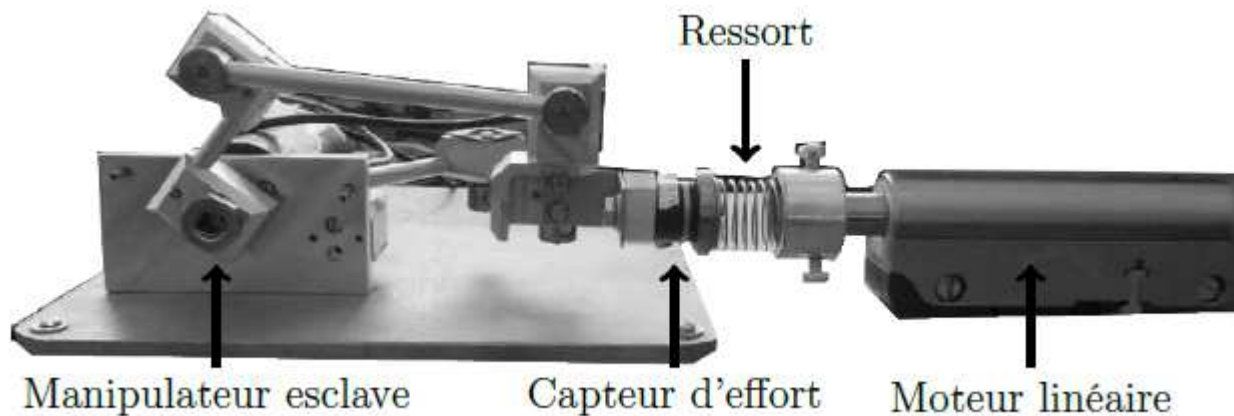


Sciences Industrielles de l'Ingénieur
DS N°4 : Sujet A

Téléchirurgie robotisée
au contact d'organes mobiles

Consignes pour la réalisation du sujet

Ce sujet correspond à l'épreuve d'SII du concours CCINP – PSI - 2016
Sujet largement modifié.



Vous répondrez à toutes les questions de l'énoncé
sur feuille de copie

Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

I.1 Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

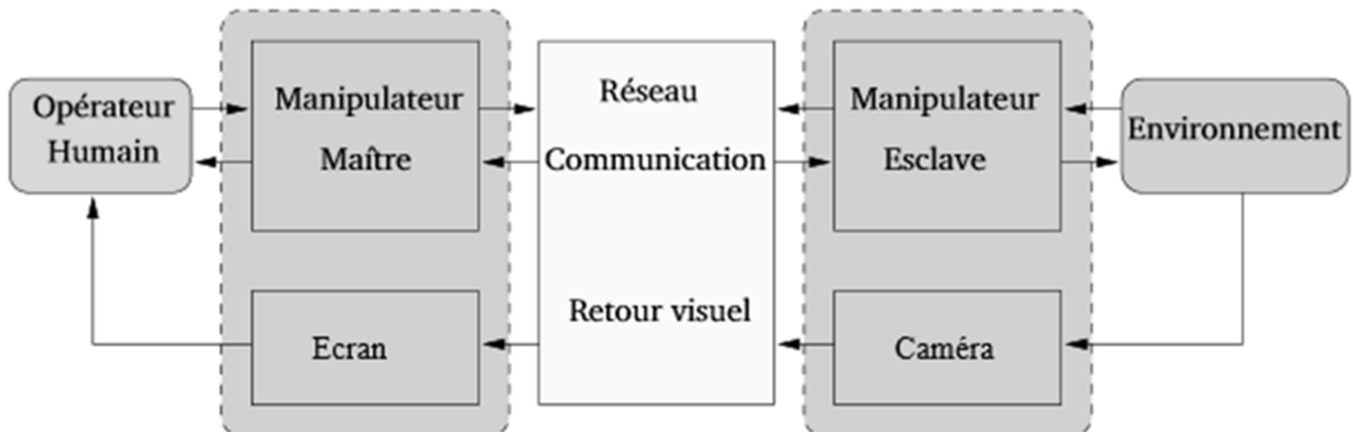


Figure 1 – Schéma de principe de la téléopération

Le cas d'utilisation étudié dans ce sujet est la téléopération sur organe mobile. Lors d'une opération, les organes sont soumis à des mouvements induits notamment par la respiration et les battements cardiaques. Lorsque le champ visuel est réduit, ces mouvements apportent une gêne au praticien qui doit les compenser manuellement.

I.2 Nécessité d'un retour haptique

Les dispositifs présentés et utilisés jusqu'à ce jour dans les hôpitaux sont des systèmes de téléopération unilatéraux : c'est-à-dire que l'information (généralement une position) ne circule que du maître vers l'esclave. Dans ce cas, le manipulateur maître est généralement passif car il ne dispose d'aucune information sur l'environnement manipulé. De ce fait, il est très difficile d'évaluer l'effort appliqué aux organes. Le chirurgien ne peut s'appuyer que sur le retour visuel, sa connaissance anatomique et son expérience pour opérer.

Différentes études ont démontré qu'il était beaucoup plus facile de réaliser certaines tâches quand l'utilisateur dispose d'informations haptiques⁽¹⁾. Certains gestes de chirurgie, comme la dissection des tissus (25 % à 35 % du temps d'opération), ont été particulièrement analysés. Les résultats ont montré que le retour de force permet de limiter l'intensité et la durée des pics d'effort sur l'organe opéré.

Contrairement aux systèmes de téléopération unilatéraux qui peuvent être vus comme une succession de systèmes en boucle ouverte, les différents éléments des systèmes bilatéraux sont reliés par des boucles de contre-réaction et nécessitent une attention particulière (stabilité, précision, temps de réponse...).

(1). Le terme haptique est utilisé pour désigner le retour d'effort au sens kinesthésique mais également au sens tactile.

