

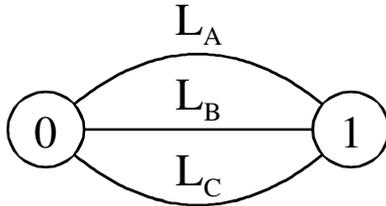
**PSI 2023-2024      DS N°3 : Cellule d'assemblage Falcon      Corrigé**

**Partie 1 : Choix du robot**

**2- Etude de la liaison plateforme (1) / Sol (0)**

**Question 1**

Graphes de structure



**Question 2**

Caractéristiques des liaisons

**LA : Rotule de centre A**

**LB : Ponctuelle ou sphère-plan de normale (B,  $\vec{y}_P$ )**

**LC : Linéaire annulaire d'axe (C,  $\vec{z}_P$ )**

**Question 3**

Raisonnement avec les torseurs cinématiques

On note respectivement :  $\{\mathcal{V}_A\}$ ,  $\{\mathcal{V}_B\}$ ,  $\{\mathcal{V}_C\}$ , les torseurs cinématiques des liaisons de centre A, B et C. Ainsi que  $\{\mathcal{V}_{Eq}\}$  le torseur cinématique de la liaison équivalente à ces trois liaisons. On a la forme de

ces torseurs dans la base  $(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P)$  :

$$\{\mathcal{V}_A\} = \begin{matrix} A \\ \begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \{\mathcal{V}_B\} = \begin{matrix} B \\ \begin{pmatrix} \omega_x & V_x^B \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^B \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \{\mathcal{V}_C\} = \begin{matrix} C \\ \begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^C \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Sachant que :  $\vec{AC} = L \cdot \vec{z}_P$       On en déduit :

$$\{\mathcal{V}_A\} = \begin{matrix} C \\ \begin{pmatrix} \omega_x & L \cdot \omega_y \\ \omega_y - L \cdot \omega_x \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} C \\ \begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^C \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Les liaisons de centre A et C étant en parallèle :  $\{\mathcal{V}_A\} = \{\mathcal{V}_C\} = \{\mathcal{V}_{Eq}\}$  on a :  $\omega_x = \omega_y = V_z^C = 0$

D'autre part :  $\vec{AB} = \ell \cdot \vec{x}_P + \frac{L}{2} \cdot \vec{z}_P$       Donc :

$$\{\mathcal{V}_A\} = \begin{matrix} B \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \ell \cdot \omega_z \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} B \\ \begin{pmatrix} 0 & V_x^B \\ 0 & 0 \\ \omega_z & V_z^B \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Les liaisons de centre A et B étant en parallèle :  $\{\mathcal{V}_A\} = \{\mathcal{V}_B\} = \{\mathcal{V}_{Eq}\}$  on a :  $\omega_z = V_x^B = V_z^B = 0$

**D'où la liaison équivalente :  $\{\mathcal{V}_{Eq}\} = \begin{matrix} B \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$  qui est donc une liaison encastrement.**

Raisonnement avec les torseurs sthéniques

On note respectivement :  $\{\mathcal{F}_A\}$ ,  $\{\mathcal{F}_B\}$ ,  $\{\mathcal{F}_C\}$ , les torseurs sthéniques des liaisons de centre A, B et C. Ainsi que  $\{\mathcal{F}_{Eq}\}$  le torseur sthéniques de la liaison équivalente à ces trois liaisons. On a la forme de ces

torseurs dans la base  $(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P)$  :

$$\{\mathcal{F}_A\} = \begin{matrix} A \\ \begin{pmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \{\mathcal{F}_B\} = \begin{matrix} B \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \{\mathcal{F}_C\} = \begin{matrix} C \\ \begin{pmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Sachant que :  $\vec{AC} = L \cdot \vec{z}_P$     et :     $\vec{AB} = \ell \cdot \vec{x}_P + \frac{L}{2} \cdot \vec{z}_P$     on en déduit :

$$\{\mathcal{F}_B\} = \begin{matrix} A \\ \begin{pmatrix} 0 & -(L/2) \cdot Y_B \\ Y_B & 0 \\ 0 & \ell \cdot Y_B \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \text{et :} \quad \{\mathcal{F}_C\} = \begin{matrix} A \\ \begin{pmatrix} X_C - L \cdot Y_C \\ Y_C & L \cdot X_C \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Les liaisons de centre A, B et C étant en parallèle :  $\{\mathcal{F}_{Eq}\} = \{\mathcal{F}_A\} + \{\mathcal{F}_B\} + \{\mathcal{F}_C\}$

**D'où la liaison équivalente :  $\{\mathcal{F}_{Eq}\} = \begin{matrix} A \\ \begin{pmatrix} X_A + X_C & -(L/2) \cdot Y_B - L \cdot Y_C \\ Y_A + Y_B + Y_C & L \cdot X_C \\ Z_A & \ell \cdot Y_B \end{pmatrix} \end{matrix}$**

