

PSI 2023-2024**DS N°4 Sujet B****Corrigé****Contrôle d'orientation du satellite DEMETER****I - Étude préliminaire de la plateforme utilisée pour le satellite****Question 1**

Le satellite est en rotation autour de la terre à une distance $(R + h)$. Donc sa vitesse linéaire est : $\vec{V} = (R + h) \cdot \omega_0 \cdot \vec{t}$ où $\vec{t}$ est un vecteur tangent à la trajectoire.

Son accélération est $\vec{A} = - (R + h) \cdot \omega_0^2 \cdot \vec{Z}$ où $\vec{Z}$ est un vecteur vertical vers le haut (parallèle au rayon et orienté vers l'extérieur). L'application du TRD en projection sur $\vec{Z}$ donne alors :

$$-\frac{G.M.m}{(R+h)^2} = -m \cdot (R+h) \cdot \omega_0^2 \quad \text{Donc :} \quad \omega_0 = \frac{1}{R+h} \cdot \sqrt{\frac{G.M}{R+h}}$$

On obtient donc : $\vec{V} = \sqrt{\frac{G.M}{R+h}} \cdot \vec{t}$ AN : $\vec{V} = 7\,507 \cdot \vec{t}$ en m.s^{-1}

D'où la pulsation orbitale : $\omega_0 = \frac{\|\vec{V}\|}{R+h} = 1,062 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$

Question 2

La période de révolution est de : $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 5\,916 \text{ s}$ Le satellite est éclairé durant $65 \text{ min} = 3\,900 \text{ s}$.

Il est masqué durant une période de : $5\,916 - 3\,900 = 2\,016 \text{ s}$

Durant cette période sa consommation électrique est de :

$$\frac{2\,016 \text{ s}}{3\,600 \text{ s/h}} \times 0,6 \text{ A/Circuit} \times 44 \text{ circuit} = 14,8 \text{ A.h}$$

La capacité totale du système étant de $15 \text{ A.h} > 14,8 \text{ A.h}$ elle est suffisante.

II – Modélisation dynamique du système satellite**II-B-1 – principe de fonctionnement d'une roue de réaction****Question 9**

Calculons $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g})$ le moment dynamique en G_r de la roue dans son mouvement par rapport au repère géocentrique R_g (Repère Galiléen). $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) = \left(\frac{d \sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g})}{dt} \right)_{R_g}$

Avec : $\sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) = \overline{I(Gr, \text{roue})} \cdot \Omega(\overrightarrow{R_r/R_g}) = \overline{I(Gr, \text{roue})} \cdot [\Omega(\overrightarrow{R_r/R_s}) + \Omega(\overrightarrow{R_s/R_g})]$

Soit : $\sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) = \begin{pmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{pmatrix}_{R_s} \cdot \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y + \omega_r \\ \Omega_z \end{pmatrix}_{R_s} = \begin{pmatrix} I_{rx} \cdot \Omega_x \\ I_{ry} \cdot (\Omega_y + \omega_r) \\ I_{rz} \cdot \Omega_z \end{pmatrix}_{R_s}$

On a donc : $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) = \left(\frac{d \sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g})}{dt} \right)_{R_g} = \left(\frac{d \sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g})}{dt} \right)_{R_r} + \Omega(\overrightarrow{R_r/R_g}) \wedge \sigma_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g})$

Soit : $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) = \begin{pmatrix} I_{rx} \cdot \dot{\Omega}_x \\ I_{ry} \cdot (\dot{\Omega}_y + \dot{\omega}_r) \\ I_{rz} \cdot \dot{\Omega}_z \end{pmatrix}_{R_s} + \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix}_{R_s} \wedge \begin{pmatrix} I_{rx} \cdot \Omega_x \\ I_{ry} \cdot (\Omega_y + \omega_r) \\ I_{rz} \cdot \Omega_z \end{pmatrix}_{R_s}$

On obtient donc : $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) \cdot \vec{y} = I_{ry} \cdot (\dot{\Omega}_y + \dot{\omega}_r) + \Omega_x \cdot \Omega_z \cdot (I_{rz} - I_{rx})$

D'autre part : $\dot{\omega}_r(t) \gg \dot{\Omega}_y$ et : $I_{rx} = I_{rz}$.