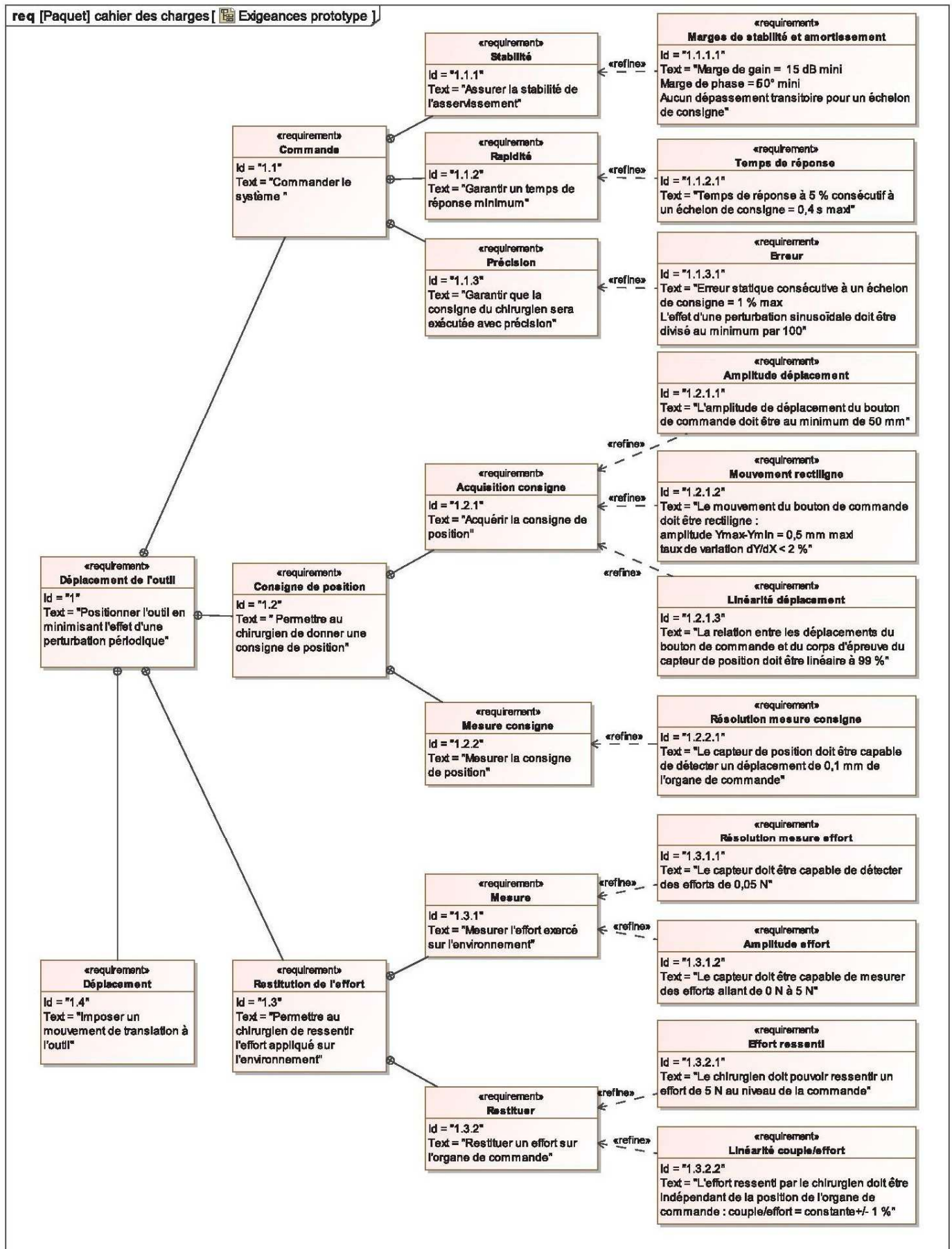


Figure 2 – Diagramme des exigences : CAHIER DES CHARGES

I.3 Problème posé

Les effets du mouvement cardiaque sont négligeables lorsque la zone d'intérêt ne se situe pas dans le voisinage du coeur. En revanche, les effets du mouvement respiratoire se propagent sur une grande partie des organes tels que les poumons, le diaphragme, le foie, les reins et le pancréas. Ils occasionnent une gêne importante en chirurgie abdominale.

Le dispositif expérimental étudié dans le sujet est réalisé à partir de 2 interfaces haptiques à 1 degré de mobilité.

Objectif

L'objectif de cette étude est de concevoir et valider une commande permettant de rejeter une perturbation périodique.

I.4 Démarche de résolution

1. Modélisation cinématique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre le déplacement simulé et le déplacement souhaité du levier de commande.
2. Modélisation statique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre l'effort simulé et l'effort souhaité sur le levier de commande.
3. Modélisation du comportement dynamique de l'esclave afin de choisir une commande adaptée.
4. Modélisation de la commande sans correction.
5. Détermination d'un correcteur pour la commande de l'esclave.

II Modélisation du manipulateur maître

II.1 Diagramme de blocs internes

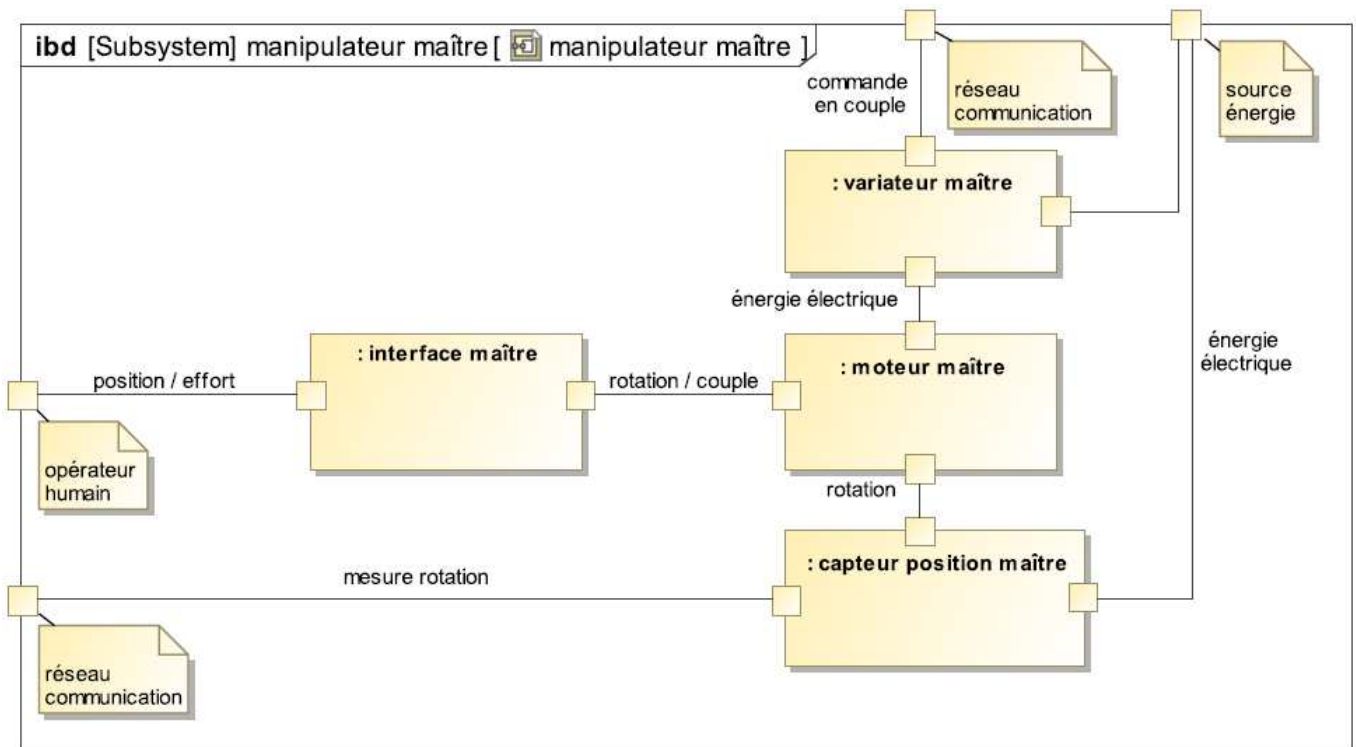


Figure 3 – Diagramme de blocs internes du manipulateur maître

Le manipulateur maître est constitué de :

- ☞ Une interface (mécanisme de HOEKEN) permettant de transformer le mouvement de translation imposé par l'opérateur en mouvement de rotation (voir figure 4) ;
- ☞ Un variateur analogique asservi en courant permettant au moteur de restituer un couple précis
- ☞ Un moteur rotatif pour générer un retour d'effort sur l'opérateur humain ;
- ☞ Un capteur de position (codeur incrémental) pour mesurer la consigne de position.

II.2 Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme (figure 4) est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots (figure 5).

