TD4 : Véhicule prototype CLEVER

Présentation du système

Mise en situation et objectif du problème

En 2003, la communauté européenne a proposé de financer un projet de véhicule urbain peu encombrant et émettant peu de CO_2.

En 2006, dix partenaires allemands, français, britanniques et autrichiens regroupant des industriels et des universitaires présentaient le véhicule prototype CLEVER.

Ce véhicule avec un moteur à gaz, a trois roues pour une largeur de seulement 1 mètre.

Cette faible largeur a pour principal inconvénient de faire basculer le véhicule dans les virages. Afin de remédier à cela, l'habitacle du véhicule et la roue avant s'inclinent dans les virages alors que l'essieu arrière et la motorisation reste à l'horizontale.

Dans cette étude, nous nous proposons d'étudier l'inclinaison de l'habitacle. Cette inclinaison est fonction de la vitesse V du véhicule et du rayon de courbure R du virage pris par le véhicule. Ces deux paramètres V et R sont donnés à un calculateur par le capteur de vitesse du véhicule et un capteur de braquage de la roue avant.

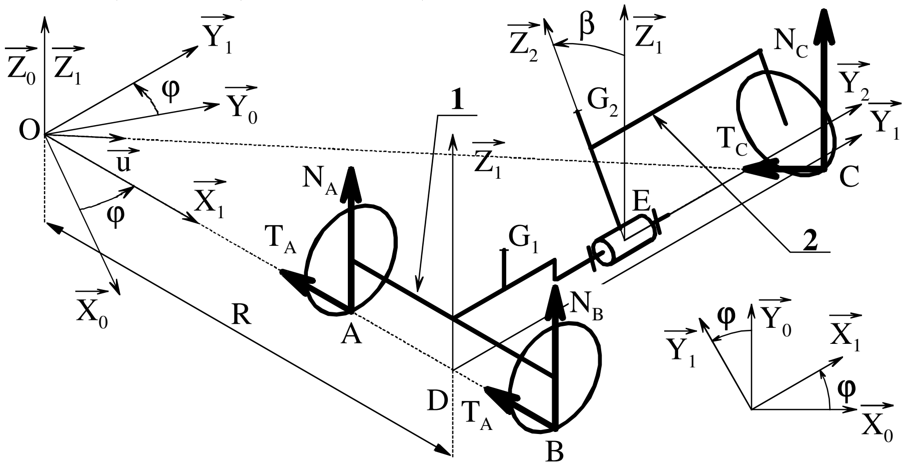
Le calculateur électronique pilote deux vérins hydrauliques qui inclinent l'habitacle par rapport à l'essieu motorisé d'un angle β. Nous allons donc déterminer la loi liant cette inclinaison β à la vitesse V du véhicule et au rayon R de braquage. Loi permettant de réduire le risque de basculement du véhicule.

Modélisation

Le véhicule est assimilé à deux solides : l'essieu motorisé 1 et l'habitacle 2. On pose les repères : $R_0 = (0, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$, $R_1 = (D, \overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Z_1})$ et $R_2 = (E, \overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{Y_2}, \overrightarrow{Z_2})$ liées au sol 0 et aux solides 1 et 2.

☞ L'essieu 1 est liaison avec le sol 0 par deux contacts ponctuels de normales $(A, \overrightarrow{Z_0})$ et $(B, \overrightarrow{Z_0})$.

☞ L'habitacle 2 est en liaison avec le sol 0 par un contact ponctuel de normale $(C, \overrightarrow{Z_0})$. Cet habitacle est lié à l'essieu 1 par une liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{Y_1}) = (E, \overrightarrow{Y_2})$



Le véhicule est dans un virage de rayon R à la vitesse V.

Donc le solide 1 est en rotation par rapport au sol 0 d'axe $(O, \overrightarrow{Z_0})$ tel que si on pose D le milieu du segment [AB] : $\overrightarrow{OD} = R.\overrightarrow{X_1}$ **et :** $\overrightarrow{V_{D\in 1/0}} = V.\overrightarrow{Y_1}$