**qui est donc une liaison encastrement.**

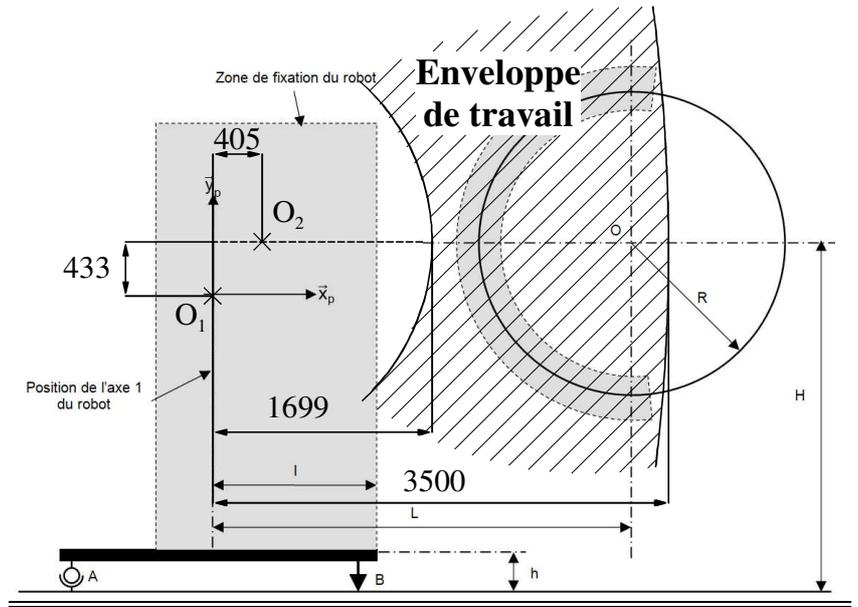
**3- Choix du robot**

**Question 4**

Les distances  $L_1$  et  $L_2$  (Voir les données complémentaires de l'annexe 5) permettent de positionner le robot.

Les dimensions des enveloppes de travail (Voir la documentation ABB de l'annexe 5) montrent que :

**Seul le robot IRB 7600-150/3.50 (le plus grand) permet de couvrir l'ensemble de la zone à couturer.**



**Partie 2 : Etude de l'assemblage**

**2- Données**

**Question 5**

L'effort de perçage peut être déterminé par le modèle :  $F = K' \cdot K_C \cdot R \cdot f$  Le tableau de l'annexe 6 permet alors de calculer l'effort pour les 4 cas correspondant aux 4 essais :

Cas 1 :  $F = 0,5 \times 750 \times \frac{5}{2} \times 0,16 = 150 \text{ N}$

Cas 2 :  $F = 0,5 \times 750 \times \frac{6}{2} \times 0,20 = 225 \text{ N}$

Cas 3 :  $F = 0,4 \times 1\,750 \times \frac{5}{2} \times 0,24 = 420 \text{ N}$

Cas 4 :  $F = 0,5 \times 1\,750 \times \frac{5}{2} \times 0,20 = 656,25 \text{ N}$

**Question 6**

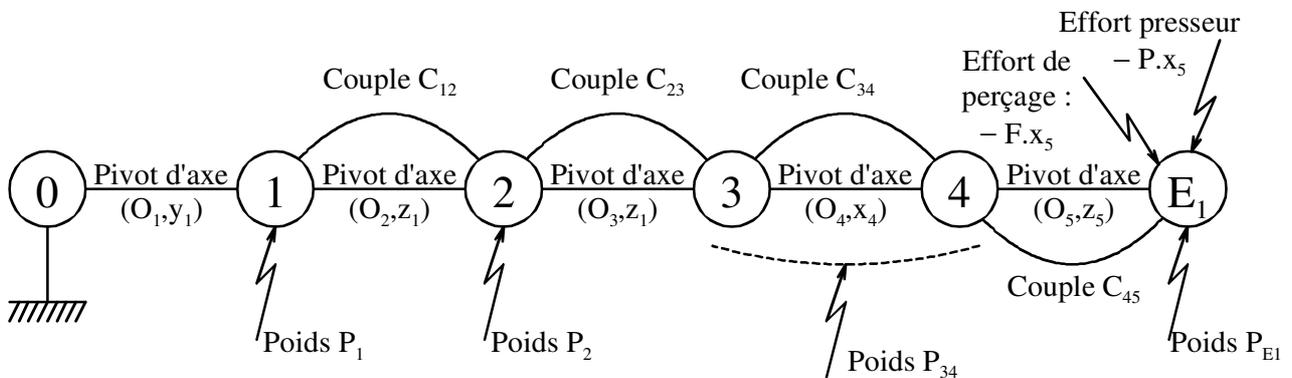
**Le cas le plus défavorable (Donnant l'effort le plus important) est donc le cas 4.**

**Cependant pour le couple moteur, cet effort s'opposant au poids du robot le plus défavorable (Donnant l'effort le plus faible) sera le cas 1**

**3- Validation des caractéristiques du robot**

**Question 7**

Graphe de structure



**Question 8**

**On voit immédiatement qu'il faut pour déterminer  $C_{12}$  isoler l'ensemble  $\Sigma = \{2, 3, 4, E1\}$ .**

**Question 9**

On isole  $\Sigma = \{2, 3, 4, E_1\}$  les actions mécaniques extérieures s'appliquant sur ce système sont :

- ☞ Action due à la liaison pivot d'axe  $(O_2, \vec{z}_1)$  dont le moment en  $O_2$  projeté sur  $\vec{z}_1$  est nul.
- ☞ Couple moteur appliquée sur 1 de vecteur  $\vec{C}_{12} = C_{12} \cdot \vec{z}_1$
- ☞ Poids de 2 : Force  $\vec{P}_2 = -M_2 \cdot g \cdot \vec{y}_1$  appliquée sur 2 en  $G_2$ .
- ☞ Poids de 3-4 : Force  $\vec{P}_{34} = -M_{34} \cdot g \cdot \vec{y}_1$  appliquée sur {3-4} en  $G_3$ .
- ☞ Poids de  $E_1$  : Force  $\vec{P}_{E1} = -M_{E1} \cdot g \cdot \vec{y}_1$  appliquée sur  $E_1$  en  $G_5$ .
- ☞ Effort de perçage du tronçon sur  $E_1$  : Force  $\vec{F} = -F \cdot \vec{x}_5$  appliquée sur  $E_1$  en P.
- ☞ Effort presseur du tronçon sur  $E_1$  : Force  $\vec{P} = -P \cdot \vec{x}_5$  appliquée sur  $E_1$  en P.