Donc : $\delta_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue}/R_g}) \cdot \vec{y} \approx I_{ry} \cdot \dot{\omega}_r$

Les actions extérieures s'appliquant sur la roue sont :

☞ De la terre sur la roue : $\mathcal{M}_{Gr}(\overrightarrow{\text{terre} \rightarrow \text{roue}}) \cdot \overrightarrow{y} = 0$

☞ Du satellite sur la roue : $\mathcal{M}_{Gr}(\overrightarrow{\text{satellite} \rightarrow \text{roue}}) \cdot \overrightarrow{y} = 0$ Car due à une pivot d'axe (Gr, $\overrightarrow{y}$)

☞ Du stator sur la roue : $\mathcal{M}_{Gr}(\overrightarrow{\text{stator} \rightarrow \text{roue}}) \cdot \overrightarrow{y} = C_m(t) - C_f(t)$

L'application du TRD en G_r en projection sur $\overrightarrow{y}$ donne donc : $I_{ry} \cdot \dot{\omega}_r = C_m(t) - C_f(t)$

Du principe des actions mutuelles on a donc : $\mathcal{M}_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue} \rightarrow \text{stator}}) = -I_{ry} \cdot \dot{\omega}_r \cdot \overrightarrow{y}$

Question 10

Toutes les actions autres que celle de la roue sur le stator étant supposées nulles on obtient en appliquant au satellite le TMD en G en projection sur $\overrightarrow{y}$:

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = \mathcal{M}_G(\overrightarrow{\text{roue} \rightarrow \text{stator}}) \cdot \overrightarrow{y}$$

Sachant que (Gr, $\overrightarrow{y}$) et (G, $\overrightarrow{y}$) sont confondus : $\mathcal{M}_G(\overrightarrow{\text{roue} \rightarrow \text{stator}}) \cdot \overrightarrow{y} = \mathcal{M}_{Gr}(\overrightarrow{\text{roue} \rightarrow \text{stator}}) \cdot \overrightarrow{y}$

On a : $I_y \cdot \ddot{\theta} = -I_{ry} \cdot \dot{\omega}_r$ Puis par intégration avec des conditions initiales nulles : $I_y \cdot \dot{\theta} = -I_{ry} \cdot \omega_r$

Question 11

Avoir deux actionneurs permet de doubler les éléments et assure une meilleure fiabilité.

II-B-2 – Dimensionnement des roues de réaction

Question 12

On note : ☞ m_r la masse de la roue : $m_r = \frac{2 \cdot I_a}{r^2}$ car $I_a = \frac{1}{2} \cdot m_r \cdot r^2$

☞ m_{ct} du cylindre tubulaire $m_{ct} = \rho_c \cdot H \cdot \pi \cdot (R^2 - (R - e)^2)$

☞ m_p la masse de chacune des deux plaques : $m_p = \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot R^2$ D'où la masse totale :

$$m_t = \frac{2 \cdot I_a}{r^2} + \rho_c \cdot H \cdot \pi \cdot (R^2 - (R - e)^2) + 2 \cdot \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{2 \cdot I_a}{r^2} + \rho_c \cdot \pi \cdot e \cdot [H \cdot (2 \cdot R - e) + 2 \cdot R^2]$$

Or : $R = r + e + j$ et d'autre part : $e \ll r$ et $j \ll r$

Donc : $2 \cdot R - e \approx 2 \cdot r$ et : $2 \cdot R^2 \approx 2 \cdot r^2$ Soit : $H \cdot (2 \cdot R - e) + 2 \cdot R^2 \approx 2 \cdot H \cdot r + 2 \cdot r^2$

On en déduit : $m_t = \frac{2 \cdot I_a}{r^2} + 2 \cdot \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot (H + r)$

Question 13

On a donc : $\frac{d m_t}{d r} = -\frac{4 \cdot I_a}{r^3} + 2 \cdot \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot (H + 2 \cdot r)$

Par conséquent : $\frac{d m_t}{d r} = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot I_a = 4 \cdot \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot \left(\frac{H}{2} \cdot r^3 + r^4 \right) \Leftrightarrow \frac{H}{2} \cdot r^3 + r^4 = \frac{I_a}{\rho_c \cdot e \cdot \pi}$

Equation de la forme : $r^4 + a \cdot r^3 = b$ avec : $a = \frac{H}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ m}$

$$\text{Et : } b = \frac{I_a}{\rho_c \cdot e \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{7800 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 8,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

