b>	----	<b>0,224</b>	<b>0,448</b>

**Question 2-2 :**

Etape	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Action	P0→P1	Attente	P1→P2	Prise du bidon	P2→P1	Calcul de Pi	P1→Pi	Pi→Pj	Dépose du bidon	Pj→Pi	Pi→P0
Durée	0,8	0	0,5 s	0,1 s	0,5 s	≈ 0	1,2 s	0,5 s	0,1 s	0,5 s	0,8

D'où la durée total nécessaire pour déposer un bidon :

$$t_{p6} = 0,8 + 0,5 + 0,1 + 0,5 + 1,2 + 0,5 + 0,1 + 0,5 + 0,8 = 5 \text{ s}$$

**Question 2-3 :**

Les postes 2, 3, 4 et 5 opèrent en parallèle. Donc la période d'arrivée des bidons au poste 6 correspond à la durée maximale nécessaire pour chacun des postes 2, 3, 4 et 5. Donc cette période est de  $t_{p2} = 6 \text{ s}$ .

Le temps  $t_{p6}$  étant de 5 s ( $t_{p6} \leq t_{p2}$ ) le temps d'attente à l'étape 6 est nul tant qu'une palette est présente.

**Donc le stock devant le poste 6 n'évolue pas durant la phase 1**

**Le temps d'attente du robot à l'étape 2 (attente d'un bidon) est de :  $t_{p2} - t_{p6} = 1 \text{ s}$**

Donc comme lors des phases 2 et 3 la durée total nécessaire pour déposer un bidon est de : 5 s ;

Lors des phases 1 et 4 la durée total nécessaire pour déposer un bidon est de : 5 + 1 = 6 s

**Question 2-4 :**

Lors de la phase 2 le stock de bidons augmente à raison de  $\frac{1 \text{ bidon}}{6 \text{ s}}$ . Or pour remplacer une palette pleine il faut 2 min = 120 s. Donc le niveau de stock atteint à la fin de la phase 2 est de :

$$Q_{\max} = \frac{120}{6} = 20 \text{ bidons}$$

Cela représente une longueur totale de stockage (pour des bidons de 5 litres) de :  $L_{\max} = 20 \times 0,12 = 2,4 \text{ m}$

**$L_{\max} \leq 4 \text{ m}$  Donc la zone de stockage est suffisante.**

**Question 2-5 :**

a) Lors de la phase 3 les bidons arrivent à une cadence de :  $\frac{1}{t_{p2}} = \frac{1}{6}$  bidon/s et sont évacués à une cadence de :  $\frac{1}{t_{p6}} = \frac{1}{5}$  bidon/s. Donc le stock évolue à la vitesse de :  $\frac{1}{6} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{30}$  bidons/s

**Donc la durée de la phase 3 est de :**  $\frac{Q_{max}}{1/30} = 600$  s

b) le nombre de bidons chargés sur la palette lors de cette phase est de :  $\frac{600}{5} = 120$  bidons

c) Il reste donc pendant la phase 4 :  $250 - 120 = 130$  bidons à palettiser.

**Donc à la cadence de  $\frac{1}{6}$  bidon/s, la durée de la phase 4 sera de :**  $\frac{130}{1/6} = 780$  s

**Question 2-6 :**

La durée totale pour former une palette, remplacement d'une palette inclus (2 min = 120 s), est donc de :

**$600 + 780 + 120 = 1\ 500$  s = 25 min**

**Le cahier des charges est donc vérifié car on doit produire une palette toute les 30 min**

**3- Asservissement en position de l'axe A1**

**Question 3.1 :**

L'inertie du moteur et du réducteur ramené sur l'arbre moteur est  $J_m$ . L'inertie du robot autour de son axe  $(O_1, \vec{z}_1)$  est  $J_1$  et le rapport de transmission entre l'arbre moteur et l'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$  est  $N$ .

D'où l'inertie équivalente de l'ensemble des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre moteur est :

$$J_e = J_m + \frac{J_1}{N^2}$$

**Question 3.2 :**

Les transformées de Laplace des équations (1) à (4) sont :

(1)  $U(p) = R \cdot I(p) + E(p)$

(2)  $E(p) = k_E \cdot \Omega_m(p)$       (3)  $C_m(p) - C_r(p) = J_e \cdot p \cdot \Omega_m(p)$       (4)  $C_m(p) = k_C \cdot I(p)$

**Question 3.3 :**

On en déduit les fonctions de transfert :  $M_1(p) = \frac{1}{R}$        $M_2(p) = k_C$        $M_3(p) = \frac{1}{J_e \cdot p}$        $M_4(p) = k_E$

**Question 3.4 :**

D'où la fonction de transfert du moteur (avec  $C_r(p) = 0$ ).  $H_m(p) = \frac{\frac{k_C}{R \cdot J_e \cdot p}}{1 + \frac{k_C \cdot k_E}{R \cdot J_e \cdot p}}$

Soit :  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$       avec :  $\tau_m = \frac{R \cdot J_e}{K_C \cdot k_E}$       et :  $K_m = \frac{1}{k_E} = 5 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