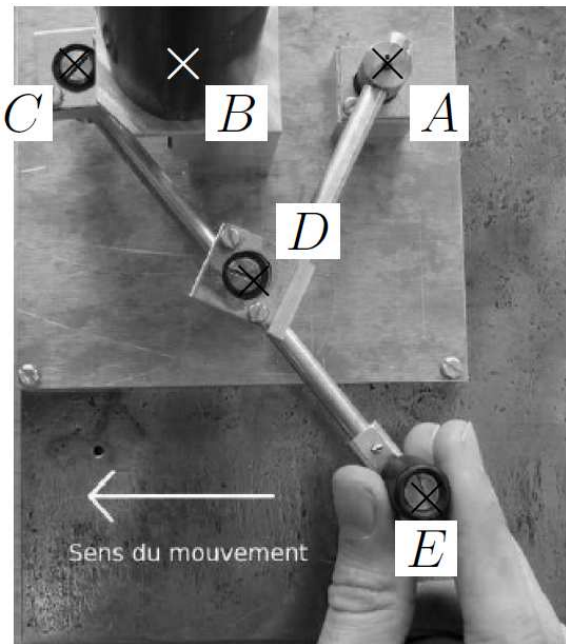


Figure 4 – Mécanisme de HOEKEN

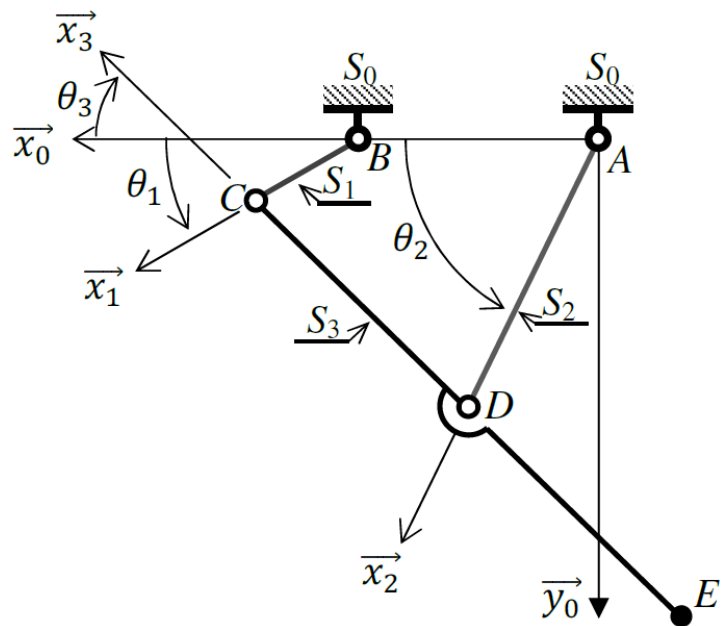


Figure 5 – Modélisation cinématique

Solides	Repères associés	Paramètres géométriques
S ₀ : Bâti AB	R ₀ = (A, $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$)	$\overline{AB} = L_0 \cdot \vec{x}_0$ avec : L ₀ = 50 mm
S ₁ : Barre BC	R ₁ = (B, $\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$)	$\overline{BC} = L_1 \cdot \vec{x}_1$ avec : L ₁ = 25 mm $\theta_1 = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_1}) = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_1})$
S ₂ : Barre AD	R ₂ = (A, $\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2$)	$\overline{AD} = L_2 \cdot \vec{x}_2$ avec : L ₂ = 62,5 mm $\theta_2 = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_2}) = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_2})$
S ₃ : Barre CDE	R ₃ = (C, $\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$)	$\overline{ED} = \overline{DC} = L_2 \cdot \vec{x}_3$ avec : $\theta_3 = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_3}) = (\widehat{\vec{y}_0, \vec{y}_3})$

Tableau 1 – Paramétrage de l'interface maître

II.2.1 Mesure de l'écart entre les performances géométriques souhaitées et simulées

Objectif

Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) (voir figure 2 page 3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

Question 1. En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère R₀, donner une relation algébrique reliant les paramètres L₀, L₁, L₂, θ₁ et θ₃.

Question 2. De même, exprimer le vecteur position du point E (\overline{AE}) dans la base du repère R₀ en fonction de L₀, L₁, L₂, θ₁ et θ₃.

La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en Fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.

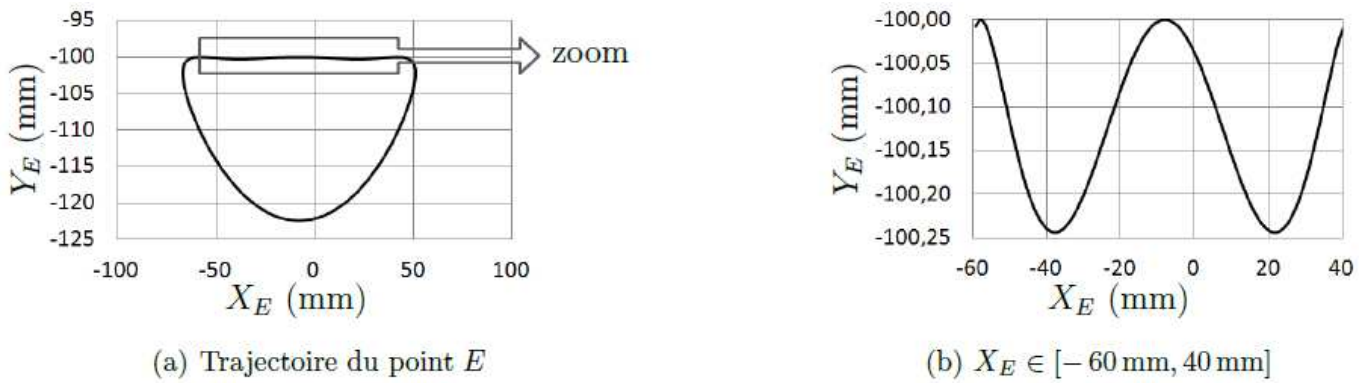


Figure 6 – Trajectoire du point E dans le repère R_0

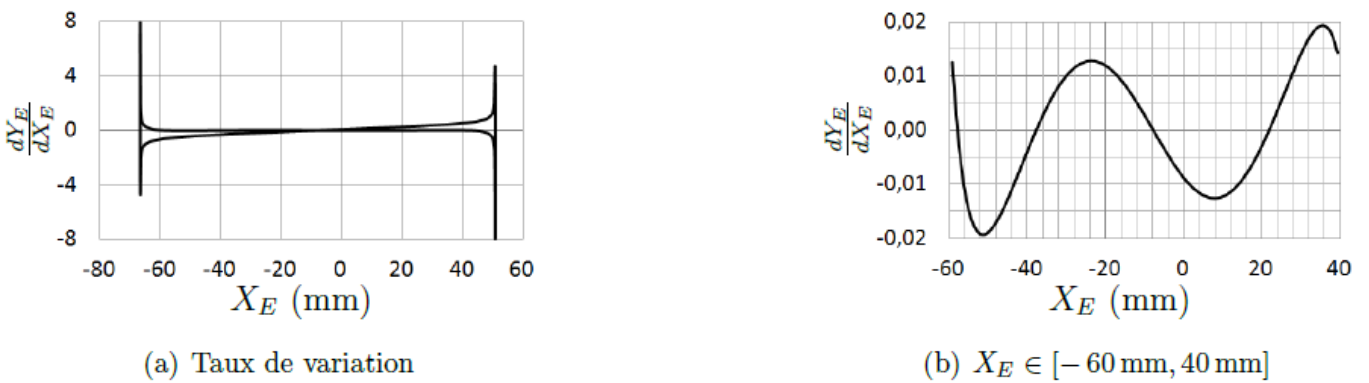


Figure 7 – Taux de variation $\frac{dY_E}{dX_E}$ en fonction de l'abscisse du point E

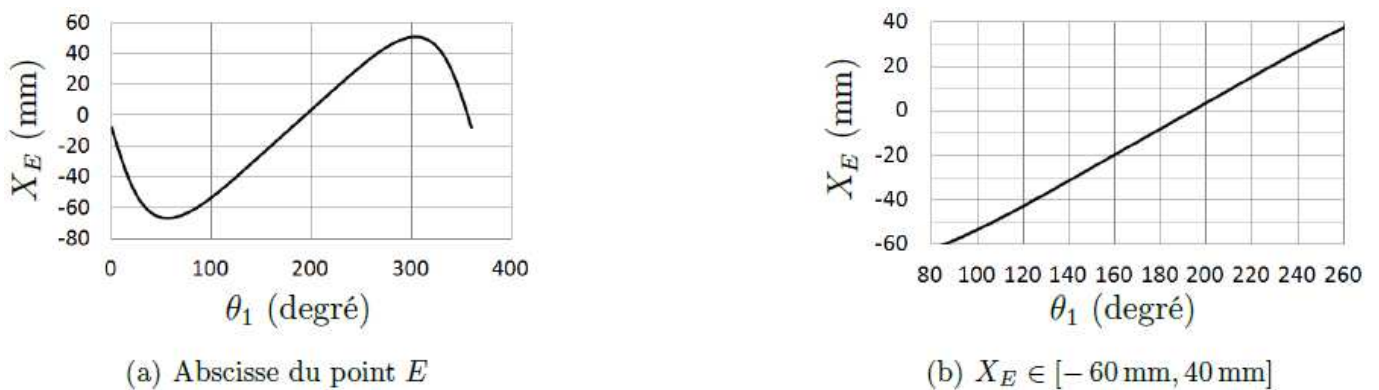


Figure 8 – Abscisse du point E en fonction de la rotation θ_1

Question 3. Vérifier, à l'aide des figures 6 et 7, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm} ; 40 \text{ mm}]$.