L'abaque du document réponse donne alors : $r = 0,044 \text{ m}$

On a donc : $R = r + j + e = 0,044 + 0,002 + 0,002 = 0,048 \text{ m}$

Et : $m_t = \frac{2 \cdot I_a}{r^2} + 2 \cdot \rho_c \cdot e \cdot \pi \cdot (H + r) = \frac{2 \times 4 \cdot 10^{-4}}{0,044^2} + 2 \times 7800 \times 0,002 \times 0,044 \cdot \pi \cdot (0,1 + 0,02) = 1,034 \text{ kg}$

Enfin la roue étant un cylindre homogène plein : $m_r = \frac{2 \cdot I_a}{r^2} = \rho_r \cdot h \cdot \pi \cdot r^2$

On a : $h = \frac{2 \cdot I_a}{\rho_r \cdot \pi \cdot r^4} = \frac{2 \times 4 \cdot 10^{-4}}{1140 \cdot \pi \cdot 0,044^4} = 0,0596 \text{ m} = 59,6 \text{ mm}$

Question 14

Pour la résistance du matériau de la roue il faut : $\frac{7}{16} \cdot \rho_r \cdot \omega_r^2 \cdot r^2 \leq \sigma_e$

$$\text{Soit : } \omega_r \leq \frac{4}{r} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_r}{7 \cdot \rho_r}} = \frac{4}{0,044} \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^6}{7 \times 1140}} = 3\,053 \text{ rad.s}^{-1} \quad N_r \leq 29\,154 \text{ tr.min}^{-1}$$

Le critère limitant la vitesse de rotation de la roue est donc : $N_r \leq 2\,800 \text{ tr.min}^{-1} \leq 29\,154 \text{ tr.min}^{-1}$

La vitesse maximale de rotation de la roue est donc : $N_{\text{Max}} = 2\,800 \text{ tr.min}^{-1}$

Le couple maximal est donc tel que $P_{\text{Max}} = C_{m\text{Max}} \cdot \omega_{\text{Max}} = C_{m\text{Max}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot N_{\text{Max}}}{60}$

$$\text{D'où le couple maximal du moteur : } C_{m\text{Max}} = \frac{30 \cdot P_{\text{Max}}}{\pi \cdot N_{\text{Max}}} = \frac{30 \times 1,5}{2\,800 \cdot \pi} = 5,12 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}$$

III – Contrôle d'attitude du satellite**III-A – Choix d'un modèle de commande et analyse préliminaires****Question 15**

La fonction de transfert $A_r(p) \cdot H(p) \cdot F(p) = \frac{0,028}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{0,87}p} \cdot \frac{1}{1 + 1,5p}$ est donc le produit d'un

double intégrateur et de deux premiers ordre de constante de temps 1,5 s et $\frac{1}{0,87}$ s D'où les diagramme asymptotiques de gains et de phase de la page suivante.

Question 16

LA FTBO non corrigée est : $H_{\text{BONC}}(p) = A_r(p) \cdot H(p) \cdot F(p) \cdot e^{-0,1p} \cdot e^{-0,7p} = A_r(p) \cdot H(p) \cdot F(p) \cdot e^{-0,8p}$

On obtient donc les diagrammes de BODE de la FTBO non corrigée par addition des diagrammes de BODE précédent et de celui de la fonction de transfert $e^{-0,8p}$ dont :

$$\Rightarrow \text{le gain est } 20 \cdot \log |e^{-0,8j\omega}| = 20 \cdot \log |\cos 0,8\omega - j \sin 0,8\omega| = 0$$

$$\Rightarrow \text{la phase est } \arg(e^{-0,8j\omega}) = \arg(\cos 0,8\omega - j \sin 0,8\omega) = -0,8\omega$$

La courbe de gain n'est donc pas modifiée et la courbe de phase est diminuée de $0,8\omega$.

