



Nom

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Prénom(s)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Épreuve Sciences Industrielles - PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille

		/		
--	--	---	--	--

1^{ère} PARTIE Analyse mécanique stabilisateur passif et actif

Q1 Afin de maintenir constamment la camera en position verticale on doit avoir $\vec{\omega}(2/0) = \omega_z(2/0) \vec{z}_0$

D'autre part, il faut.

$$\vec{V}(0,2/0) = \vec{V}(0,1/0)$$

$$\{V(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_z(2/0) \vec{z}_0 \\ \vec{V}_x(1/0) \vec{x}_0 + \vec{V}_y(1/0) \vec{y}_0 + \vec{V}_z(1/0) \vec{z}_0 \end{array} \right\}_0$$

Enfin on a :

$$\{V(2/1)\} = \{V(2/0)\} - \{V(1/0)\}$$

$$\{V(2/1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -\omega_x(1/0) \vec{x}_0 - \omega_y(1/0) \vec{y}_0 + [\omega_z(2/0) - \omega_z(1/0)] \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_0$$

Nom(s) de(s) liaison(s) compatible(s) : Si on souhaite contrôler l'angle de l'axe de la camera on aura $\omega_z(2/0) = \omega_z(1/0)$ soit $[\omega_z(2/0) - \omega_z(1/0)] = 0$
Il faut donc une liaison sphérique à doigt d'axe $(0, \vec{z}_0)$
Sinon il faut une liaison sphérique de centre O

Q2

Liste : \rightarrow Poids de l'ensemble E : Force $-m_c g \vec{z}_0$ appliquée en Gc
 \rightarrow Action de la liaison sphérique à doigt d'axe $(0, \vec{z}_0)$

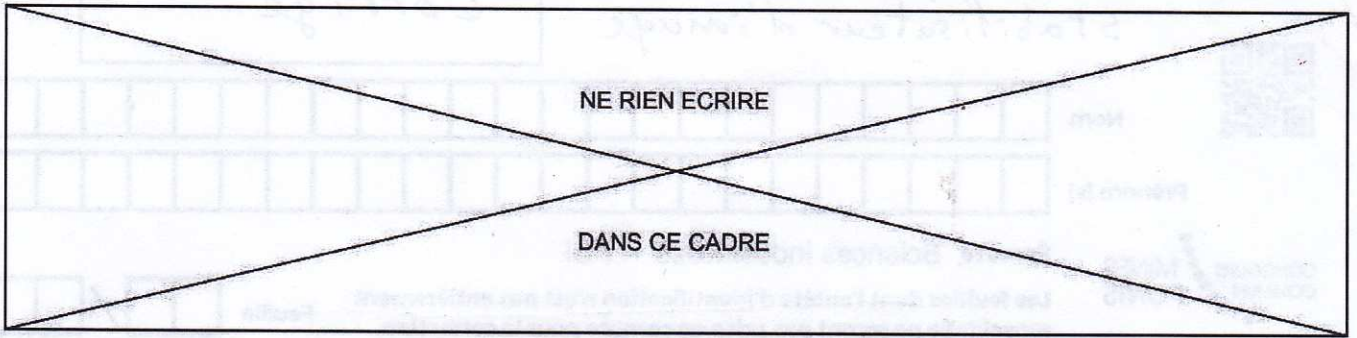
$$\{T(1-02)\} = \left\{ \begin{array}{l} R_{1-02} \\ M_{00}(1-02) \end{array} \right\}_0 \text{ avec } M_{00}(1-02) \parallel \vec{z}_0 \text{ soit : } M_{00}(1-02) \cdot \vec{x}_0 = 0 \text{ et } M_{00}(1-02) \cdot \vec{y}_0 = 0$$

Condition géométrique d'équilibre : T.M.S en O en projection sur \vec{x}_0 et \vec{y}_0

$$\vec{OG}_c \wedge (-m_c g \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0 = 0 \text{ et } \vec{OG}_c \wedge (-m_c g \vec{z}_0) \cdot \vec{y}_0 = 0$$

soit par permutation circulaire du produit mixte :

$$\left(\begin{array}{l} -m_c g \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_0 \cdot \vec{OG}_c = -m_c g \vec{y}_0 \cdot \vec{OG}_c = 0 \\ -m_c g \vec{z}_0 \wedge \vec{y}_0 \cdot \vec{OG}_c = m_c g \vec{x}_0 \cdot \vec{OG}_c = 0 \end{array} \right) \rightarrow \vec{OG}_c \cdot \vec{x}_0 = 0 = \vec{OG}_c \cdot \vec{y}_0$$