Question 4. Proposer, à partir de la figure 8, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm} ; 40 \text{ mm}]$.

II.2.2 Mesure de l'écart entre les performances statiques souhaitées et simulées

Objectif

Vérifier que l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) peut être satisfaite par le mécanisme de HOEKEN.

Hypothèses

- ☞ Toutes les liaisons pivot d'axe \vec{z}_0 sont parfaites.
- ☞ Le problème est un problème plan (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0)
- ☞ L'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$.
- ☞ Les inerties des solides en mouvement sont négligées.
- ☞ La liaison pivot entre S_0 et S_1 est motorisée. L'action mécanique exercée par le moteur sur S_1 est modélisée par un couple de vecteur $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{z}_0$.
- ☞ L'action mécanique exercée par l'opérateur sur S_3 est modélisée par une force de vecteur $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3} = F \cdot \vec{x}_0$ appliquée au point E.

Question 5. On souhaite établir la relation entre le couple moteur \vec{C}_m et la force $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3}$. Répondre aux quatre questions ci-dessous sans écrire les équations du PFD.

- A ☞ Réaliser un graphe de structure du mécanisme sur lequel on fera apparaître le couple moteur \vec{C}_m et la force de l'opérateur $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3}$
- B ☞ En isolant le solide S_2 , justifier que l'action de S_2 sur S_3 est une force de support (D, \vec{x}_2)
- C ☞ On isole le solide S_3 , quelle équation du PFD faut-il écrire pour déterminer l'action de S_2 sur S_3 en fonction de $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3}$? Pour une équation du théorème du moment dynamique, vous préciserez le point où il faut écrire ce TMD et sur quel axe il faut projeter cette équation.
- D ☞ On isole l'ensemble $\{S_1, S_3\}$ constitué des solides S_1 et S_3 , quelle équation du PFD faut-il écrire pour déterminer le couple moteur \vec{C}_m en fonction de $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3}$? Pour une équation du théorème du moment dynamique, vous préciserez le point où il faut écrire cette équation et sur quel axe il faut la projeter. (Remarque : On connaît maintenant l'action de S_2 sur S_3 en fonction de $\vec{F}_{0 \rightarrow S_3}$)

Les équations élaborées à la question 5 donnent le couple moteur C_m en fonction de F :

$$C_m = \frac{L_1 \cdot F}{\sin(\theta_2 - \theta_3)} (\sin \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) - 2 \cdot \sin \theta_3 \cdot \sin(\theta_2 - \theta_1)) :$$

Cette relation n'étant pas linéaire, on analyse les résultats d'une simulation numérique.

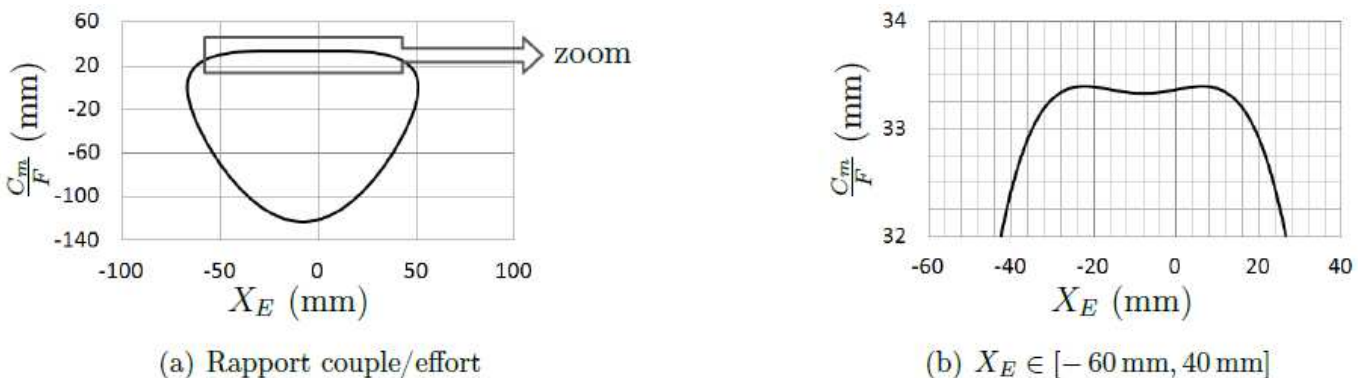


Figure 9 – Couple moteur/effort opérateur en fonction de l'abscisse du point E

Question 6. Déterminer, à partir de la figure 9, sur quel intervalle de l'abscisse X_E l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) est satisfaite. Indiquer si cet intervalle est compatible avec les exigences précédemment vérifiées.

III Modélisation du manipulateur esclave

Le mécanisme de HOEKEN choisi pour l'interface maître permet une bonne approximation de la trajectoire rectiligne mais pas une orientation constante du solide en mouvement. Cette solution n'est donc pas la plus appropriée pour mesurer (à l'aide d'un capteur) l'effort exercé par l'organe terminal.

Le manipulateur esclave est constitué de :

- ☞ Une interface permettant de transformer le mouvement de rotation imposé par le moteur en mouvement de translation rectiligne
- ☞ Un moteur rotatif pour générer le mouvement
- ☞ Un variateur analogique permettant de commander le moteur
- ☞ Un capteur de position pour mesurer le déplacement de l'organe terminal
- ☞ Un capteur d'effort pour mesurer l'effort exercé par l'organe terminal sur l'environnement.

On donne (figure 10) un diagramme de bloc interne de ce manipulateur. Ainsi que sa représentation (figure 11) et sa modélisation cinématique (figure 12 et tableau 2)