Hypothèses paramétrage et dimensions

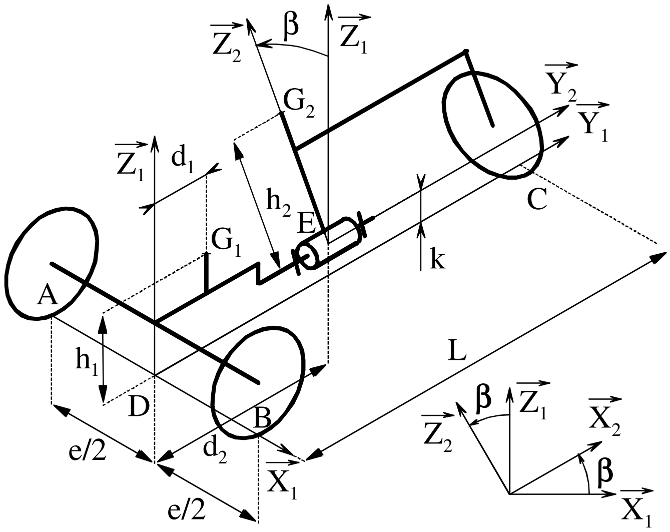
On pose β le paramètre lié à la liaison pivot entre 1 et 2 : $\beta = (\widehat{\overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{X_2}}) = (\widehat{\overrightarrow{Z_1}, \overrightarrow{Z_2}})$. Pour notre étude, on se place dans le cas où **cette inclinaison de l'habitacle β est constante : $\dot{\beta} = 0$**

De même, on suppose que le véhicule est à la vitesse V constante dans un virage de rayon de courbure R constant.

Pour simplifier les calculs on suppose que quelque soit l'inclinaison β le point C reste sur l'axe $(D, \overrightarrow{Y_1})$ où D est le milieu du segment [AB].

On note e et D la voie et l'empâtement du véhicule : $\overrightarrow{DC} = L.\overrightarrow{Y_1}$

$$\overrightarrow{AB} = e.\overrightarrow{X_1}. \qquad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB} = \frac{e}{2}.\overrightarrow{X_1}.$$



Essieu motorisé 1

L'essieu motorisé à une masse m_1 et un centre de gravité G_1 tel que : $\overrightarrow{DG_1} = d_1.\overrightarrow{Y_1} + h_1.\overrightarrow{Z_1}$.

On note : $\overline{\overline{J_D(1)}} = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{R_1}$ sa matrice d'inertie en D exprimée dans R_1.

Cet essieu est lié à l'habitacle 2 par une liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{Y_1})$ avec : $\overrightarrow{DE} = d_2.\overrightarrow{Y_1} + k.\overrightarrow{Z_1}$.

Habitacle 2

L'habitacle a une masse m_2 et un centre de gravité G_2 tel que : $\overrightarrow{EG_2} = h_2.\overrightarrow{Z_2}$.

On note : $\overline{\overline{J_{G2}(2)}} = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{R_2}$ sa matrice d'inertie en G_2 exprimée dans R_2.

Efforts du sol sur les roues.

Le contact entre les roues et le sol se fait avec adhérence. Donc les actions du sol sur les roues en A, B et C ne sont pas des forces verticales $\overrightarrow{F_A}$, $\overrightarrow{F_B}$ et $\overrightarrow{F_C}$ appliquée en A, B et C. Ces forces ont une composante normale et une composante tangentielle transversale parallèle à la roue orientée vers l'intérieure du virage. On a donc (Voir schéma de la page précédente) : $\overrightarrow{F_A} = N_A.\overrightarrow{Z_1} - T_A.\overrightarrow{X_1}$

$\overrightarrow{F_B} = N_B.\overrightarrow{Z_1} - T_B.\overrightarrow{X_1}$ **et :** $\overrightarrow{F_C} = N_C.\overrightarrow{Z_1} - T_C.\overrightarrow{u}$ où : $\overrightarrow{u} = \frac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}.\overrightarrow{X_1} + \frac{R}{\sqrt{L^2+R^2}}.\overrightarrow{Y_1}$

Travail demandé

1- Cinématique et géométrie des masses

1.1- Donner en fonction de V et R, les coordonnées dans le repère R_1 de $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ le taux de rotation de l'essieu 1 par rapport au sol 0. En déduire les coordonnées dans le repère R_1 puis dans le repère R_2 de $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$ le taux de rotation de l'habitacle 2 par rapport au sol 0.

1.2- Etant donné la forme de l'habitacle et de l'essieu motorisé, on peut supposer que ces solides sont symétriques par rapport au plan $(D, \overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Z_1})$ pour l'essieu 1 et $(G_2, \overrightarrow{Y_2}, \overrightarrow{Z_2})$ pour l'habitacle 2. En déduire la forme simplifiée des matrices d'inertie $\overline{\overline{J_D(1)}}$ dans R_1 en D et $\overline{\overline{J_{G2}(2)}}$ dans R_2 en G_2.

1.3- Déterminer l'expression dans la base R_1 de $\overrightarrow{\Gamma_{G2\in 2/0}}$ le vecteur accélération du centre d'inertie G_2 de l'habitacle 2.