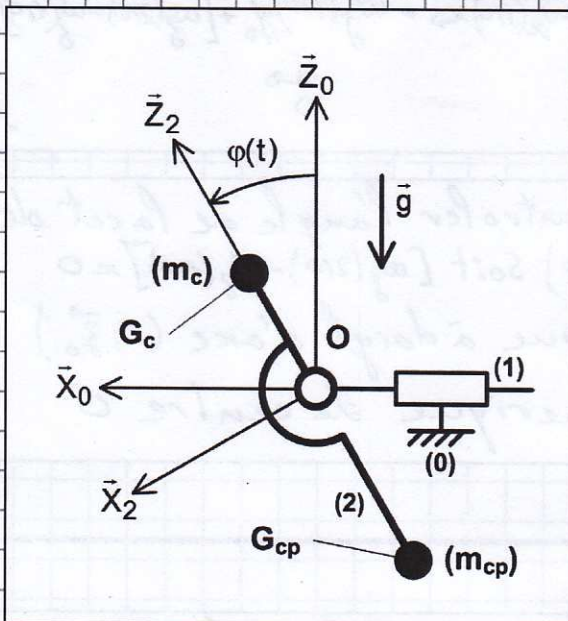


Condition géométrique d'équilibre (suite) : La condition assurant l'équilibre de (E) dans O, et donc $\vec{O}G_c \perp \vec{x}_0$ et $\vec{O}G_c \perp \vec{y}_0$ soit $\vec{O}G_c \parallel \vec{z}_0$
 Donc, il faut que G_c soit à la verticale du point O

Equilibre ~~stable~~ ou instable (rayer) ?

Déduction : Il faut un contre poids de sorte à ce que le barycentre de G_c et G_{cp} affectés des coefficients m_c et m_{cp} soit en dessous de O

Q3



Le centre de gravité G de E' est le barycentre de G_c et G_{cp} affectés des coefficients m_c et m_{cp} . Donc :

$$(m_c + m_{cp}) \vec{OG} = m_c \vec{OG}_c + m_{cp} \vec{OG}_{cp}$$

$$\text{soit } \vec{OG} = \frac{m_c L_c \vec{z}_2^0 - m_{cp} L_{cp} \vec{z}_2^1}{m_c + m_{cp}}$$

$$\text{soit encore: } \vec{OG} = \frac{m_c L_c - m_{cp} L_{cp}}{m_c + m_{cp}} \vec{z}_2$$

Donc pour que G soit en dessous de O, il faut $\vec{OG} \cdot \vec{z}_2^1 \leq 0$
 Or $m_c + m_{cp} > 0$ donc $\vec{OG} \cdot \vec{z}_2^1 \leq 0 \Leftrightarrow m_c L_c - m_{cp} L_{cp} \leq 0$

Donc pour une attitude satisfaisante avec un équilibre stable

Condition garantissant une attitude satisfaisante :

$$\text{Il faut : } L_{cp} \geq \frac{m_c}{m_{cp}} L_c$$

Q4 BAME : \rightarrow poids de l'ensemble E : Force $-m_c g \vec{z}_0$ appliquée en G_c
 \rightarrow poids du contre poids : Force $-m_{cp} g \vec{z}_0$ appliquée en G_{cp}
 \rightarrow Action de 1-02 avec $M_0(1-02) \cdot \vec{y}_0 = 0$

TMD en O en projection sur $\vec{y}_0 = \vec{y}_2$
 $(\vec{O}G_c \wedge -m_c g \vec{z}_0 + \vec{O}G_{cp} \wedge -m_{cp} g \vec{z}_0) \cdot \vec{y}_2 = (\vec{O}G_c \wedge m_c \vec{a}_{G_c} + \vec{O}G_{cp} \wedge m_{cp} \vec{a}_{G_{cp}}) \cdot \vec{y}_2$
 ou \vec{a}_{G_c} et $\vec{a}_{G_{cp}}$ sont les vecteurs accélération de G_c et G_{cp}

On calcule : $\vec{a}_{G_c} = \ddot{\varphi} L_c \vec{x}_2 - \dot{\varphi}^2 L_c \vec{z}_2 + a(t) \vec{x}_0$
 et : $\vec{a}_{G_{cp}} = -\ddot{\varphi} L_{cp} \vec{x}_2 + \dot{\varphi}^2 L_{cp} \vec{z}_2 + a(t) \vec{x}_0$