**Question 3.5 :**

Inertie équivalent $J_e$	$J_e = 5,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$J_e = 9 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
Constante de temps du moteur : $\tau_m = \frac{R \cdot J_e}{K_C \cdot k_E}$	$\tau_m = 0,2625$ s	$\tau_m = 0,45$ s
Temps de réponse à 5% du moteur $t_{5\%} = 3 \cdot \tau_m$	$t_{5\%} = 0,7875$ s	$t_{5\%} = 1,35$ s
Bande passante à - 3 dB : $\omega_C = \frac{1}{\tau_m}$	$\omega_C = 3,81 \text{ rad.s}^{-1}$	$\omega_C = 2,22 \text{ rad.s}^{-1}$

**Donc de manière évidente, plus l'inertie du robot est faible plus le moteur est rapide.**

**Question 3.6 :**

Le gain  $K_g$  de la génératrice tachymétrique est de :  $K_g = \frac{12 \times 60}{3\,500 \times 2\pi} = 0,0327 \text{ V.s.rad}^{-1}$

**Question 3.7 :** La fonction de transfert de la boucle tachymétrique est :  $H_T(p) = \frac{G.H_m(p)}{1 + G.H_m(p).K_g}$

Soit :  $H_T(p) = \frac{K_T}{1 + \tau_T.p}$  avec :  $K_T = \frac{G.K_m}{1 + G.K_m.K_g}$  et :  $\tau_T = \frac{\tau_m}{1 + G.K_m.K_g}$

**Question 3.8 :** Applications numériques :  $K_T = \frac{316 \times 5}{1 + 316 \times 5 \times 0,0327} = 30 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$

Pour :  $J_e = 5,25.10^{-3} \text{ kg.m}^2$  on a :  $\tau_m = 0,2625 \text{ s}$   $\tau_T = \frac{0,2625}{1 + 316 \times 5 \times 0,0327} = 4,98.10^{-3} \text{ s}$

Pour :  $J_e = 5,25.10^{-3} \text{ kg.m}^2$  on a :  $\tau_m = 0,45 \text{ s}$   $\tau_T = \frac{0,45}{1 + 316 \times 5 \times 0,0327} = 8,54.10^{-3} \text{ s}$

**Question 3.9 :**

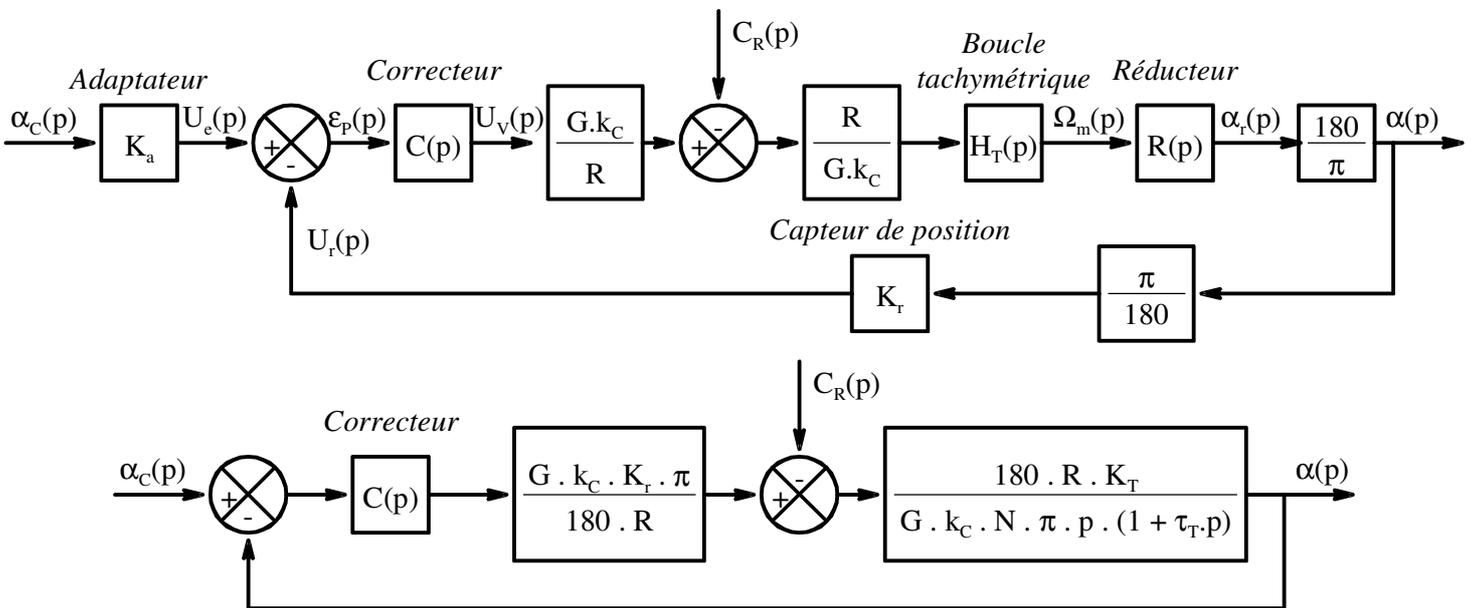
a) On a :  $\omega_m(t) = N \cdot \frac{d\alpha_r(t)}{dt}$  Soit dans le domaine de Laplace :  $\Omega_m(p) = N.p.\alpha(p)$