**Question 10**

L'action due à la liaison pivot d'axe  $(O_2, \vec{z}_1)$  ayant un moment en  $O_2$  projeté sur  $\vec{z}_1$  nul , on applique un **Théorème du Moment Dynamique (ou statique) en  $O_2$  projeté sur l'axe  $\vec{z}_1$** .

**Question 11**

L'application du **Théorème du Moment Dynamique** (ou statique) en  $O_2$  projeté sur l'axe  $\vec{z}_1$  donne :

$$0 + \vec{C}_{12} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O}_2 \vec{G}_2 \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 + \vec{O}_2 \vec{G}_3 \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O}_2 \vec{G}_5 \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O}_2 \vec{P} \wedge \vec{F} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O}_2 \vec{P} \wedge \vec{P} \cdot \vec{z}_1 = 0$$

Calculons chacun des ces moments d'action mécanique : (Sachant que  $\theta_{13} \approx 0$ )

$$\vec{C}_{12} \cdot \vec{z}_1 = C_{12} \cdot \vec{z}_1 \cdot \vec{z}_1 = C_{12}$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_2 \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 = (L_{3x}/2) \cdot \vec{x}_2 \wedge (-M_2 \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} (L_{3x}/2) \cdot \cos \theta_{12} \\ (L_{3x}/2) \cdot \sin \theta_{12} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_2 \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_2 \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 = -M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12}$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_3 \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x}/3) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3] \wedge (-M_{34} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_3 \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x}/3 \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_{34} \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} = -M_{34} \cdot g \cdot \left[ L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right]$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_5 \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x} + L_{5x}) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3 + L_{5G} \cdot \vec{x}_5] \wedge (-M_{E1} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_5 \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x} \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} - L_{5G} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_{E1} \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O}_2 \vec{G}_5 \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = -M_{E1} \cdot g \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

$$\vec{O}_2 \vec{P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x} + L_{5x}) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3 + L_{5P} \cdot \vec{x}_5] \wedge (- (F + P) \cdot \vec{x}_5) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O}_2 \vec{P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x} \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} - L_{5P} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ F + P \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O}_2 \vec{P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = (F + P) \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

On obtient donc (Sachant que  $\theta_{15} = -90^\circ$ ) :

$$C_{12} - M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12} - M_{34} \cdot g \cdot \left[ L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right] - [M_{E1} \cdot g - F - P] \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}] = 0$$

$$C_{12} = M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12} + M_{34} \cdot g \cdot \left[ L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right] + [M_{E1} \cdot g - F - P] \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

Application numérique :  $C_{12} = 8\,427 \text{ N.m}$  (cas 1)  $C_{12} = 7\,137 \text{ N.m}$  (cas 4)

**Question 12**

Le choix du robot est conforme à ce qui est nécessaire car  $C_{12} < 9\,000 \text{ N.m}$

**Partie 3 : Etude de la sélection des fixations**

**2.3- Détermination de l'inertie équivalente**

**Question 13**

L'ensemble des pièces en mouvement est  $\Sigma = \{ \text{Rotor moteur} + \text{Réducteur} + \text{Poulies} + \text{Chariot} \}$ , on en déduit que l'énergie cinétique de ce système dans son mouvement par rapport au bâti 0 est :

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{Red}} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{PM}} \cdot \omega_r^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{PR}} \cdot \omega_r^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2$$

où V est la vitesse de translation du chariot. On a donc :  $V = R_P \cdot \omega_r$ . D'autre part ayant un rapport du réducteur  $\lambda = \frac{\omega_r}{\omega_m}$  on a :  $\omega_r = \lambda \cdot \omega_m$  et  $V = R_P \cdot \lambda \cdot \omega_m$ . On en déduit l'expression de l'énergie cinétique :

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{Red}} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{PM}} \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{PR}} \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot R_P^2 \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2$$

$$S'écrit encore : E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot [J_m + J_{\text{Red}} + J_{\text{PM}} \cdot \lambda^2 + J_{\text{PR}} \cdot \lambda^2 + M \cdot R_P^2 \cdot \lambda^2] \cdot \omega_m^2$$

D'où le moment d'inertie équivalent :  $J_{\text{eq}} = J_m + J_{\text{Red}} + \lambda^2 \cdot (J_{\text{PM}} + J_{\text{PR}} + M \cdot R_P^2)$

**Question 14**

Application numérique :  $J_{\text{eq}} = 6,85 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

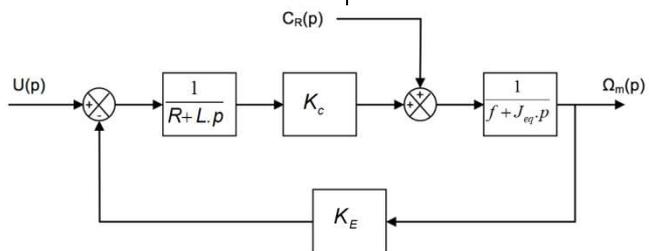
**2.4- Modèle de connaissance du moteur à courant continu**

**Question 15**

On passe les équations de fonctionnement dans le domaine de Laplace :

$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d i(t)}{dt}$ $e(t) = K_E \cdot \omega_m(t)$ $c_m(t) = K_C \cdot i(t)$ $J_{\text{eq}} \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t) = c_m(t) - c_r(t)$	$U(p) = E(p) + (R + L \cdot p) \cdot I(p)$ $E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$ $C_m(p) = K_C \cdot I(p)$ $(F + J_{\text{eq}} \cdot p) \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$	$\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R + L \cdot p}$ $\frac{E(p)}{\Omega_m(p)} = K_E \quad \frac{C_m(p)}{I(p)} = K_C$ $\frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{f + J_{\text{eq}} \cdot p}$
--	---	---