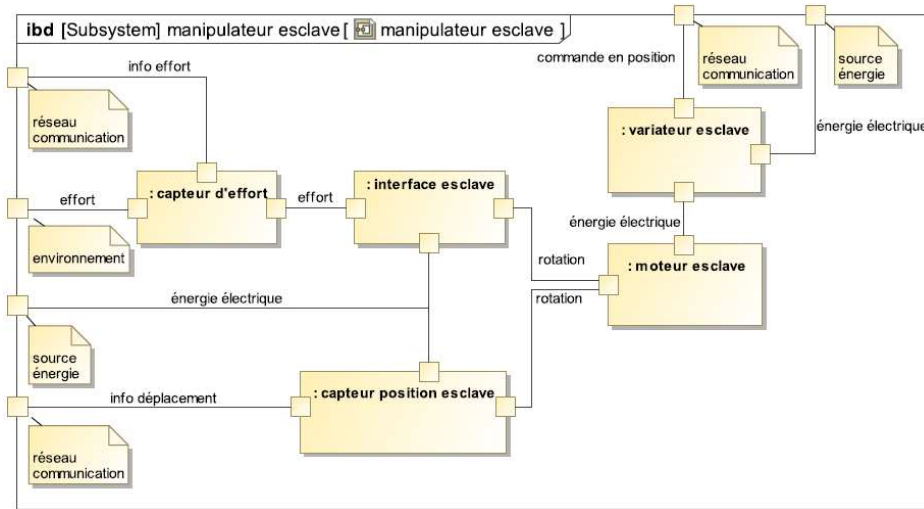


Figure 10 – Diagramme de blocs internes du manipulateur esclave

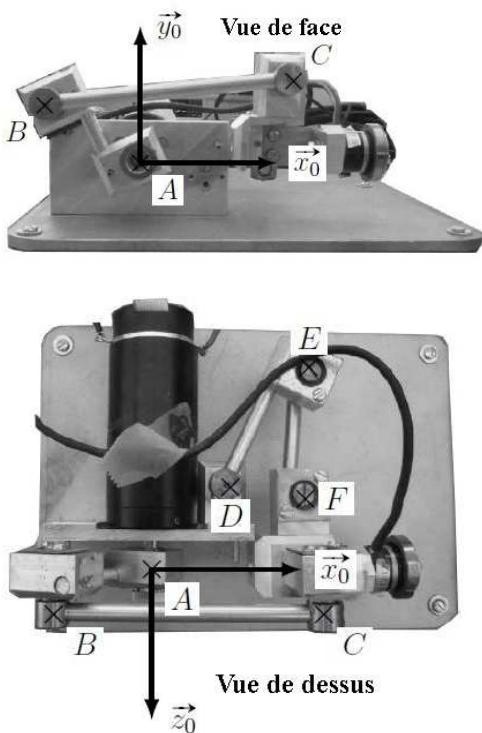


Figure 11 – Interface esclave

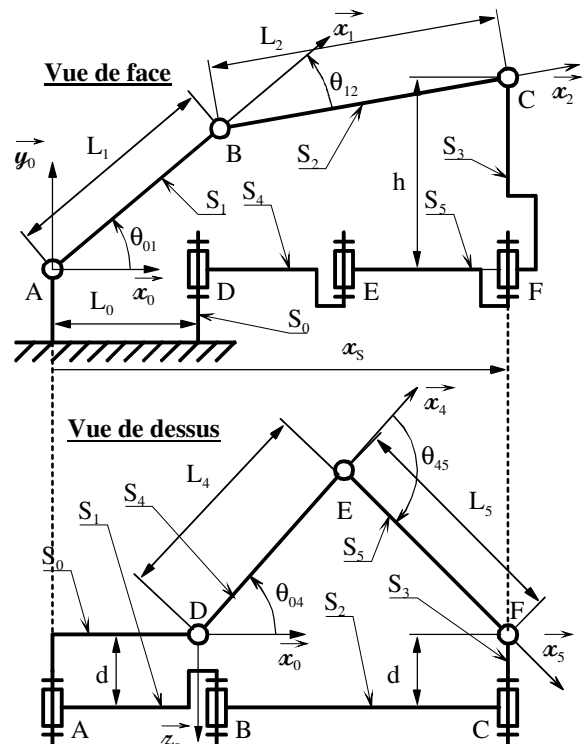


Figure 12 – Schémas cinématique

Solides	Repères associés	Paramètres géométriques	Paramètres Dynamiques
S ₁ : Barre AB	R ₁ = (A, $\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$)	$\vec{AB} = L_1 \cdot \vec{x}_1$ $\theta_{01} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Poids et inertie négligées
S ₂ : Barre BC	R ₂ = (B, $\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2$)	$\vec{BC} = L_2 \cdot \vec{x}_2$ $\theta_{12} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$	Poids et inertie négligées
S ₃ : Organe terminal	R ₃ = (C, $\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$)	$\theta_{23} = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$ $\theta_{53} = (\vec{x}_5, \vec{x}_3) = (\vec{z}_5, \vec{z}_3)$	Masse : M ₃ = 0,1 kg
S ₄ : Barre DE	R ₄ = (D, $\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4$)	$\vec{DE} = L_4 \cdot \vec{x}_4$ $\theta_{04} = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$	Poids et inertie négligées
S ₅ : Barre EF	R ₅ = (E, $\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5$)	$\vec{EF} = L_5 \cdot \vec{x}_5$ $\theta_{45} = (\vec{x}_4, \vec{x}_5) = (\vec{z}_4, \vec{z}_5)$	Poids et inertie négligées

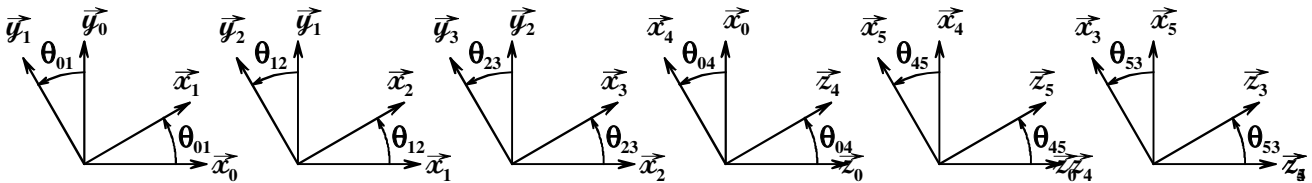


Tableau 2 – Paramétrage de l'interface esclave

Objectif

Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

Hypothèses et notations

- ☞ On note : $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{z}_0$ le couple exercé par moteur sur le solide S₁
- ☞ L'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$
- ☞ Inertie équivalente du moto-réducteur ramenée sur son axe de sortie (A, \vec{z}_0) : I₁ = 5,7.10⁻⁵ kg.m²
- ☞ Coefficient de frottement visqueux de l'ensemble des pièces en mouvement ramenée sur l'axe de sortie du moto-réducteur (A, \vec{z}_0) : f = 1,6.10⁻³ N.m.s.rad⁻¹

Question 7.

- a- En écrivant la loi de composition des mouvements, déterminer l'expression, en fonction de $\dot{\theta}_{01}$, $\dot{\theta}_{12}$, et $\dot{\theta}_{23}$, du vecteur rotation du solide S₃ par rapport à S₀ : $\vec{\Omega}_{3/0}$.
- b- En écrivant la loi de composition des mouvements, déterminer l'expression, en fonction de $\dot{\theta}_{04}$, $\dot{\theta}_{45}$, et $\dot{\theta}_{53}$, du vecteur rotation du solide S₃ par rapport à S₀ : $\vec{\Omega}_{3/0}$.
- c- En déduire que le mouvement du solide S₃ par rapport au solide S₀ est une translation.

Question 8.

- a- Montrer que le vecteur vitesse du point C appartenant au solide S₃ par rapport à S₀ s'écrit : $\vec{V}_{C \in S3/S0} = \lambda_1 \cdot \vec{y}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{y}_2$ et donner les expressions de λ_1 et λ_2 en fonction de L₁, L₂, $\dot{\theta}_{01}$ et $\dot{\theta}_{12}$.
- b- Montrer que le vecteur vitesse du point F appartenant au solide S₃ par rapport à S₀ s'écrit : $\vec{V}_{F \in S3/S0} = \lambda_4 \cdot \vec{z}_4 + \lambda_5 \cdot \vec{z}_5$ et donner les expressions de λ_4 et λ_5 en fonction de L₄, L₅, $\dot{\theta}_{04}$ et $\dot{\theta}_{45}$.
- c- En déduire que le mouvement du solide S₃ par rapport au solide S₀ est une translation d'axe \vec{x}_0 .

Question 9.

- a- Etant donné les résultats précédents, quel est le degré de mobilité du mécanisme ?
- b- En déduire le degré d'hyperstatisme du mécanisme.
- c- Proposer une modification de la liaison de la liaison de centre C permettant de rendre le mécanisme isostatique. Donner le torseur cinématique de la liaison proposée ainsi que son nom, son centre et son orientation. Justifier votre réponse en faisant une analyse cinématique du cycle limitée à la résultante des torseurs cinématiques.

Question 10.

On note x_S le paramètre définissant la position du solide S_3 par rapport au solide S_0 . C'est-à-dire que : $\vec{V}_{C \in S_3/S_0} = \dot{x}_S \cdot \vec{x}_0$. La relation géométrique liant les paramètres x_S et θ_{01} n'étant pas triviale, on linéarise autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_{01}(t) = \alpha \cdot x_S(t)$ avec $\alpha = 30 \text{ rad.m}^{-1}$.