D'où la fonction de transfert du réducteur :  $R(p) = \frac{\alpha(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N.p}$

b) Pour un fonctionnement normal :  $\varepsilon_p(p) = 0$  lorsque  $\alpha(p) = \alpha_c(p)$  on a :

$$K_a = \frac{K_r.\pi}{180} = \frac{4.\pi}{180} = 0,0698 \text{ v.deg}^{-1}$$

**Question 3.10 :** On a les schémas bloc équivalent suivant :



On en déduit l'expression de la FTBO non corrigée (FTBO pour  $C(p) = 1$ ) :  $H_{BONC}(p) = \frac{K_r.K_T}{N.p.(1 + \tau_T.p)}$

**Question 3.11 :** Avec un correcteur proportionnel de gain  $K_P$  :  $C(p) = K_P$

L'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) de cet asservissement est :

$$H_{BO}(p) = K_P.F_1(p).F_2(p) = \frac{2,21 \times 0,272 \cdot K_P}{p.(1 + \tau_T.p)} \quad \text{Soit :} \quad H_{BO}(p) = \frac{0,6.K_P}{p.(1 + \tau_T.p)}$$

**Question 3.12 :**

a- Etant donné l'expression de de la FTBO avec le correcteur  $C(p) = K_P$  le gain dynamique est :

$$G_{dBBO}(\omega) = 20.\log(0,6) + 20.\log(K_P) - 20.\log \omega - 10.\log(1 + (\tau_T.\omega)^2)$$

b- Pour respecter le critère de stabilité du cahier des charges, et étant donné l'expression de la FTBO il faut une pulsation de coupure à 0dB de la FTBO  $\omega_{0dB}$  telle que :  $180 - 90 - \arctan(\tau_T.\omega_{0dB}) = 45^\circ$

Soit :  $\omega_{0dB} = \frac{\tan(180 - 90 - 45)}{\tau_T} = \frac{1}{\tau_T}$  Donc pour  $\tau_T = 8,5.10^{-3} \text{ s}$  :  $\omega_{0dB} = 118 \text{ rad.s}^{-1}$

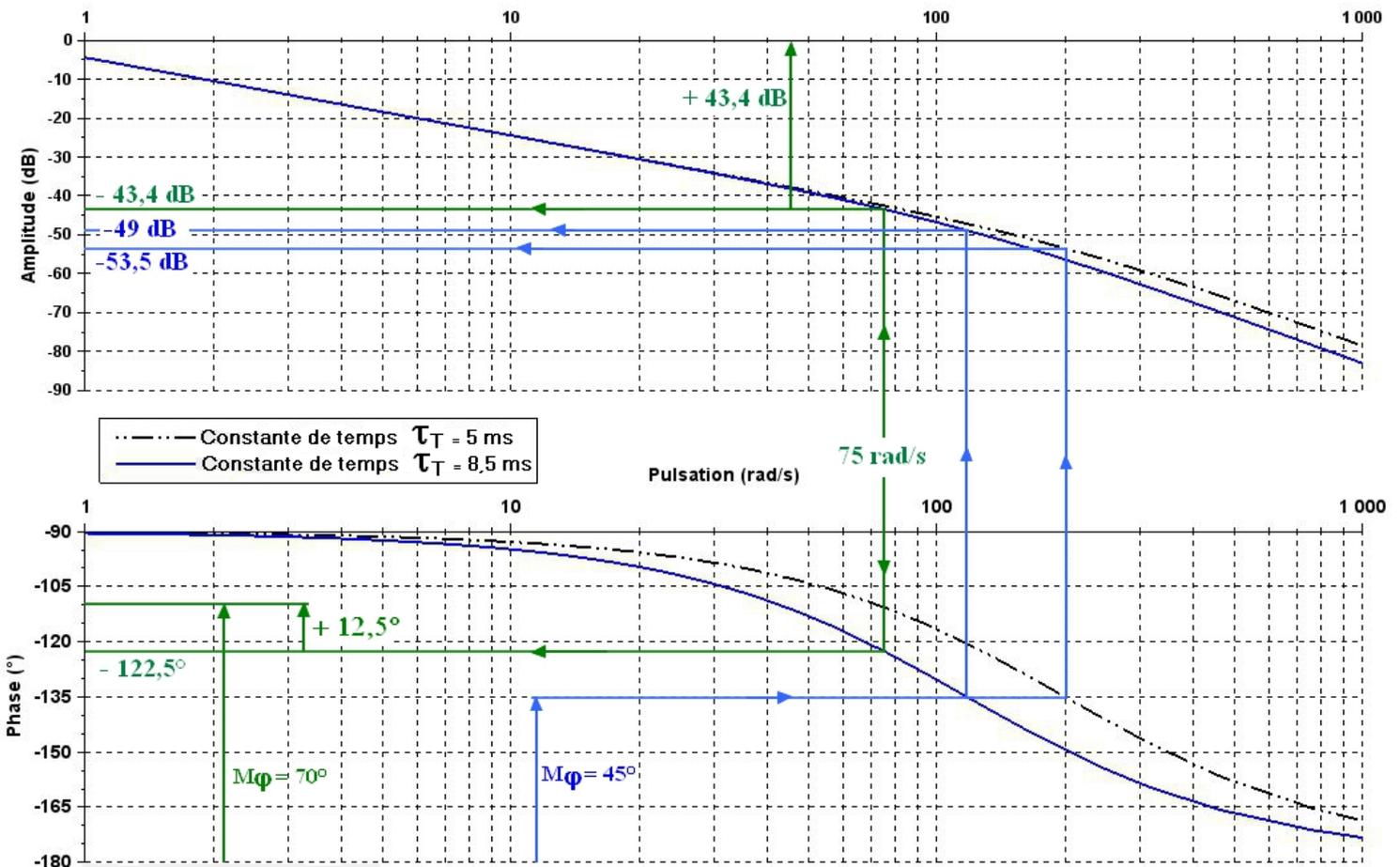
Et pour  $\tau_T = 5.10^{-3} \text{ s}$  :  $\omega_{0dB} = 200 \text{ rad.s}^{-1}$