On en déduit le schéma bloc du moteur :



**Question 16**

On en déduit de ce schéma bloc, pour une perturbation nulle ( $C_r(p) = 0$ ) :

$$H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_C}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{\text{eq}} \cdot p)}}{1 + \frac{K_C \cdot K_E}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{\text{eq}} \cdot p)}} = \frac{K_C}{K_C \cdot K_E + R \cdot f + (R \cdot J_{\text{eq}} + L \cdot f) \cdot p + L \cdot J_{\text{eq}} \cdot p^2}$$

Soit sous forme canonique :  $H_M(p) = \frac{\frac{K_C}{K_C \cdot K_E + R \cdot f}}{1 + \frac{R \cdot J_{\text{eq}} + L \cdot f}{K_C \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J_{\text{eq}}}{K_C \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p^2}$

**Question 17**

A partir des valeurs numérique de l'annexe 7 pour  $J_{eq} = 7.10^{-3} \text{ kg.m}^2$  on en déduit :

$$H_M(p) = \frac{0,766}{1 + 1,24.10^{-2}.p + 3,71.10^{-5}.p^2} \quad \text{Fonction de transfert du second ordre :}$$

De gain  $K_M = 0,766 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$       De pulsation propre :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{3,71.10^{-5}}} = 164 \text{ rad.s}^{-1}$

De facteur d'amortissement :  $\xi = \frac{\omega_0}{2}.1,24.10^{-2} = 1,02$

Le facteur d'amortissement étant supérieur à 1 cette fonction de transfert peu s'écrire :

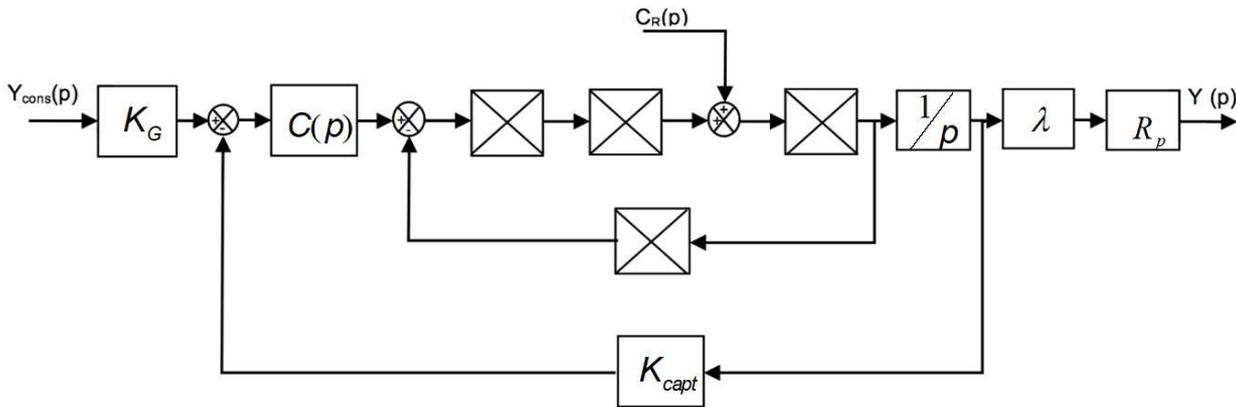
$$H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)} \quad \text{avec : } T_M.T_E = 3,71.10^{-5} \text{ s}^2 \quad \text{et : } T_M + T_E = 1,24.10^{-2} \text{ s}$$

On en déduit :  $T_M = 7,4.10^{-2} \text{ s}$  et :  $T_E = 5,1.10^{-2} \text{ s}$  D'autre part :  $K_M = 0,766 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$

**2.5- Modèle de connaissance de l'asservissement en position**

**Question 18**

De la description de l'asservissement on en déduit son schéma bloc :



**Question 19**

Pour un asservissement avec un fonctionnement normal on doit avoir :  $K_G = \frac{K_{cap}}{\lambda.R_p} = 0,556 \text{ V.m}^{-1}$

**Question 20**

Du schéma bloc de la figure 15 on en déduit la FTBO non corrigée (pour  $C(p) = 1$ ) :

$$H_{BONC}(p) = \frac{K_1.K_2}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}$$

**2.6- Etude des performances avec un correcteur proportionnel**

**Question 21**

Si  $C(p) = K_P$  alors la FTBO corrigée s'écrit :  $H_{BO}(p) = \frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}$

D'où la FTBF corrigée avec ce correcteur :  $H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{\frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}}{1 + \frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}}$

Soit après calcul :  $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_1.K_2.K_P}.p + \frac{T_M + T_E}{K_1.K_2.K_P}.p^2 + \frac{T_M.T_E}{K_1.K_2.K_P}.p^3}$