Applications numériques : $\Rightarrow -0,8 \times 0,06 = -0,048 \text{ rad} = -2,8^\circ$

$$\Rightarrow -0,8 \times 0,09 = -0,072 \text{ rad} = -4,1^\circ$$

$$\Rightarrow -0,8 \times 0,2 = -0,16 \text{ rad} = -9,2^\circ$$

$$\Rightarrow -0,8 \times 0,5 = -0,40 \text{ rad} = -22,9^\circ$$

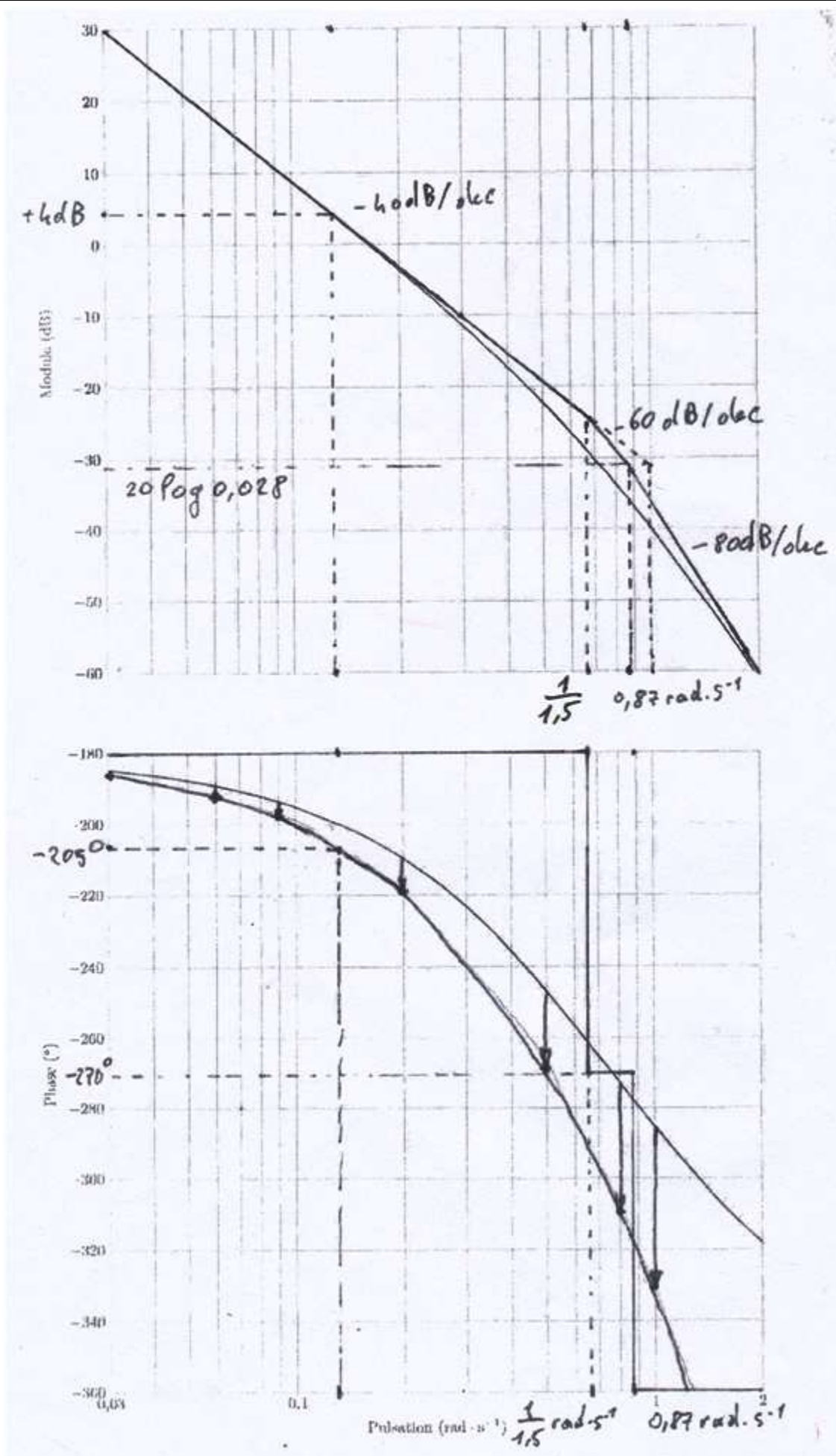
$$\Rightarrow -0,8 \times 0,8 = -0,64 \text{ rad} = -36,7^\circ$$

$$\Rightarrow -0,8 \times 1 = -0,80 \text{ rad} = -45,8^\circ$$

On voit que la phase de la FTBO non corrigée est inférieure à -180° donc pour assurer le cahier des charges (critère de stabilité) il faut remonter la phase au-dessus de -180° .