On considère le système S constitué de l'ensemble des pièces en mouvement.

- a- Déterminer l'expression, en fonction de $\dot{\theta}_{01}$ et \dot{x}_S , de l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement par rapport au solide S_0 : $E_C(S/0)$.
- b- Déterminer l'expression en fonction de $\dot{\theta}_{01}$, des puissances des actions extérieures et intérieures du système S dans son mouvement par rapport au solide S_0 : $\Sigma P(\text{Ext} \rightarrow S/0) + \Sigma P(\text{Int} \rightarrow S/0)$
- c- En déduire que le mouvement du solide S_3 par rapport au solide S_0 est décrit par l'équation différentielle : $m_S \ddot{x}_S + b_S \dot{x}_S = C_m \cdot \alpha$ avec les coefficients m_S et b_S que vous exprimerez en fonction de I_1, M_3, α et f.

Question 11. Donner dans les conditions d'Heaviside (Conditions initiales nulles) et sous forme canonique la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave :

$$H(p) = \frac{X_S(p)}{C_m(p)} \quad \text{sachant que : } X_S(p) = \mathcal{L}[x_S(t)] \text{ et } C_m(p) = \mathcal{L}[C_m(t)]$$

Faire les applications numériques pour donner l'expression numérique de H(p) dans les unités S.I..

IV Réalisation de la commande de l'esclave

Objectif : Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).

IV.1 Modélisation et étude du système sans correction

Objectif

Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

L'équation différentielle précédente permet d'établir, la modélisation qui de relie la consigne $x_m(t)$ issue du dispositif maître au déplacement $x_v(t)$ de l'organe terminal. Elle est représentée par le schéma bloc de la figure 13 ci-dessous.

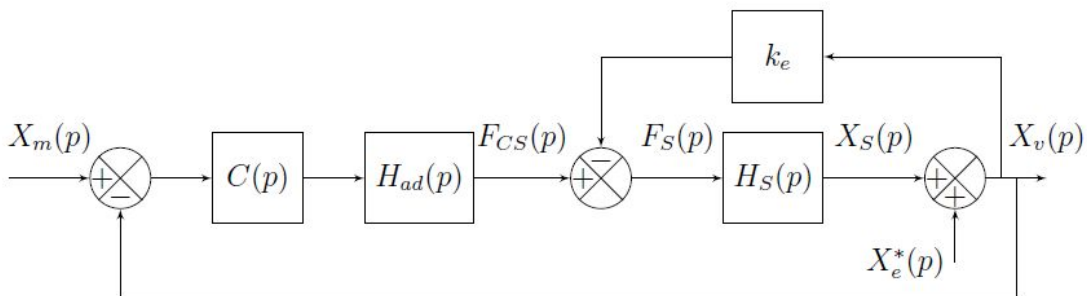


Figure 13 – Paramétrage de l'interface esclave

☞ $H_{ad}(p) = k_a = 1 \text{ N.m}^{-1}$ permet d'adapter la consigne position en consigne force ;

☞ $H_S(p) = \frac{X_S(p)}{F_S(p)} = \frac{k_s}{p \cdot (m_S p + b_S)}$ avec $k_s = 1 \text{ m.N}^{-1}$, $m_S = 0,152 \text{ kg}$ et $b_S = 1,426 \text{ N.s.m}^{-1}$

☞ $k_e = 200 \text{ N.m}^{-1}$

Question 12. Simplifier le schéma bloc précédent pour lui donner la forme illustrée par la figure 14 ci-dessous. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e , k_a et $H_S(p)$.

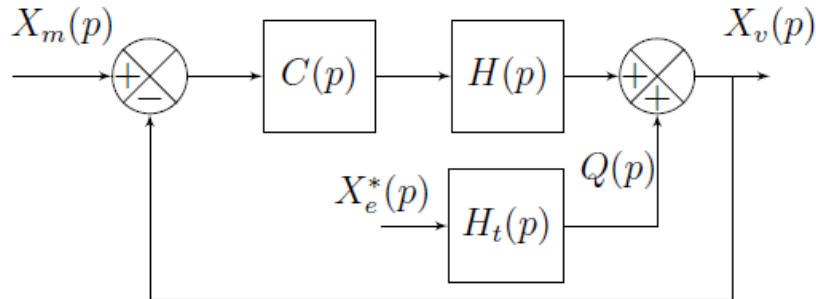


Figure 14 – Modélisation simplifiée du dispositif esclave

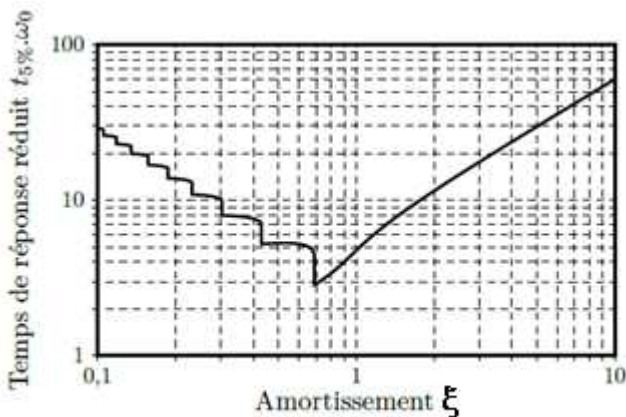
Pour toute la suite du problème on utilisera cette modélisation simplifiée avec :

$$H(p) = \frac{1}{m_S \cdot p^2 + b_S \cdot p + k_e}$$

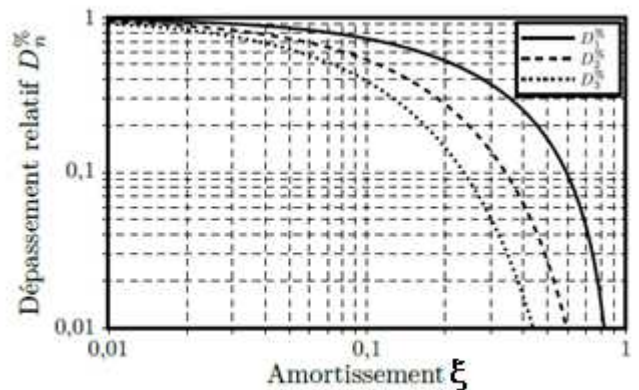
IV.2 Vérification des exigences sans correction : $C(p) = 1$

Question 13. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $F_{BFI}(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)}$ (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$), puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique (K), pulsation propre (ω_0) et coefficient d'amortissement (ξ). Faire l'application numérique.

Question 14. En vous aidant des abaques de la figure 15 ci-dessous, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