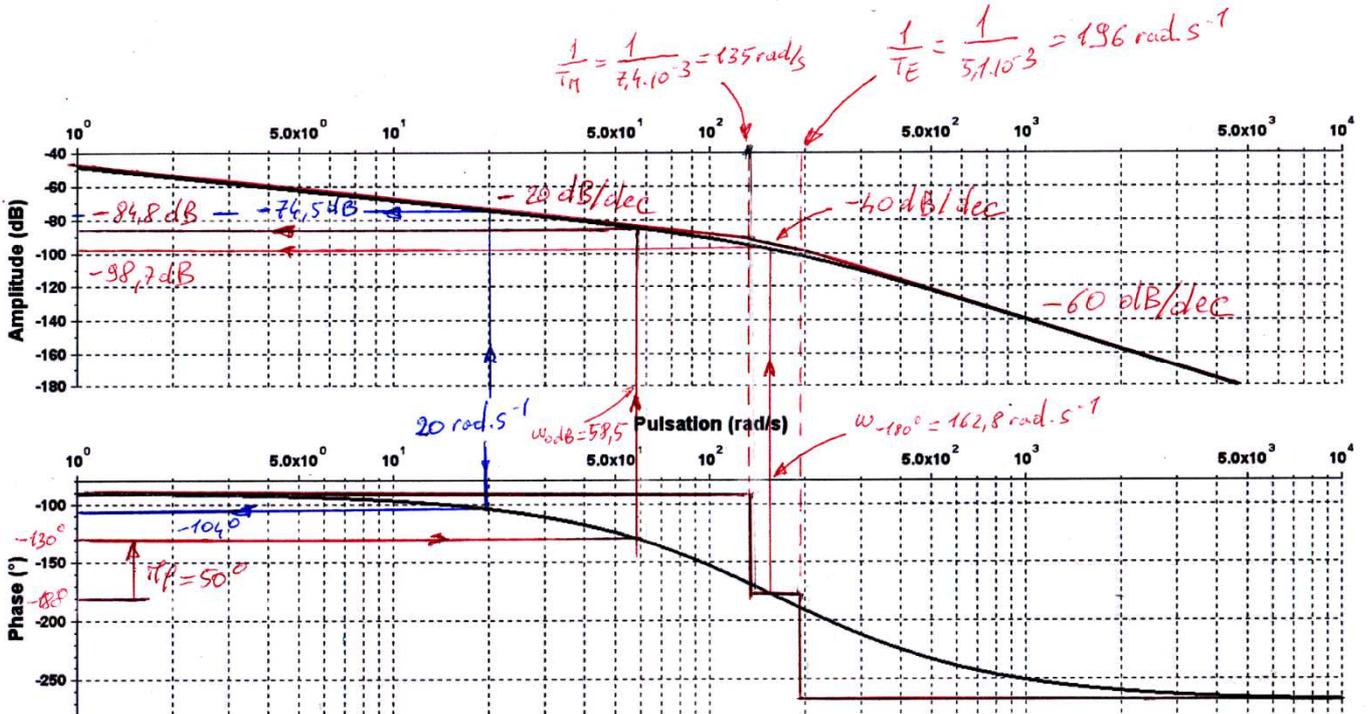
**Question 22**

La FTBO non corrigé s'écrit :  $H_{\text{BONC}}(p) = \frac{3,84 \cdot 10^{-3}}{p} \cdot \frac{1}{1 + 7,4 \cdot 10^{-3} p} \cdot \frac{1}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} p}$

D'où le diagramme de gain avec des asymptotes de pentes de -20 dB/dec, -40 dB/dec et -60 dB/dec

Et le diagramme de phase avec des asymptotes d'ordonnées -90°, -180° et -270°.

Les pulsations de coupure étant à  $\frac{1}{7,4 \cdot 10^{-3}} = 135 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\frac{1}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 196 \text{ rad.s}^{-1}$ .



**Question 23**

Avec un correcteur proportionnel, la courbe de phase n'est pas modifiée et la courbe de gain est translatée verticalement de  $20 \cdot \log K_p$ .

Or pour avoir une marge de phase de  $M_\phi = 50^\circ$  il faut que la phase de la boucle ouverte corrigée soit de  $50 - 180 = -130^\circ$  lorsque le gain de la FTBO corrigée est de 0 dB.

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre que cela est obtenu à une pulsation d'environ  $60 \text{ rad.s}^{-1}$  ( $58,5 \text{ rad.s}^{-1}$  par le calcul). Or par lecture sur le diagramme de gain, on voit qu'à cette pulsation le gain de la FTBO non corrigée est d'environ -85 dB (-84,8 dB par le calcul).

Pour obtenir une marge de phase de  $50^\circ$ , il faut donc translater la courbe de gain de +84,8 dB.

Soit :  $20 \cdot \log K_p = +84,8 \text{ dB} \iff K_p = 10^{\frac{84,8}{20}} = 17\,400 \text{ (S.U)}$

**Question 24**

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre que la phase est de  $-180^\circ$  à la pulsation d'environ  $160 \text{ rad.s}^{-1}$  ( $162,8 \text{ rad.s}^{-1}$  par le calcul). Or par lecture sur le diagramme de gain, on voit qu'à cette pulsation le gain de la FTBO non corrigée est d'environ -100 dB (-98,7 dB par le calcul).

Or en utilisant le gain ci-dessus, la courbe de gain sera translaté de +84,8 dB. Donc avec ce correcteur à cette pulsation de  $\omega_{-180^\circ} = 162,8 \text{ rad.s}^{-1}$  le gain de la FTBO corrigée sera de :  $-98,7 + 84,8 = -13,9 \text{ dB}$ . On en déduit avec ce correcteur une marge de gain de :