Or la phase d'un correcteur Proportionnel est nulle et celle d'un correcteur proportionnel Intégral est comprise entre -90° et 0° . Il ne permettront donc pas de remonter la phase.

Donc ces types de correction ne permettront pas de vérifier le cahier des charges.



Question 17

On lit sur les diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée ($R(p) = 1$) que pour une pulsation de coupure à 0 dB exigée par le cahier des charges ($\omega_c = 0,13 \text{ rad.s}^{-1}$) on a un gain et une phase de cette FTBO non corrigée de : $G_{\text{dBBONC}}(\omega_c) = +4 \text{ dB}$ et : $\phi_{\text{BONC}}(\omega_c) = -205^\circ$.

Remarque ces valeurs peuvent se retrouver par le calcul :

$$G_{\text{dBBONC}}(\omega_c) = 20 \cdot \log \left(\frac{0,028}{0,13^2} \right) - 10 \cdot \log \left(1 + \left(\frac{0,13}{0,87} \right)^2 \right) - 10 \cdot \log (1 + (1,5 \times 0,13)^2) = 4,13 \text{ dB}$$

$$\phi_{\text{BONC}}(\omega_c) = -180^\circ - \arctan \left(\frac{0,13}{0,87} \right) - \arctan (1,5 \times 0,13) + 0,8 \times 0,13 \cdot \frac{180}{\pi} = -205,5^\circ$$

Or pour avoir une marge de phase de $M_\phi = 30^\circ$ à la pulsation ω_c on doit avoir :

$$30^\circ = 180^\circ - 205,5 - \arg(R(j.\omega_c)) \Leftrightarrow \arg(R(j.\omega_c)) = 55,5^\circ$$

$$\text{Et : } 0 \text{ dB} = 4,13 + 20 \cdot \log \|R(j.\omega_c)\| \Leftrightarrow 20 \cdot \log \|R(j.\omega_c)\| = -4,13 \text{ dB}$$

$$\Leftrightarrow \|R(j.\omega_c)\| = 10^{-4,13/20} = 0,62$$

III-B – Analyse des contraintes sur la loi de commande**Question 18**

A partir du schéma bloc de la figure 11 on en déduit pour $\theta_{\text{ref}}(p) = 0$:

$$T(p) = \frac{H(p)}{1 + H(p).B(p).R(p).F(p).A(p)}$$

Question 19

Pour une pulsation proche de $\omega_0 = 0,001 \text{ rad.s}^{-1}$ ou $2.\omega_0$ le gain de $H(p).F(p).A(p).B(p)$ est très proche de celui du double intégrateur $\frac{0,028}{p^2}$. Donc $\|H(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\| \approx \frac{0,028}{0,001^2} = 28\,000$

D'autre part il faut que le correcteur à $\omega_c = 0,13 \text{ rad.s}^{-1}$ ait un gain de $-4,13 \text{ dB}$: $\|R(0,13.j)\| = 0,62$

Ce qui signifie que pour $\omega_0 = 0,001 \text{ rad.s}^{-1}$ ou $2.\omega_0$: $\|H(j.\omega).R(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\| > 17\,000$

Donc à ω_0 ou $2.\omega_0$: $\|1 + H(j.\omega).R(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\| \approx \|H(j.\omega).R(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\|$

$$\text{Soit : } \|T(j.\omega)\| \approx \frac{\|H(j.\omega)\|}{\|H(j.\omega).R(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\|} = \frac{1}{\|R(j.\omega).B(j.\omega).F(j.\omega).A(j.\omega)\|}$$

Enfin pour une pulsation proche de $\omega_0 = 0,001 \text{ rad.s}^{-1}$ ou $2.\omega_0$ le gain de $F(p).A(p).B(p) \approx 1$

$$\text{On en déduit : } \|T(j.\omega)\| \approx \frac{1}{\|R(j.\omega)\|}$$

Question 20

Pour un couple perturbateur d'amplitude C_{00} et de pulsation ω_0 ($C_{\text{ext}}(t) = C_{00} \cdot \sin(\omega_0.t)$) on a une réponse temporelle sinusoïdale de pulsation ω_0 (après le régime transitoire) : $\theta(t) = \Theta_{00} \cdot \sin(\omega_0.t + \varphi)$ avec

$$\varphi = \arg(T(j.\omega_0)) \text{ et } \frac{\Theta_{00}}{C_{00}} = \|T(j.\omega_0)\|. \text{ Avec : } \|T(j.\omega_0)\| \approx \frac{1}{\|R(j.\omega_0)\|}$$

$$\text{On a donc l'amplitude de la réponse temporelle : } \Theta_{00} = \frac{C_{00}}{\|R(j.\omega_0)\|}$$