D'autre part le gain dynamique de la FTBO à cette pulsation de coupure doit être nul. Donc étant donné la FTBO corrigé il faut :  $20.\log K_P + 20.\log 0,6 - 20.\log \omega_{0dB} - 10.\log(1 + (\tau_T.\omega_{0dB})^2) \leq 0$

Soit :  $K_P \leq 10^{\log \omega_{0dB} + 0,5.\log(1 + (\tau_T.\omega_{0dB})^2) - \log 0,6}$  Donc pour  $\tau_T = 8,5.10^{-3} \text{ s}$  :  $K_P \leq 278$

Et pour  $\tau_T = 5.10^{-3} \text{ s}$  :  $K_P \leq 471$

Ces résultats peuvent être retrouvés par une lecture sur le diagramme de Bode de la FTBO non corrigé :



La lecture nous montre que Pour  $K_P = 1$  le gain lorsque la phase est de la FTBO est de  $-135^\circ$  ( $M_\phi = 45^\circ$ ) est de  $-49 \text{ dB}$  pour  $\tau_T = 8,5 \text{ ms}$  et  $-53,5 \text{ dB}$  pour  $\tau_T = 5 \text{ ms}$ . Or le correcteur  $C(p) = K_P$  ne modifie pas la courbe de phase et translate la courbe de gain de  $20.\log K_P$ .

Il faut donc traduire la courbe de gain de :  $\curvearrowright + 49 \text{ dB}$  pour  $\tau_T = 8,5 \text{ ms}$  Soit  $K_P = 10^{49/20} = 281$

$\curvearrowright + 53,5 \text{ dB}$  pour  $\tau_T = 5 \text{ ms}$  Soit  $K_P = 10^{53,5/20} = 473$

Donc pour respecter le critère de stabilité quelque soit la valeur de  $\tau_T$ , il faut :  $K \leq 278 \approx 281$  (sans unité)

**Question 3.13 :**

a) On a dans la FTBO un intégrateur placé en aval de la perturbation. Donc l'erreur due à un échelon de consigne est nulle et celle due à un échelon de perturbation  $C_{r0}$  est  $\frac{C_{r0}}{2,21 \cdot K_P}$

On en déduit l'erreur statique avec perturbation :  $\epsilon_S = \frac{C_{r0}}{2,21 \cdot K_P}$

b) On a dans la FTBO un intégrateur placé en aval de la perturbation. Donc l'erreur due à une consigne en rampe de pente  $\Omega_0$  est  $\frac{\Omega_0}{0,6 \cdot K_P}$  et celle due à un échelon de perturbation  $C_{r0}$  est  $\frac{C_{r0}}{2,21 \cdot K_P}$

On en déduit l'erreur trainage avec perturbation :  $\epsilon_T = \frac{C_{r0}}{2,21 \cdot K_P} + \frac{\Omega_0}{0,6 \cdot K_P}$

c) Pour de respecter le premier critère de précision il faut :  $K_P \geq \frac{0,2}{2,21 \times 0,005^\circ} = 18$

et pour de respecter le second critère de précision il faut :  $K_P \geq \frac{1}{1^\circ} \left( \frac{0,2}{2,21} + \frac{105}{0,6} \right) = 175$

**Donc pour respecter les deux critères de précision il faut :  $K_P \geq 175$  (sans unité)**

**Question 3.14 :** Avec ce correcteur la FTBO corrigée s'écrit :  $H_{BO}(p) = \frac{200 \times 0,6}{p \cdot (1 + \tau_T \cdot p)}$

a) D'où l'expression de le FTBF :  $H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{120} \cdot p^2 + \frac{\tau_T}{120} \cdot p^2}$

On a donc une FTBF qui est un second ordre de : ☞ Gain unitaire :  $K_{BF} = 1$

☞ Pulsation propre :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{120}{\tau_T}}$

☞ Facteur d'amortissement  $\xi = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{1}{120} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{120 \cdot \tau_T}}$