2- Cinétique de l'habitacle 2

2.1- Calculer, en fonction de V, R, β et des caractéristiques dimensionnelles et de géométrie des masses du véhicule, les composantes au point D du moment cinétique du solide 2 dans son mouvement par rapport au sol 0 : $\overrightarrow{\sigma_D(2/0)}$.

2.2- En déduire la projection sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ du moment dynamique au point D du solide 2 dans son mouvement par rapport au sol 0 : $\overrightarrow{\delta_D(2/0)}.\overrightarrow{Y_1}$.

Pour cela on peut utiliser la relation de Bour ou la propriété de dérivation d'un produit scalaire :

$$\forall \text{ le repère R et les vecteurs } \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} : \frac{d\,\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}}{dt} = \left(\frac{d\,\overrightarrow{u}}{dt}\right)_R.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}.\left(\frac{d\,\overrightarrow{v}}{dt}\right)_R$$

2.3- On fait l'hypothèse que la hauteur h_2 est négligeable devant R le rayon de courbure du virage (mais pas devant k). En déduire l'expression simplifiée de $\overrightarrow{\delta_D(2/0)}.\overrightarrow{Y_1}$.

3- Cinétique de l'essieu motorisé 1

3.1- Calculer, en fonction de V, R et des caractéristiques dimensionnelles et de géométrie des masses du véhicule, les composantes au point D du moment cinétique du solide 1 dans son mouvement par rapport au sol 0 : $\overrightarrow{\sigma_D(1/0)}$.

3.2- En déduire la projection sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ du moment dynamique au point D du solide 1 dans son mouvement par rapport au sol 0 : $\overrightarrow{\delta_D(1/0)}.\overrightarrow{Y_1}$.

Pour cela vous utiliserez la propriété de dérivation d'un produit scalaire : $\forall$ le repère R et les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$: $\frac{d\,\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}}{dt} = \left(\frac{d\,\overrightarrow{u}}{dt}\right)_R.\overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}.\left(\frac{d\,\overrightarrow{v}}{dt}\right)_R$ ainsi que celle du produit mixte : $\forall$ les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$: $\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{v}.\overrightarrow{w} = \overrightarrow{w}\wedge\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}\wedge\overrightarrow{w}.\overrightarrow{u}$

4- Application du principe fondamentale de la dynamique

4.1- Après avoir fait un bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur le véhicule, écrire l'équation issue du théorème du moment dynamique en D projeté sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$.

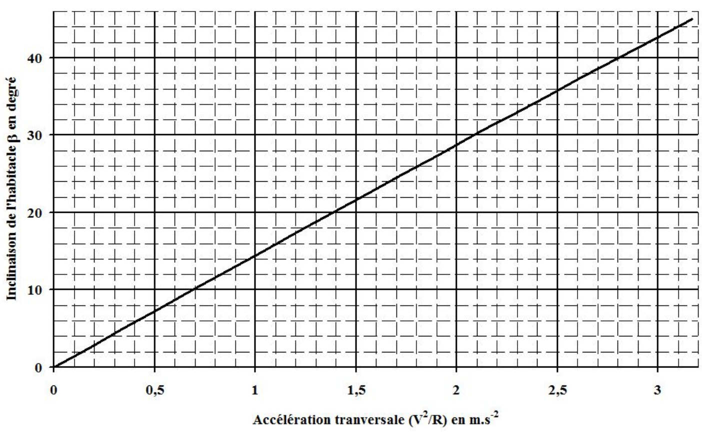
4.2- Le constructeur du véhicule souhaite de limiter les risques de basculement du véhicule vers l'intérieur ou l'extérieur du virage. Pour cela il souhaite avoir une inclinaison β permettant d'égaliser les composantes normales des deux contacts en A et B entre le sol et les roues de l'essieu arrière $N_A = N_B$.
En déduire dans ce cas l'expression de l'accélération transversale du véhicule V^2/R en fonction de m_1, m_2, k, h_1, h_2 et β.

4.3- Pour un véhicule chargé on a : $m_1 = 210$ kg , $m_2 = 295$ kg , $A_2 = 150.\text{kg.m}^2$ et $C_2 = 130.\text{kg.m}^2$

On a également les dimensions :

k = 0,16 m , $h_1 = 0{,}4$ m et $h_2 = 0{,}3$ m.

Ces données numériques permettent de tracer l'accélération transversale V^2/R en fonction de l'inclinaison β permettant de limiter au mieux les risques de basculement. Voir courbe ci-contre.



a- Le véhicule roule à 50 km/h dans un virage d'échangeur autoroutier dont la courbure est de 80 m. Quel sera l'inclinaison du véhicule ?

b- L'inclinaison maximale de l'habitacle est de 45°. A qu'elle vitesse maximale le véhicule peut-il prendre ce virage en limitant les risques de basculement ?