Pour respecter le critère d'écart de pointage, il faut : $\Theta_{00} \leq 0,04^\circ = 6,98 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$

$$\text{Soit : } \|R(j.\omega_0)\| \geq \frac{C_{00}}{6,98 \cdot 10^{-4}} = \frac{30 \cdot 10^{-6}}{6,98 \cdot 10^{-4}} \quad \|R(j.\omega_0)\| \geq 0,043$$

III-C – Synthèse du régulateur

Question 21

On a vu à la question 17 que pour respecter la marge de phase à la pulsation $\omega_c = 0,13 \text{ rad.s}^{-1}$, il faut : $\arg(R(j.\omega_c)) = 55,5^\circ$. Or : $R(p) = \frac{K.(1 + \tau.p)^2}{p}$ donc : $\arg(R(j.\omega_c)) = -90 - 2.\arctan(\tau.\omega_c)$

On doit donc avoir : $\tau = \frac{\tan\left(\frac{90 + 55,5}{2}\right)}{\omega_c}$ Soit : $\tau = 24,8 \text{ s}$

Question 22

De même, on a vu que pour respecter la marge de, il faut : $20.\log \|R(j.\omega_c)\| = -4,13 \text{ dB}$.

Avec : $20.\log \|R(j.\omega_c)\| = 20.\log K - 20.\log \omega_c + 20.\log (1 + (\tau.\omega_c)^2)$

Soit : $20.\log K = -4,13 + 20.\log 0,13 - 20.\log (1 + (24,8 \times 0,13)^2) = -43,0 \text{ dB}$

Soit encore : $K = 10^{-43,0/20} = 7,08.10^{-3}$

Question 23

On a donc : $R(p) = \frac{7,08.10^{-3}.(1 + 24,8.p)^2}{p}$ D'où : $\|R(j.\omega)\| = \frac{7,08.10^{-3}}{\omega} . (1 + (24,8.\omega)^2)$

Soit pour $\omega_0 = 0,001 \text{ rad.s}^{-1}$: $\|R(j.\omega_0)\| = 7,08$ et : $\|R(j.2.\omega_0)\| = 3,55$

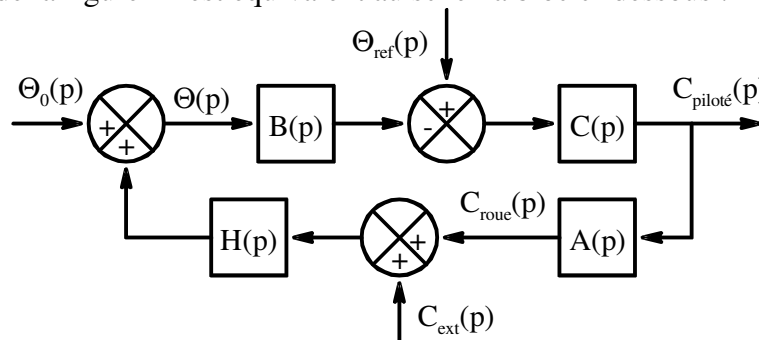
Or pour respecter le critère de pointage on a vu à la question 20 qu'il faut : $\|R(j.\omega)\| \geq 0,043$

Donc avec ce régulateur le critère de pointage du cahier des charges est vérifié.