**$M_G = +13,9 \text{ dB} > 10 \text{ dB}$  . Donc le critère de marge de gain sera vérifié.**

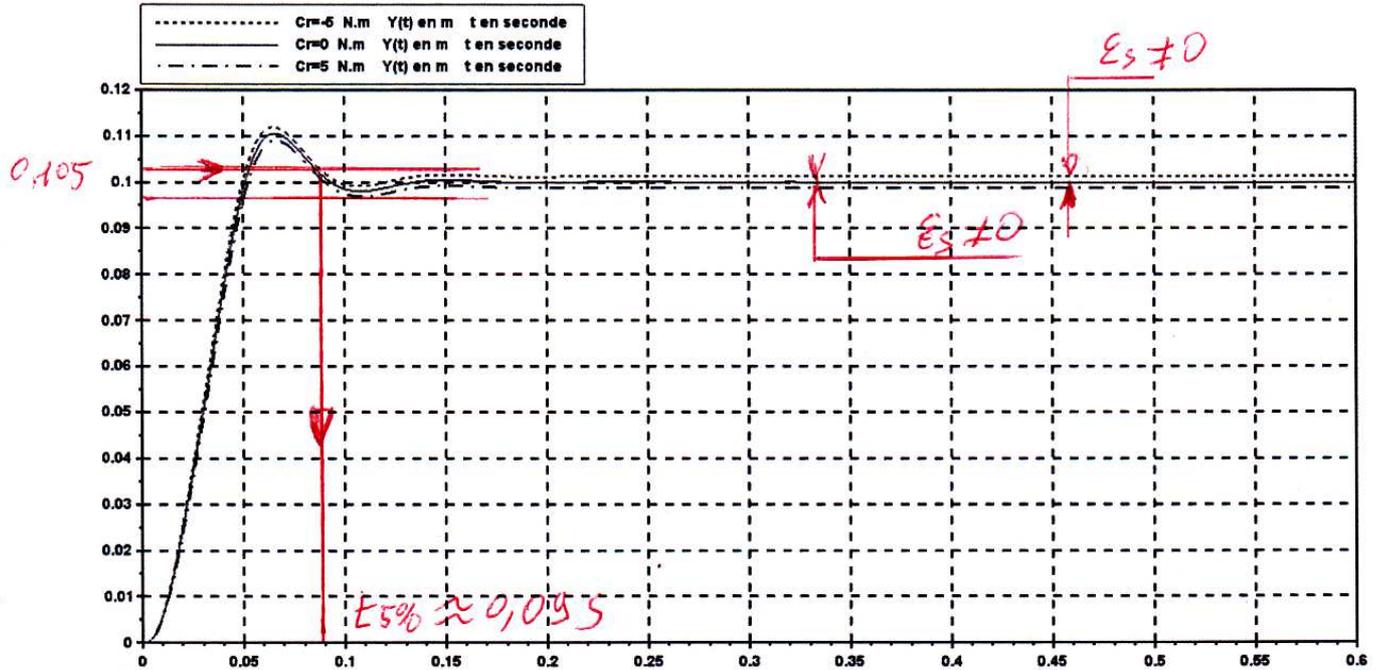
D'autre part comme vu à la question précédente la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO sera avec ce correcteur de :

$\omega_{0dB} = 58,5 \text{ rad.s}^{-1} > 20 \text{ rad.s}^{-1}$  . Donc le critère de pulsation de coupure sera respecté.

**Question 25**

La réponse temporelle nous montre que suivant la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ :  $t_{5\%} = 0,09 \text{ s} < 0,3 \text{ s}$  . Donc le critère de rapidité est respecté.

En revanche cette même réponse temporelle nous montre une erreur statique d'environ  $\pm 1 \text{ mm}$  suivant la valeur de la perturbation. **Donc  $\epsilon_s \neq 0$  Donc le critère de précision n'est pas respecté.**



**Question 26**

A la question 21 on a vu que le gain statique de la FTBF (sans perturbation) est de 1. Donc l'erreur statique sans perturbation est bien nulle. **Si cette erreur est non nulle, cela est dû à la perturbation.**

Cela est confirmé par le fait que la FTBO a bien un intégrateur (erreur statique due à la consigne nulle) mais placé après la perturbation (donc erreur statique due à la perturbation non nulle)

**2.6- Etude des performances avec un correcteur à double étage**

**Question 27**

La phase de la FTBO non corrigée varie de  $-90^\circ$  à  $-270^\circ$  lorsque  $\omega$  varie de 0 à  $+\infty$ . Si on ajoute juste le correcteur intégral  $C_1(p)$  alors cette phase variera de  $-180^\circ$  à  $-360^\circ$ . **Si on utilise pour le second étage  $C_2(p)$  un gain pur ( $C_2(p) = C^{te}$ ) la phase ne sera pas modifiée et donc sera inférieure à  $-180^\circ$  quelque soit la pulsation  $\omega$ . Le système sera donc forcément instable**

**Question 28**

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre qu'à la pulsation de  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$  la phase de cette FTBO est d'environ  $-105^\circ$  (Par le calcul :  $\phi_{BONC}(\omega_{0dB}) = -104^\circ$ ) et le gain d'environ  $-75 \text{ dB}$  (par le calcul :  $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = -74,5 \text{ dB}$ )

Donc pour avoir une marge de phase de  $M_\phi = 50^\circ$  à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$  il faut que :

$G_{dBBNONC}(\omega_{0dB}) + G_{dBC1}(\omega_{0dB}) + G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 0$  et :  $M_\phi = 180^\circ + \phi_{BONC}(\omega_{0dB}) + \phi_{C1}(\omega_{0dB}) + \phi_{C2}(\omega_{0dB})$

On en déduit qu'il faut que :

$G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = -G_{dBBNONC}(\omega_{0dB}) - G_{dBC1}(\omega_{0dB}) = 74,5 + 20 \cdot \log 20$

**$G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 100,5 \text{ dB}$**

$\phi_{C2}(\omega_{0dB}) = M_\phi - 180^\circ - \phi_{BONC}(\omega_{0dB}) - \phi_{C1}(\omega_{0dB}) = 50^\circ - 180^\circ + 104 + 90^\circ$

**$\phi_{C2}(\omega_{0dB}) = 64^\circ$**

**Question 29**

Si on choisi les constantes  $c$  et  $\tau$  telles que la phase est maximale à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$  alors la phase à cette pulsation sera de :  $\varphi_M = \arcsin\left(\frac{c-1}{c+1}\right)$ . Or pour obtenir la marge de phase de  $M_\varphi = 50^\circ$  il faut que la phase de  $C_2(p)$  soit de  $64^\circ$ . On en déduit alors que :

$$c = \frac{1 + \sin 64^\circ}{1 - \sin 64^\circ} = 18,8$$

D'autre part la pulsation où la phase est maximale est de  $\omega_M = \frac{1}{\tau \cdot \sqrt{c}}$  donc pour obtenir cette phase maximale à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$  il faut que :  $\tau = \frac{1}{\omega_{0dB} \cdot \sqrt{c}} = \frac{1}{20 \cdot \sqrt{18,8}}$  Soit :  $\tau = 1,15 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