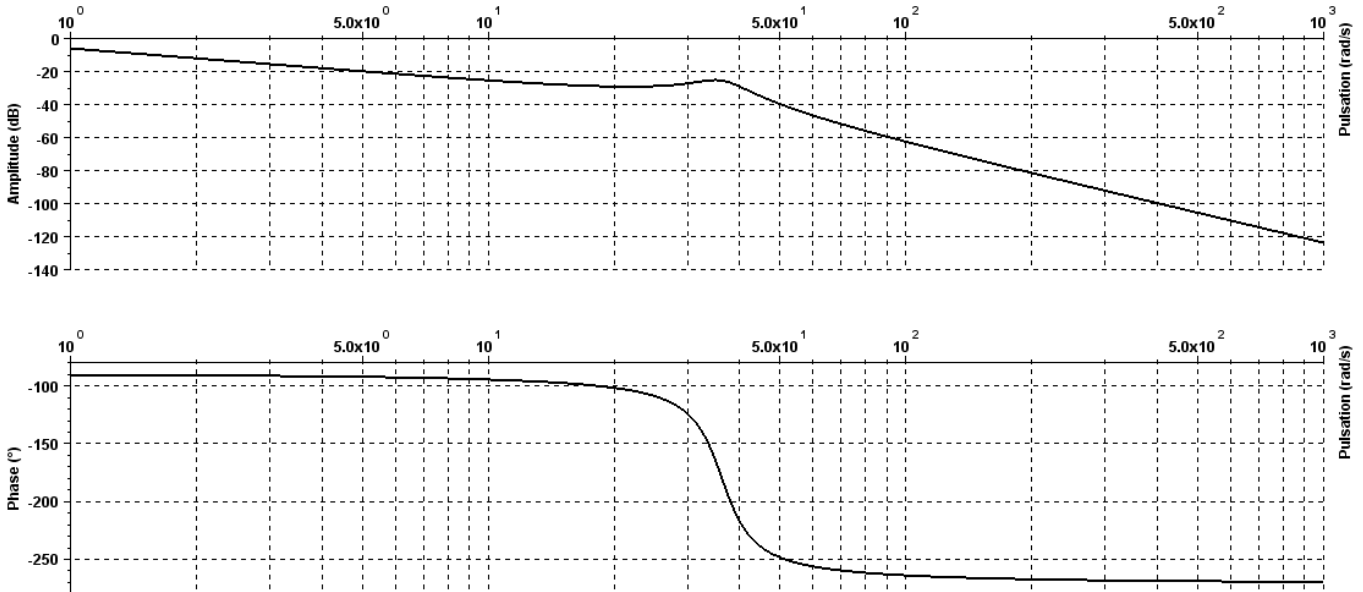
Figures 15 – Abaques pour un système linéaire d'ordre 2

IV.3 Etude des performances du système avec correction intégrale : $C(p) = \frac{K_i}{p}$

Objectif

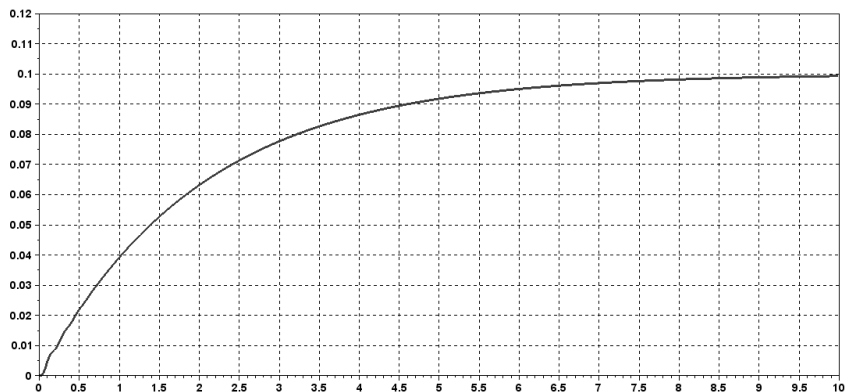
Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

Question 15. Les résultats d'une simulation pour un gain $K_i = 100$ sont donnés sur les figures 16 et 17 ci-dessous. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique)



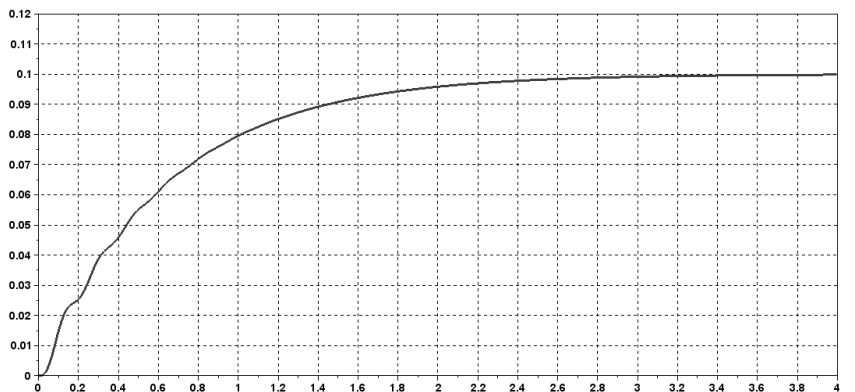
Figures 16 – Analyse fréquentielle de la boucle ouverte avec $C(p) = 100/p$

Question 16. Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain K_i . Déterminer la valeur K_{imax} du coefficient K_i qui permet de respecter les marges de stabilité.



Figures 17 – Réponse à un échelon de consigne $x_m(t) = 0,1$ avec $C(p) = 100/p$

Question 17. Une simulation numérique avec cette valeur de K_{imax} donne la courbe de la figure 18 ci-contre conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».



Figures 18 – Réponse à un échelon de consigne $x_m(t) = 0,1$ avec $C(p) = K_{imax}/p$

IV.4 Etude des performances du système avec double correction

Objectif

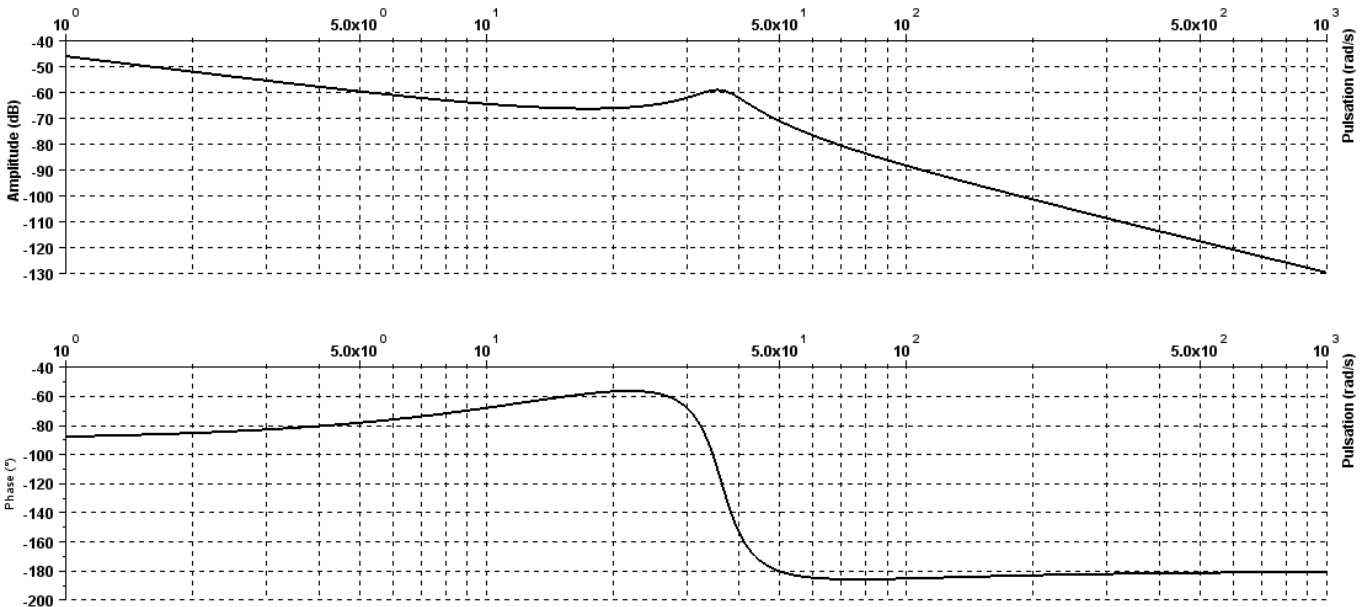
Vérifier la capacité d'une correction composée d'un correcteur proportionnel intégral et d'un correcteur à avance de phase à atteindre les exigences.

Dans cette partie on suppose que le correcteur est composé de deux étages de correction :

- ☞ Un correcteur proportionnel intégral avec un gain unitaire : $C_1(p) = \frac{1 + 0,05.p}{p}$
 - ☞ Un correcteur à avance de phase de gain statique K : $C_2(p) = \frac{K.(1 + c.T.p)}{1 + T.p}$
- Le correcteur a alors pour fonction de transfert : $C(p) = C_1(p) \times C_2(p)$

Question 18. Pour quel type d'exigence (Stabilité, précision et/ou rapidité) le premier étage du correcteur (de fonction de transfert $C_1(p)$) présente-t-il un intérêt ? Justifier votre réponse.