Applications numériques :

$\tau_T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$      $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + 8,33 \cdot 10^{-3} \cdot p + 4,17 \cdot 10^{-5} \cdot p^2}$     2<sup>nd</sup> ordre simple avec :  $\omega_0 = 155 \text{ rad.s}^{-1}$   
 et :  $\xi = 0,65$

$\tau_T = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$      $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + 8,33 \cdot 10^{-3} \cdot p + 7,08 \cdot 10^{-5} \cdot p^2}$     2<sup>nd</sup> ordre simple avec :  $\omega_0 = 119 \text{ rad.s}^{-1}$   
 et :  $\xi = 0,50$

b) On en déduit des facteurs d'amortissement les valeurs du premier dépassement relatif :

Pour  $\tau_T = 5 \text{ ms}$  :  $D_{\%} = e^{\frac{-\pi \cdot 0,65}{\sqrt{1 - 0,65^2}}} = 6,8 \%$

Pour  $\tau_T = 8,5 \text{ ms}$  :  $D_{\%} = e^{\frac{-\pi \cdot 0,5}{\sqrt{1 - 0,5^2}}} = 16,3 \%$

D'autre part on a la date  $T_2$  et la valeur  $D_{2\%}$  du deuxième dépassement relatif :

$\tau_T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$      $D_{2\%} = e^{\frac{-2 \cdot \pi \cdot 0,5}{\sqrt{1 - 0,5^2}}} = 2,6 \% \leq 5 \%$      $t_{5\%} \leq T_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} = 0,05 \text{ s}$

$\tau_T = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$      $D_{2\%} = e^{\frac{-2 \cdot \pi \cdot 0,65}{\sqrt{1 - 0,65^2}}} = 0,5 \% \leq 5 \%$      $t_{5\%} \leq T_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}} = 0,07 \text{ s}$

Donc pour  $K_P = 200$  quelque soit la valeur de  $\tau_T$  :

☞ Le critère de stabilité ( $M_\phi \geq 45^\circ$ ) est vérifié car  $M_\phi \geq 45^\circ$  si  $K_P \leq 278$

☞ Les critères de précision ( $\epsilon_S \leq 0,005^\circ$  et  $\epsilon_T \leq 1^\circ$ ) sont vérifiés car on a vu qu'il faut  $K_P \geq 178$

☞ Le critère d'amortissement ( $D_{\%} \leq 20 \%$ ) est vérifié car  $D_{\%} = 6,8 \%$  ou  $D_{\%} = 16,3 \%$

☞ Le critère de rapidité ( $t_{5\%} \leq 0,1 \text{ s}$ ) est vérifié car  $t_{5\%} \leq 0,05 \text{ s}$  ou  $t_{5\%} \leq 0,07 \text{ s}$

**Question 3.15 :**

Pour avoir des erreurs statique et de trainage nulles, il faut un second intégrateur dans la FTBO placé en amont de la perturbation. Il faut donc un correcteur avec un intégrateur.

Les correcteur proportionnels et à avance de phase ne permettent donc pas de respecter d'obtenir des erreurs de trainage et statiques nulles.

De plus la FTBO non corrigé étant un ordre 2 de classe 1, un correcteur intégral rendra le système instable. Car avec ce correcteur la phase évoluerait entre  $-270^\circ$  et  $-180^\circ$ .

**Donc seul le correcteur proportionnel intégral permet à priori de respecter le cahier des charges avec des erreurs (statique et de trainage) nulles.**

**Question 3.16 :**

Pour ce correcteur on a : ☞ Une phase :  $\varphi_{\text{Cor}}(\omega) = -90^\circ + 2 \cdot \arctan(T \cdot \omega)$

☞ Un gain dynamique :  $G_{\text{dBCor}}(\omega) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega + 20 \cdot \log(1 + T^2 \cdot \omega^2)$

**Question 3.17 :**

A une pulsation de coupure de  $\omega_{\text{dB}} = 75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  (Avec  $\tau_T = 8,5 \text{ ms}$ ) la FTBO non corrigée à :

☞ Une phase :  $\varphi_{\text{BONC}}(\omega) = -90^\circ - \arctan(8,5 \cdot 10^{-3} \times 75) = -122,5^\circ$

☞ Un gain dynamique :  $G_{\text{dBCor}}(\omega) = 20 \cdot \log 0,6 - 20 \cdot \log 75 - 20 \cdot \log(1 + (8,5 \cdot 10^{-3} \times 75)^2) = -43,4 \text{ dB}$

Pour respecter le critère de stabilité ( $M_\phi = 45^\circ$ ), on doit donc avoir :  $70^\circ = 180^\circ - 122,5^\circ + \varphi_{\text{Cor}}(75)$

Soit :  $\varphi_{\text{Cor}}(75) = 70 + 122,5 - 180^\circ = +12,5^\circ = -90^\circ + 2 \cdot \arctan(T \cdot \omega)$

On peut aussi lire sur le Bode de la FTBO non corrigée qu'il faut :  $\varphi_{\text{Cor}}(75) = +12,5^\circ$