**Question 29**

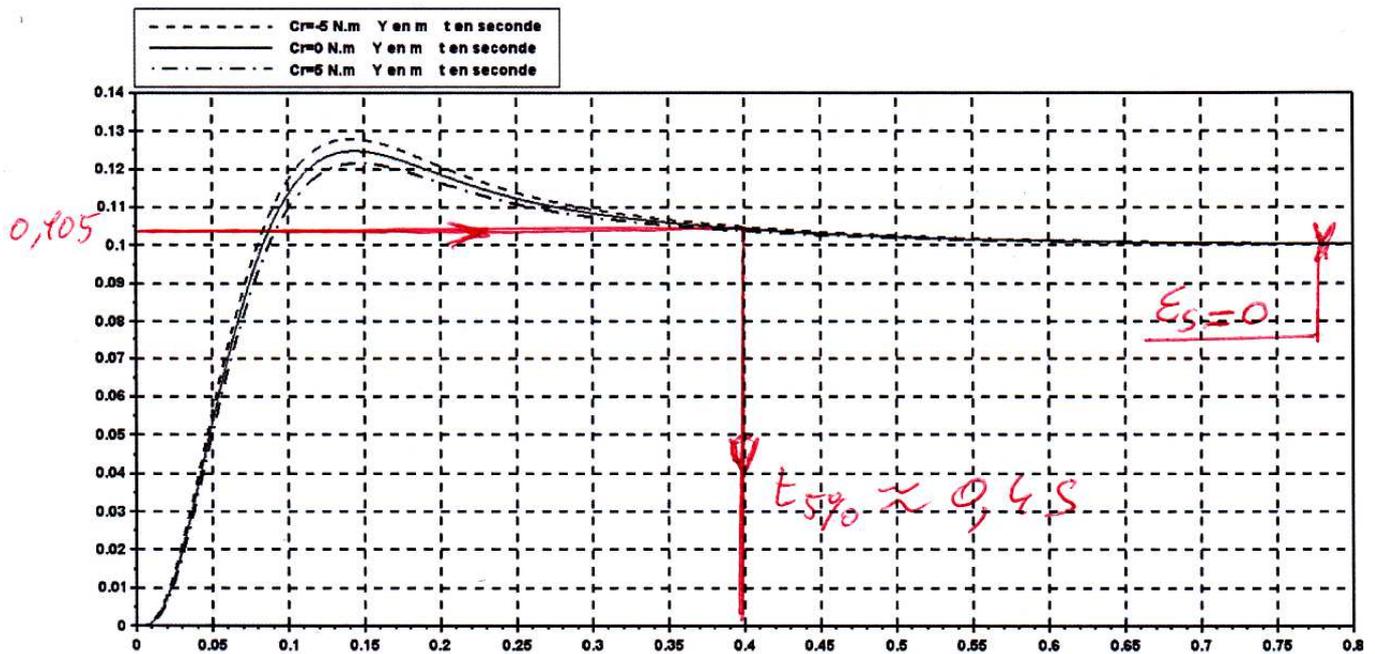
Pour obtenir une marge de phase à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ , il faut que que  $G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 100,5 \text{ dB}$  Or à cette pulsation où la phase est maximale on a :  $G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 20 \cdot \log K + 10 \cdot \log c$

Il faut donc :  $K = 10^{\frac{100,5 - 10 \cdot \log 18,8}{20}} = 24\,400 \text{ s}^{-1}$

**Question 30**

La réponse temporelle nous montre une erreur statique nulle quelque soit la valeur de la perturbation. **Donc  $\epsilon_s = 0$  Donc le critère de précision est respecté.**

En revanche cette réponse temporelle nous montre que quelque soit la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ :  **$t_{5\%} \approx 0,4 \text{ s} > 0,3 \text{ s}$ . Donc le critère de rapidité n'est pas respecté.**



**2.6- Etude des performances avec un correcteur Proportionnel intégral (PI)**

**Question 31**

Etant donné la fonction de transfert de ce correcteur :  $C(p) = \frac{K_{Cor} \cdot (1 + \tau \cdot p)}{p}$

Le gain dynamique du correcteur est de :  $G_{dBC}(\omega) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega + 10 \cdot \log (1 + (\tau \cdot \omega)^2)$

La phase de ce correcteur est de :  $\varphi_C(\omega) = -90^\circ + \arctan(\tau \cdot \omega)$

**Question 32**

Comme pour la question 28 on a pour la FTBO non corrigée à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ , un gain dynamique de  $G_{dB\text{NONC}}(\omega_{0dB}) = -74,5 \text{ dB}$  et une phase de  $\varphi_{\text{BONC}}(\omega_{0dB}) = -104^\circ$

Or pour avoir une marge de phase de  $M_\varphi = 50^\circ$  à  $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$  il faut que :

$$G_{dB\text{NONC}}(\omega_{0dB}) + G_{dB\text{C}}(\omega_{0dB}) = 0 \quad \text{et} : \quad M_\varphi = 180^\circ + \varphi_{\text{BONC}}(\omega_{0dB}) + \varphi_{\text{C}}(\omega_{0dB})$$