III-D-1 – Validation de la loi de commande

Question 24

Le schéma bloc de la figure 12 est équivalent au schéma bloc ci-dessous :



Donc pour : $\theta_{ref}(t) = 0$ et : $C_{ext}(t) = 0$ on a : $T_d(p) = \frac{C_{piloté}(p)}{\Theta_0(p)} = \frac{B(p).(-C(p))}{1 - B(p).(-C(p)).A(p).H(p)}$

On obtient donc : $T_d(p) = \frac{-B(p).C(p)}{1 + B(p).C(p).A(p).H(p)}$

$C_{pa}(t) = C_{piloté}(t + \tau)$ Donc dans le domaine de Laplace : $C_{pa}(p) = C_{piloté}(p).e^{\tau_1.p}$ avec $\tau_1 = 0,7 \text{ s}$

Or $B(p) = e^{-0,7.p}$ Donc : $C_{pa}(p) = C_{piloté}(p).e^{\tau.p} = \frac{C_{piloté}(p)}{B(p)}$ D'où : $\frac{C_{pa}(p)}{\Theta_0(p)} = \frac{C_{piloté}(p)}{B(p).\Theta_0(p)} = \frac{T_d(p)}{B(p)}$

On en déduit donc : $\frac{C_{pa}(p)}{\Theta_0(p)} = \frac{-C(p)}{1 + B(p).C(p).A(p).H(p)}$

Question 25

De l'expression précédente on a : $C_{pa}(p) = \Theta_0(p) \cdot \frac{-C(p)}{1 + B(p) \cdot C(p) \cdot A(p) \cdot H(p)}$ avec : $\Theta_0(p) = \frac{\Theta_0}{p}$

Donc : $p \cdot C_{pa}(p) = \frac{-C(p) \cdot \Theta_0}{1 + B(p) \cdot C(p) \cdot A(p) \cdot H(p)}$

D'autre part on a également : $B(p) = e^{-0,7 \cdot p}$ donc : $\lim_{p \rightarrow \infty} B(p) = 0$

$A(p) = \frac{1}{1 + p/0,87} \cdot e^{-0,7 \cdot p}$ Donc : $\lim_{p \rightarrow \infty} A(p) = 0$ $H(p) = \frac{0,028}{p^2}$ donc : $\lim_{p \rightarrow \infty} H(p) = 0$

Enfin : $C(p) = \frac{K \cdot (1 + \tau \cdot p)^2}{p} \cdot \frac{1}{1 + 1,5 \cdot p} = \frac{K \cdot \left(\frac{1}{p} + \tau\right)^2}{\frac{1}{p} + 1,5}$ donc : $\lim_{p \rightarrow \infty} C(p) = \frac{K \cdot \tau^2}{1,5}$

Donc on a : $\lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot C_{pa}(p) = \frac{-K \cdot \tau^2 \cdot \Theta_0}{1,5}$

Or d'après le théorème de la valeur initiale : $\lim_{t \rightarrow 0} C_{pa}(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot C_{pa}(p) = \frac{-K \cdot \tau^2 \cdot \Theta_0}{1,5}$

Donc : $C_{pilote}(\tau_1) = C_{pa}(0) = \frac{-K \cdot \tau^2 \cdot \Theta_0}{1,5} = \frac{-7,08 \cdot 10^{-3} \times 24,8^2 \times 20 \cdot \frac{\pi}{180}}{1,5}$

Soit : $C_{pilote}(\tau_1) = -1,013 \text{ N.m}$

Question 26

De la relation obtenue à la question 13 on obtient : $\omega_{r \text{ Max}}(t) = -\frac{I_y}{I_{ry}} \cdot \dot{\theta}_{\text{Max}}$

Or de la figure 13 on en déduit : $\dot{\theta}_{\text{Max}} = -3,1 \text{ deg.s}^{-1} = -\frac{3,1^\circ/\text{s} \times 60 \text{ s/tr}}{360^\circ/\text{tr}} = -0,517 \text{ tr.min}^{-1}$

On en déduit la vitesse maximale de rotation de la roue :

$\omega_{r \text{ Max}}(t) = -\frac{35,7}{4 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,517$ Soit : $\omega_{r \text{ Max}}(t) = 46 \text{ 100 tr.min}^{-1}$

Question 27

Le cahier des charges impose que pour l'actionneur la roue de réaction on ait :

$|C_{\text{Max}}| \leq 0,005 \text{ N.m}$ et : $|\Omega_{\text{Max}}| \leq 2 \text{ 800 tr.min}^{-1}$

Or : $C_{pa}(\tau_1) = 1,016 \text{ N.m}$ et : $\omega_{r \text{ Max}} = 46 \text{ 100 tr.min}^{-1}$

Donc le cahier des charges ne peut pas être vérifié par un dépointage initial de 20°.