Ou encore : 
$$T = \frac{\tan\left(\frac{90^\circ + 12,5^\circ}{2}\right)}{75} = 17 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

D'autre part pour avoir :  $\omega_{\text{dB}} = 75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  il faut :  $G_{\text{dBCor}}(\omega) - 43,4 = 0$

On peut aussi lire sur le Bode de la FTBO non corrigée qu'il faut :  $G_{\text{dBCor}}(75) = +43,4 \text{ dB}$

Soit :  $G_{\text{dBCor}}(\omega) = +43,4 = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log 75 + 20 \cdot \log(1 + (17 \cdot 10^{-3} \times 75)^2)$

Ou :  $20 \cdot \log K = 43,4 + 20 \cdot \log 75 - 20 \cdot \log(1 + (17 \cdot 10^{-3} \times 75)^2) = 72,5 \Rightarrow K = 10^{72,5/20} = 4\,220$

**Question 3.18 :**

Donc pour ce correcteur avec  $\tau_T = 8,5 \text{ ms}$  :

☞ Le critère de stabilité ( $M_\phi \geq 45^\circ$ ) vérifié car  $M_\phi = 70^\circ$

☞ Les critères de précision ( $\epsilon_S = \epsilon_T = 0$ ) sont vérifiés car on a 2 intégrateurs dans la FTBO

☞ Le critère d'amortissement ( $D_\% \leq 20 \%$ ) est vérifié car  $D_\% \approx 19 \%$

☞ Le critère de rapidité ( $t_{5\%} \leq 0,1 \text{ s}$ ) est vérifié car  $t_{5\%} \approx 0,092 \text{ s}$

Et avec  $\tau_T = 5 \text{ ms}$  :

☞ Le critère de stabilité ( $M_\phi \geq 45^\circ$ ) vérifié car  $M_\phi \approx 70^\circ$

☞ Les critères de précision ( $\epsilon_S = \epsilon_T = 0$ ) sont vérifiés car on a 2 intégrateurs dans la FTBO

☞ Le critère d'amortissement ( $D_\% \leq 20 \%$ ) est vérifié car  $D_\% \approx 16 \%$

☞ Le critère de rapidité ( $t_{5\%} \leq 0,1 \text{ s}$ ) est vérifié car  $t_{5\%} \approx 0,096 \text{ s}$

**Tous les critères du cahier des charges sont donc vérifiés quelque soit  $\tau_T$ .**

### 4- Analyse géométrique du robot

**Question 4-1 :**

La hauteur H du plan supérieur de la palette est fonction de la hauteur du plan supérieur de la palette vide  $h_0$  qui est de  $h_0 = 200 \text{ mm}$ . Du nombre de bidons c et de la hauteur  $d_3$  des bidons :  $H = h_0 + c \cdot d_3$ . On a pour les Bidons :

- ☞ De 5 l :  $H = 0,2 + 5 \times 0,31 = 1,75 \text{ m}$
- ☞ De 10 l :  $H = 0,2 + 4 \times 0,36 = 1,64 \text{ m}$
- ☞ De 20 l :  $H = 0,2 + 3 \times 0,45 = 1,55 \text{ m}$
- ☞ De 40 l :  $H = 0,2 + 2 \times 0,72 = 1,64 \text{ m}$