On en déduit qu'il faut que :  $G_{dB\text{C}}(\omega_{0dB}) = -G_{dB\text{NONC}}(\omega_{0dB})$   **$G_{dB\text{C}}(\omega_{0dB}) = 74,5 \text{ dB}$**

et :  $\varphi_{\text{C}}(\omega_{0dB}) = M_\varphi - 180^\circ - \varphi_{\text{BONC}}(\omega_{0dB}) = 50^\circ - 180^\circ + 104^\circ$   **$\varphi_{\text{C}}(\omega_{0dB}) = -26^\circ$**

**Question 33**

Ayant :  $G_{dB\text{C}}(\omega) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega + 10 \cdot \log (1 + (\tau \cdot \omega)^2)$  et :  $\varphi_{\text{C}}(\omega) = -90^\circ + \arctan(\tau \cdot \omega)$

Il faut que :  $\tau = \frac{\tan(\varphi_{\text{C}}(\omega_{0dB}) + 90^\circ)}{\omega} = \frac{\tan(90^\circ - 26^\circ)}{20}$  Soit :  **$\tau = 0,10 \text{ s}$**

Il faut aussi que :  $20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega_{0dB} + 10 \cdot \log (1 + (\tau \cdot \omega_{0dB})^2) = G_{dB\text{C}}(\omega_{0dB})$

$$\frac{G_{dB\text{C}}(\omega_{0dB}) + 20 \cdot \log \omega_{0dB} - 10 \cdot \log (1 + (\tau \cdot \omega_{0dB})^2)}{2}$$

Soit :  $K = 10$

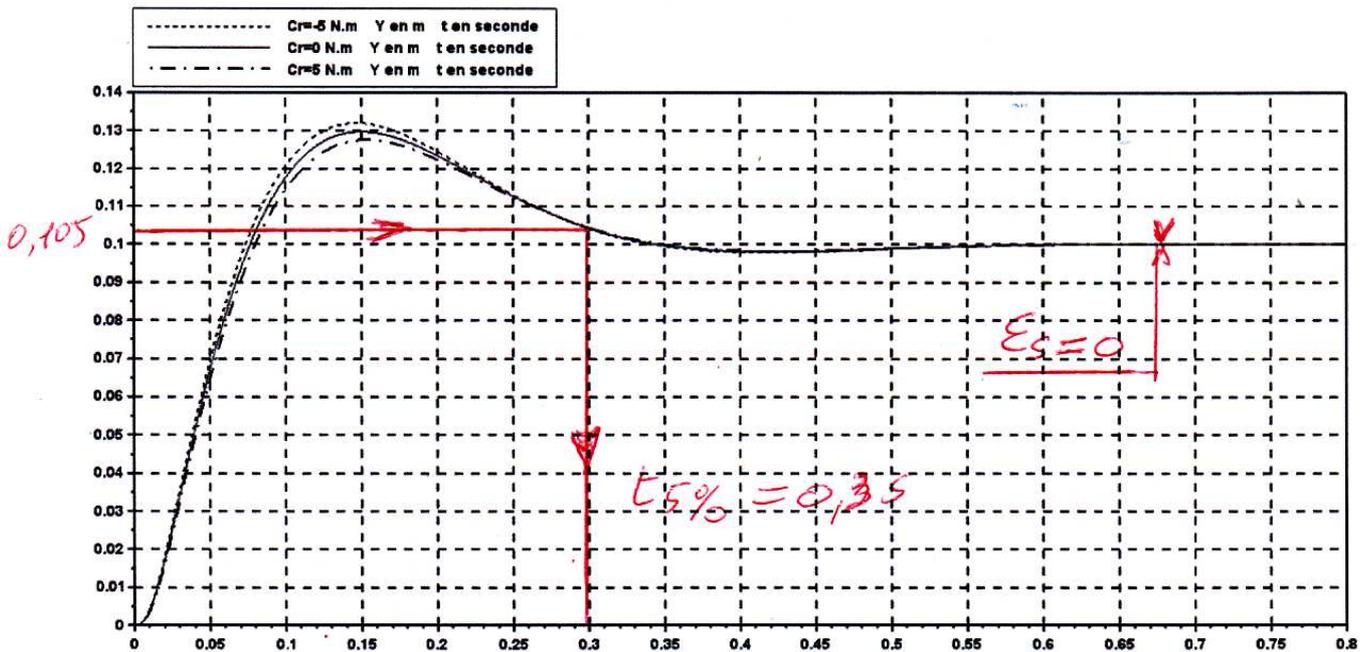
$$K = 10^{\frac{74,5 + 20 \cdot \log 20 - 10 \cdot \log (1 + (0,1 \times 20)^2)}{2}}$$

Soit finalement :  **$K = 47\,500 \text{ s}^{-1}$**

**Question 34**

La réponse temporelle nous montre une erreur statique nulle quelque soit la valeur de la perturbation. **Donc  $\epsilon_s = 0$  Donc le critère de précision est respecté.**

Cette même réponse temporelle nous montre que quelque soit la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ :  **$t_{5\%} \approx 0,3 \text{ s} \leq 0,3 \text{ s}$ . Donc le critère de rapidité est respecté.**



**Question 35**

La FTBO corrigé s'écrit :  $H_{BO}(p) = \frac{3,84 \cdot 10^{-3} \times 47\,500}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + 7,4 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot (1 + 0,1 \cdot p)$

D'où le diagramme de gain avec des asymptotes de pentes de :  $-40 \text{ dB/dec}$ ,  $-20 \text{ dB/dec}$ ,  $-40 \text{ dB/dec}$  et  $-60 \text{ dB/dec}$

Et le diagramme de phase avec des asymptotes d'ordonnées  $-180^\circ$ ,  $-90^\circ$ ,  $-180^\circ$  et  $-270^\circ$ .

Les pulsations de coupure étant à  $\frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $\frac{1}{7,4 \cdot 10^{-3}} = 135 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\frac{1}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 196 \text{ rad.s}^{-1}$ .