III-D-2 – Amélioration des performances vis-à-vis du dépointage initial**Question 28**

Pour : $|\Delta\theta| > 0,3^\circ$, on a : $C_{pilote}(p) = -R_1(p) \cdot (b_v \cdot \text{sgn}(\Delta\theta) + p \cdot \Theta(p))$ donc on fait un pilotage en multipliant par $R_1(p)$ par le terme $p \cdot \Theta(p)$ qui est la transformée de Laplace de $\dot{\theta}(t)$.

On fait donc une régulation en fonction de $\dot{\theta}(t)$ qui est la vitesse de rotation du satellite.

Donc on a bien une régulation en vitesse de rotation du satellite de consigne $\theta_c(t)$.

Question 29

Avec le même raisonnement qu'à la question 26 on en déduit qu'il faut une consigne maximale telle que :

$$|\omega_{r \text{ Max}}(t)| = \frac{I_y}{I_{ry}} \cdot |\dot{\theta}_c \text{ Max}| \quad \text{Soit :} \quad |\dot{\theta}_c \text{ Max}| = \frac{I_{ry}}{I_y} \cdot |\omega_{r \text{ Max}}(t)| = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{35,4} \cdot 2\,800 \text{ tr/min} \cdot \frac{360 \text{ deg/tr}}{60 \text{ s/min}}$$

Par conséquent : $|\dot{\theta}_c \text{ Max}| = 0,190 \text{ deg.s}^{-1}$

Question 30

A- Les quatre courbes montrent bien les deux phases de correction :

- ☞ Pour $t < 1\,350 \text{ s}$ on a bien une régulation en vitesse avec une consigne de $|\dot{\theta}_c| = 0,015 \text{ °/s}$ qui est la pente de l'attitude $\theta(t)$
- ☞ Pour $t > 1\,350 \text{ s}$ on a une régulation en position avec une consigne constante $\theta_c = 0$

B- ☞ On voit que la vitesse maximale de la roue de réaction est de $34 \text{ rad.s}^{-1} = 325 \text{ tr.min}^{-1}$. Ce qui vérifie le cahier des charges $|\omega_{r \text{ Max}}| \leq 2\,800 \text{ tr.min}^{-1}$.

- ☞ On voit que le couple maximal de la roue de réaction est de $0,9 \text{ mN.m} = 0,0009 \text{ N.m}$. Ce qui vérifie le cahier des charges : $|C_{\text{pilote}}|_{\text{Max}} \leq 0,005 \text{ N.m}$

III-D-3 – Analyse des performances vis-à-vis d'un couple perturbateur constant**Question 31**

Le régulateur $R(p) = \frac{K \cdot (1 + \tau \cdot p)^2}{p}$ introduit un intégrateur dans la FTBO en amont de la perturbation.

Donc l'écart en régime permanent en réponse à un couple perturbateur constant est nul.

Question 32

En régime permanent, $H(p)$ étant un double intégrateur, on a : $C_{\text{roue}} + C_{\text{ext}} = 0$. Donc $C_{\text{roue}} = -C_{\text{ext}}$.

Si on applique le TMD à la roue en projection sur son axe de rotation on obtient :

$$C_{\text{roue}}(t) = I_{ry} \cdot \dot{\omega}_r(t) = C_0$$

Donc pour C_0 constant la vitesse de la roue va augmenter de manière constante. On aura donc :

$$\omega_r(t) = \frac{C_0}{I_{ry}} \cdot t$$

La valeur absolue de ω_r étant limitée à $2\,800 \text{ tr.min}^{-1}$. A une certaine date T on aura une saturation de l'actionneur qui ne pourra plus exercer de couple sur le satellite.

Cette durée T sera de : $T = \frac{I_{ry}}{C_0} \cdot |\omega_{r \text{ Max}}| \quad T = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{10^{-6}} \cdot \frac{2\,800 \times 2 \cdot \pi}{60} = 1,17 \cdot 10^5 \text{ s} = 32,6 \text{ h}$

Question 33

Les magnéto-coupleurs permettent d'exercer un couple qui viendra s'opposer au couple de perturbation et permettra ainsi de ne pas arriver à une saturation des actionneurs.

L'action des magnéto-coupleurs est cependant périodique de période $\frac{\pi}{\omega_0}$ correspondant à la pulsation de variation du champ magnétique terrestre dont l'orientation varie en fonction de la position du satellite par rapport aux pôles de la terre.