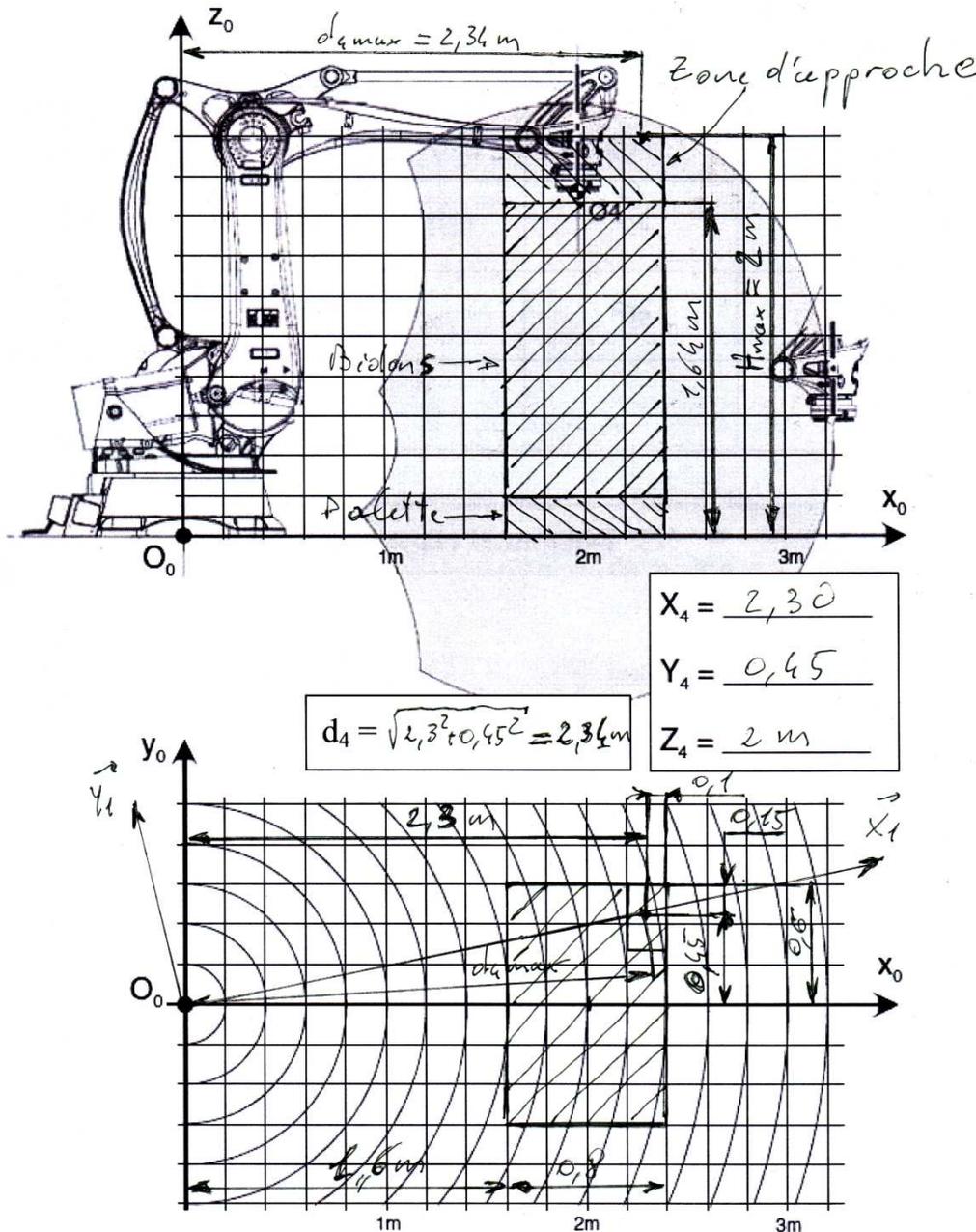
D'autre part, la distance d'approche  $P_i P_j$  est de  $0,5 \cdot d_3$  on a donc la hauteur  $H_{\max}$  du point  $O_4$  pour les bidons :

- ☞ De 5 l :  $H_{\max} = 1,75 + 0,5 \times 0,31 = 1,905 \text{ m}$
- ☞ De 10 l :  $H_{\max} = 1,64 + 0,5 \times 0,36 = 1,820 \text{ m}$
- ☞ De 20 l :  $H_{\max} = 1,55 + 0,5 \times 0,45 = 1,755 \text{ m}$
- ☞ De 40 l :  $H_{\max} = 1,64 + 0,5 \times 0,72 = 2,000 \text{ m}$

**Le conditionnement le plus critique est donc pour les bidons de 40 l pour lesquels :  $H_{\max} = 2 \text{ m}$**

**Question 4-2 :** Pour ce type de bidon :

a)



**b) Conclusion :** Le point le plus critique se trouve à une hauteur de 2 m et un distance de 2,34 m de l'axe  $(O_1, z_1)$ . Or ce point est bien dans l'espace de travail du robot. Donc le robot a bien la capacité à réaliser la palettisation.

**5- Analyse cinématique du robot**

**Question 5-1 :**

Le quadrilatère  $O_2O_3O_7O_6$  est un parallélogramme donc le mouvement de 7 par rapport à 1 est une translation circulaire. Le quadrilatère  $O_3O_8O_9O_{10}$  est un parallélogramme donc le mouvement de 4 par rapport à 7 est une translation circulaire. On en déduit donc que le mouvement de 4 par rapport à 1 est une translation. Par conséquent :  $\vec{V}_{O_{10} \in 4/1} = \vec{V}_{O_4 \in 4/1}$ .

D'autre part,  $O_{10}$  est le centre de la pivot entre 4 et 3, donc  $\vec{V}_{O_4 \in 3/4} = \vec{0}$  Donc :  $\vec{V}_{O_{10} \in 4/1} = \vec{V}_{O_{10} \in 3/1}$

**On a donc l'égalité suivante entre les vecteurs vitesse :**  $\vec{V}_{O_4 \in 4/1} = \vec{V}_{O_{10} \in 3/1}$

**Question 5-2 :**

On a :  $\vec{V}_{O_3 \in 2/1} = \vec{V}_{O_2 \in 2/1} + O_3 \vec{O}_2 \wedge \vec{\Omega}_{2/1}$  Or  $O_2$  est le centre de la pivot entre 2 et 1, d'où  $\vec{V}_{O_2 \in 2/1} = \vec{0}$

Donc :  $\vec{V}_{O_3 \in 2/1} = -1\ 250. \vec{x}_2 \wedge \dot{\alpha}_2. \vec{y}_2$  **On en déduit :**  $\vec{V}_{O_3 \in 2/1} = -1\ 250. \dot{\alpha}_2. \vec{z}_2$

On a :  $\vec{V}_{O_{10} \in 3/1} = \vec{V}_{O_3 \in 3/1} + O_{10} \vec{O}_3 \wedge \vec{\Omega}_{3/1}$  Or  $O_3$  est le centre de la pivot entre 3 et 2, donc  $\vec{V}_{O_3 \in 3/2} = \vec{0}$  soit par composition des vitesses  $\vec{V}_{O_3 \in 3/1} = \vec{V}_{O_3 \in 2/1}$