Question 19. Les résultats d'une simulation avec uniquement le premier étage de correction ($C_2(p) = 1$ soit $C(p) = C_1(p)$) sont donnés sur la figure 19 ci-dessous. Les marges de stabilité sont-elles ainsi vérifiées ? Justifier votre réponse.



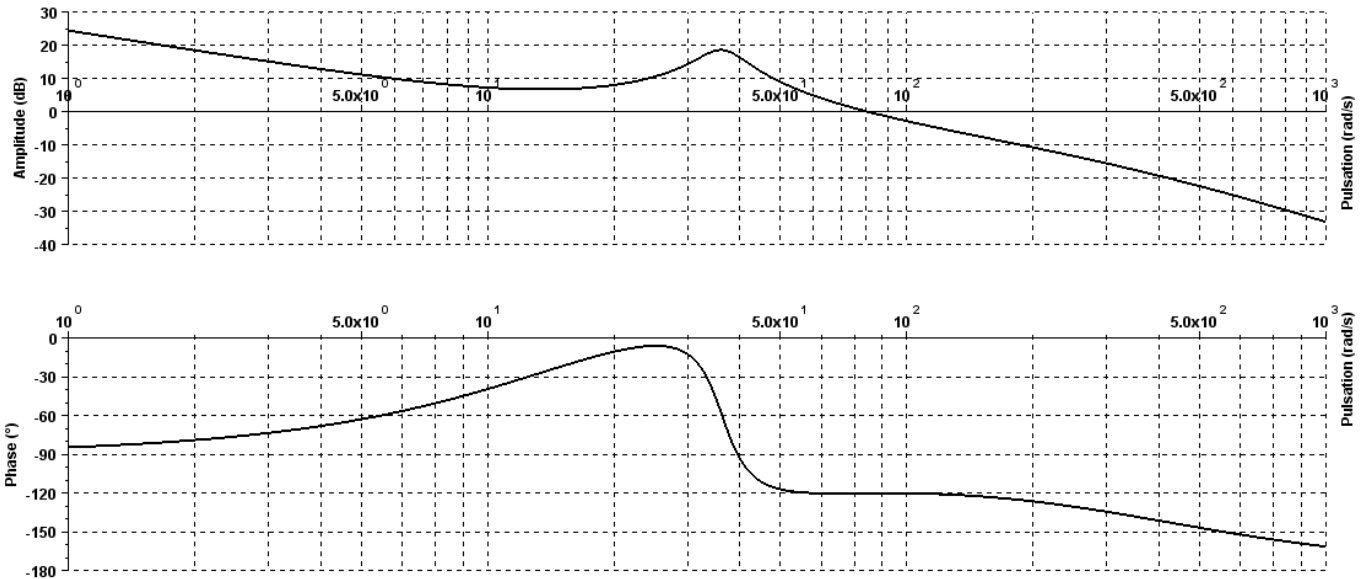
Figures 19 – Analyse fréquentielle de la boucle ouverte avec $C(p) = C_1(p)$

Question 20. Afin de vérifier le critère de rapidité, on souhaite obtenir la marge de phase à la pulsation $\omega_{0dB} = 80 \text{ rad.s}^{-1}$. Pour cela on utilise le deuxième étage de correction de fonction de transfert $C_2(p) = \frac{K.(1 + c.T.p)}{1 + T.p}$. De combien la phase doit-elle être relevée à $\omega_{0dB} = 80 \text{ rad.s}^{-1}$ pour vérifier la marge de phase ?

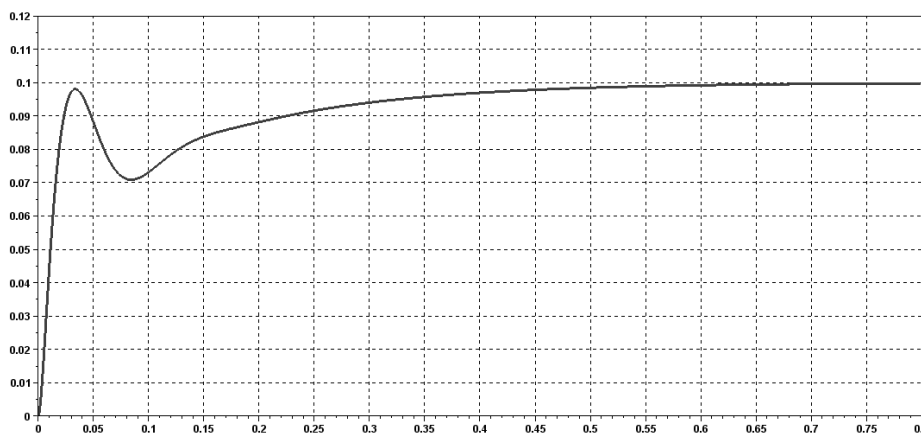
Question 21. Les constantes c, et T de ce deuxième étage sont choisies de manière à ce que la phase maximale de $C_2(p)$ soit obtenue à $\omega_{0dB} = 80 \text{ rad.s}^{-1}$. Calculer les valeurs de c et T. On rappelle qu'un tel correcteur à une phase maximale : $\varphi_{Max} = \arcsin\left(\frac{c-1}{c+1}\right)$ à la pulsation $\omega_{Max} = \frac{1}{T.\sqrt{c}}$

Question 22 En déduire le gain statique K de ce deuxième étage permettant d'obtenir la marge de phase exigée à $\omega_{0dB} = 80 \text{ rad.s}^{-1}$.

Question 23. Les résultats d'une simulation avec le correcteur à deux étages de fonction de transfert $C(p) = \frac{3\,300.(1 + 0,056.p).(1 + 0,05p)}{p.(1 + 0,0028.p)}$ sont donnés sur les figures 20 et 21 ci-dessous. Les différents critères de stabilité, de rapidité et de précision (uniquement l'erreur statique) sont-ils respectés ? Justifier votre réponse.

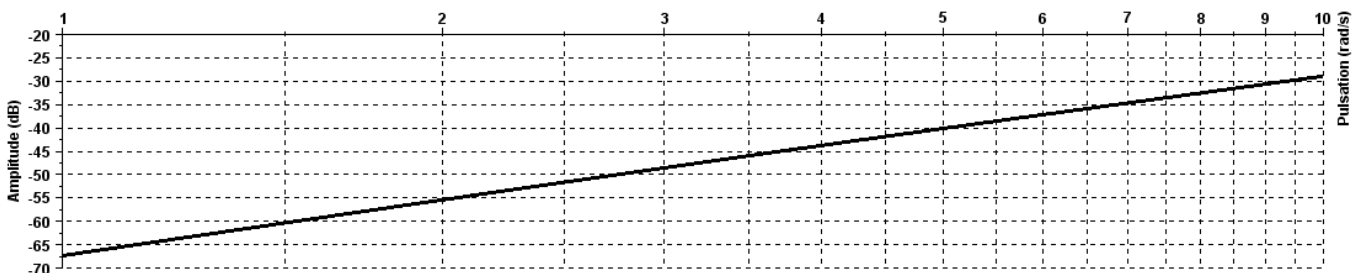


Figures 20 – Analyse fréquentielle de la boucle ouverte



Figures 21 – Réponse à un échelon de consigne $x_m(t) = 0,1$

Question 24. On donne sur la figure 22 ci-dessous le gain de la réponse fréquentielle à une perturbation sinusoïdale soit : $20 \log \left| \frac{X_s(j.\omega)}{X_e^*(j.\omega)} \right|$. Jusqu'à quelle fréquence (en Hz) de la perturbation le critère de précision relatif à cette perturbation est respecté ?



Figures 22 – Gain de la réponse fréquentielle à une perturbation sinusoïdale en fonction de ω en rad.s^{-1}