Enfin,  $\vec{\Omega}_{3/1} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1}$  Par conséquent :  $\vec{V}_{O_{10} \in 3/1} = \vec{V}_{O_2 \in 2/1} - 1\ 350. \vec{x}_3 \wedge (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3). \vec{y}_3$

**On en déduit :**  $\vec{V}_{O_{10} \in 3/1} = -1\ 250. \dot{\alpha}_2. \vec{z}_2 - 1\ 350. (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3). \vec{z}_3$

Sachant que :  $\vec{z}_2 = \cos \alpha_2. \vec{z}_1 + \sin \alpha_2. \vec{x}_1$  et :  $\vec{z}_3 = \cos(\alpha_2 + \alpha_3). \vec{z}_1 + \sin(\alpha_2 + \alpha_3). \vec{x}_1$

**On obtient :**  $\vec{V}_{O_{10} \in 3/1} = -[1\ 250. \cos \alpha_2. \dot{\alpha}_2 + 1\ 350. \cos(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)]. \vec{z}_1$   
 $- [1\ 250. \sin \alpha_2. \dot{\alpha}_2 + 1\ 350. \sin(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)]. \vec{x}_1$

**Question 5-3 :**

a)  $\vec{V}_{O_4 \in 4/1} = \left( \frac{d O_0 O_4}{dt} \right)_{R_1} = \dot{\rho}. \vec{x}_1 + \dot{h}. \vec{z}_1$  D'autre part :  $\vec{V}_{O_4 \in 4/1} = \vec{V}_{O_{10} \in 3/1}$  et :

$$\vec{V}_{O_{10} \in 3/1} = -[1\ 250. \cos \alpha_2. \dot{\alpha}_2 + 1\ 350. \cos(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)]. \vec{z}_1 - [1\ 250. \sin \alpha_2. \dot{\alpha}_2 + 1\ 350. \sin(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)]. \vec{x}_1$$

On en déduit :  $\dot{\rho} = -1\ 250. \sin \alpha_2. \dot{\alpha}_2 - 1\ 350. \sin(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)$  (a)

et :  $\dot{h} = -1\ 250. \cos \alpha_2. \dot{\alpha}_2 - 1\ 350. \cos(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)$  (b)

b) Ces relations permettent d'établir une relation entre les vitesses verticales et radiales du poignet du bidon et les vitesses angulaires des axes A2 et A3. Elles permettent donc d'obtenir un algorithme entre les positions de consigne du poignet du robot et les positions angulaire de consigne des axes A2 et A3.

c) Dans le cas d'un déplacement vertical du Bidon à la vitesse  $V_z = \dot{h}$  on a :  $\dot{\rho} = 0$ , donc :

$$0 = -1\ 250. \sin \alpha_2. \dot{\alpha}_2 - 1\ 350. \sin(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)$$
 (a)

$$V_z = -1\ 250. \cos \alpha_2. \dot{\alpha}_2 - 1\ 350. \cos(\alpha_2 + \alpha_3). (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)$$
 (b)

Par combinaison linéaire de ces équations on obtient :

$$(b). \sin(\alpha_2 + \alpha_3) - (a). \cos(\alpha_2 + \alpha_3) \Rightarrow V_z. \sin(\alpha_2 + \alpha_3) = -1\ 250. [\cos \alpha_2. \sin(\alpha_2 + \alpha_3) - \sin \alpha_2. \cos(\alpha_2 + \alpha_3)]. \dot{\alpha}_2$$

$$(b). \sin \alpha_2 - (a). \cos \alpha_2 \Rightarrow V_z. \sin \alpha_2 = -1\ 350. [\sin \alpha_2. \cos(\alpha_2 + \alpha_3) - \cos \alpha_2. \sin(\alpha_2 + \alpha_3)]. (\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3)$$

Or :  $\cos \alpha_2. \sin(\alpha_2 + \alpha_3) - \sin \alpha_2. \cos(\alpha_2 + \alpha_3) = \sin \alpha_3$

et :  $\sin \alpha_2. \cos(\alpha_2 + \alpha_3) - \cos \alpha_2. \sin(\alpha_2 + \alpha_3) = -\sin \alpha_3$

On obtient donc :  $\dot{\alpha}_2 = -\frac{V_z \cdot \sin(\alpha_2 + \alpha_3)}{1\,250 \cdot \sin \alpha_3}$

et :  $\dot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_3 = \frac{V_z \cdot \sin \alpha_2}{1\,350 \cdot \sin \alpha_3}$

Soit :  $\dot{\alpha}_2 = -\frac{V_z \cdot \sin(\alpha_2 + \alpha_3)}{1\,250 \cdot \sin \alpha_3}$

et :  $\dot{\alpha}_3 = \frac{V_z}{\sin \alpha_3} \cdot \left( \frac{\sin \alpha_2}{1\,350} + \frac{\sin(\alpha_2 + \alpha_3)}{1\,250} \right)$