Sachant que $\vec{O}G_c = L_c \vec{z}_2$ et $\vec{O}G_{cp} = -L_{cp} \vec{y}_2$, par permutation circulaire du produit mixte l'équation précédente devient :

$$\vec{y}_2 \wedge L_c \vec{z}_2 \cdot (-m_c g \vec{z}_0) + \vec{y}_2 \wedge -L_{cp} \vec{z}_2 \cdot (-m_{cp} g \vec{z}_0) = (\vec{y}_2 \wedge L_c \vec{z}_2) \cdot m_c (\ddot{\varphi} L_c \vec{x}_2 - \dot{\varphi}^2 L_c \vec{z}_2 + a(t) \vec{x}_0) - (\vec{y}_2 \wedge L_{cp} \vec{z}_2) \cdot m_{cp} (-\ddot{\varphi} L_{cp} \vec{x}_2 + \dot{\varphi}^2 L_{cp} \vec{z}_2 + a(t) \vec{x}_0)$$

Equation de mouvement : soit :

$$-m_c L_c g \vec{x}_2 \cdot \vec{z}_0 + m_{cp} L_{cp} g \vec{x}_2 \cdot \vec{z}_0 = m_c L_c \vec{x}_2 \cdot (\ddot{\varphi} L_c \vec{x}_2 + a(t) \vec{x}_0) - m_{cp} L_{cp} \vec{x}_2 \cdot (-\ddot{\varphi} L_{cp} \vec{x}_2 + a(t) \vec{x}_0)$$

$$\Rightarrow (m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2) \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} - (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g \sin \varphi(t) = -(m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) a(t) \cos \varphi(t)$$

Q1 = $m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2$

Q2 = $-(m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g \sin \varphi(t)$

Q3 = $-(m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) a(t) \cos \varphi(t)$

Q5 Attitude modifiée si G confondu avec O ? Dans ce cas on a $m_c L_c - m_{cp} L_{cp} = 0$
 soit $Q_2 = Q_3 = 0$ On en déduit que $\frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = 0$
 Donc $\varphi(t) = cte$ Donc l'attitude n'est pas modifiée

Attitude modifiée si G non confondu avec O ? Posons L tel que $\vec{O}G = -L \vec{z}_2$
 $L = \frac{-(m_c L_c - m_{cp} L_{cp})}{m_c + m_{cp}} \Rightarrow Q_2 = (m_c + m_{cp}) L g \sin \varphi(t)$ et $Q_3 = (m_c + m_{cp}) L a(t) \cos \varphi(t)$
 Donc $(m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2) \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + (m_c + m_{cp}) L g \sin \varphi(t) = (m_c + m_{cp}) L a(t) \cos \varphi(t)$
 Donc l'attitude est modifiée.

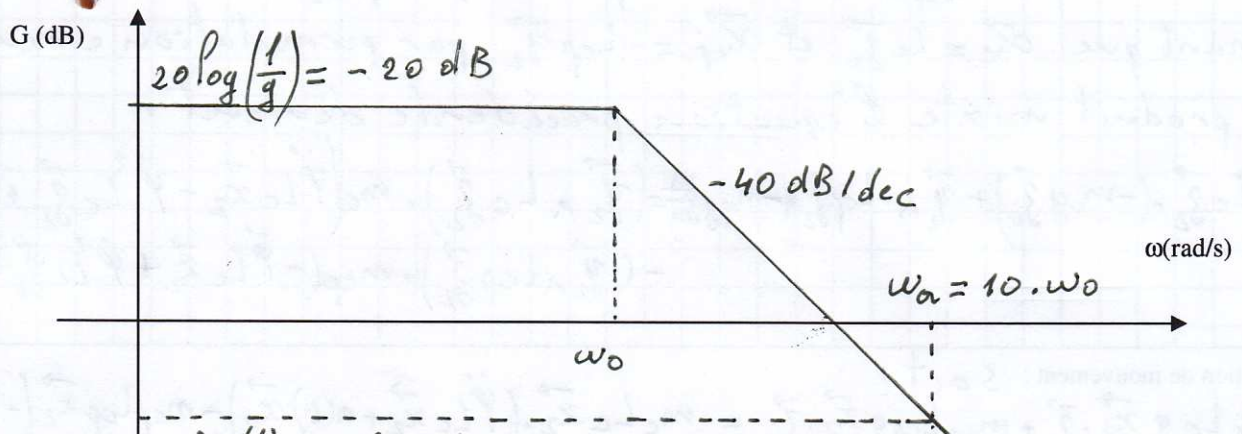
Q6 $\varphi(t)$ étant petit: $\sin \varphi(t) \approx \varphi(t)$ et $\cos \varphi(t) \approx 1$ Donc l'équation devient: $\Phi_1 \ddot{\varphi}(t) - (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g \varphi(t) = - (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) a(t)$ soit dans le domaine de Laplace:

$$(m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2) p^2 \Phi(p) - (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g \Phi(p) = - (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) A(p)$$

$$H(p) = \frac{\Phi(p)}{A(p)} = \frac{- (m_c L_c - m_{cp} L_{cp})}{- (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g + (m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2) p^2} \quad \text{Avec: } m_c L_c - m_{cp} L_{cp} \leq 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{- (m_c L_c - m_{cp} L_{cp}) g}{m_c L_c^2 + m_{cp} L_{cp}^2}} \quad \text{Gain statique } K = \frac{1}{g}$$

Diagramme asymptotique de gain



pour $\varphi(t) = \frac{\Delta \varphi}{2} \sin(\omega t + \varphi)$ pour $\omega = \omega_a$ on a: $\frac{\Delta \varphi}{2 a_0} = 10^{-60/20} = 10^{-3}$

Amplitude des oscillations en $\Delta \varphi^\circ = 2 a \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \text{ rad} \approx 0,06 \text{ deg}$

Respect de l'exigence 2.1.2 « valider pré réglage » $\Delta \varphi \leq 0,5 \text{ deg}$

Donc l'exigence 2.1.2 est bien respectée, car elle impose qu'avec une sollicitation brève de $0,5 \text{ m.s}^{-2}$, l'amplitude ne dépasse pas les $0,5^\circ$.

Q7

Comportement observé	G au dessus de 0	G au dessous de 0	G confondu avec 0
Attitude de (E') assurée en phase statique ?	oui	oui	oui
(E') est en position d'équilibre stable ?	non	oui	oui
Attitude de (E') modifiée en phase dynamique ?	oui	oui	non



Nom

Prénom(s)



Épreuve Sciences Industrielles - PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille

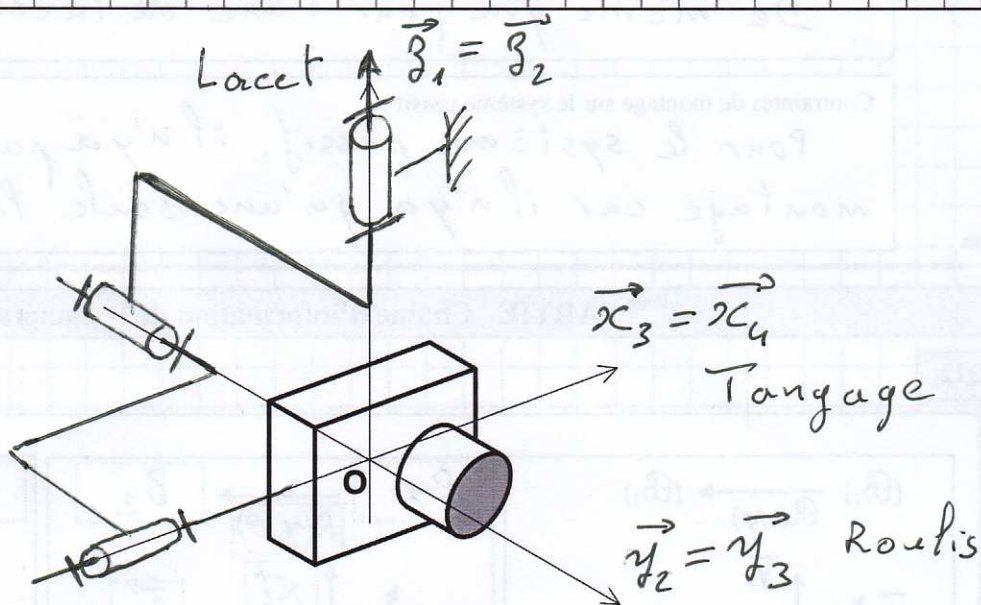
 /

Q8

Solides concernés	1 et 2	2 et 3	3 et 4
Désignation liaison proposée	Liaison pivot	Liaison pivot	Liaison pivot
Caractéristiques	d'axe (O, \vec{z}_1)	d'axe (O, \vec{y}_2)	d'axe (O, \vec{x}_3)

Q9

Schéma cinématique

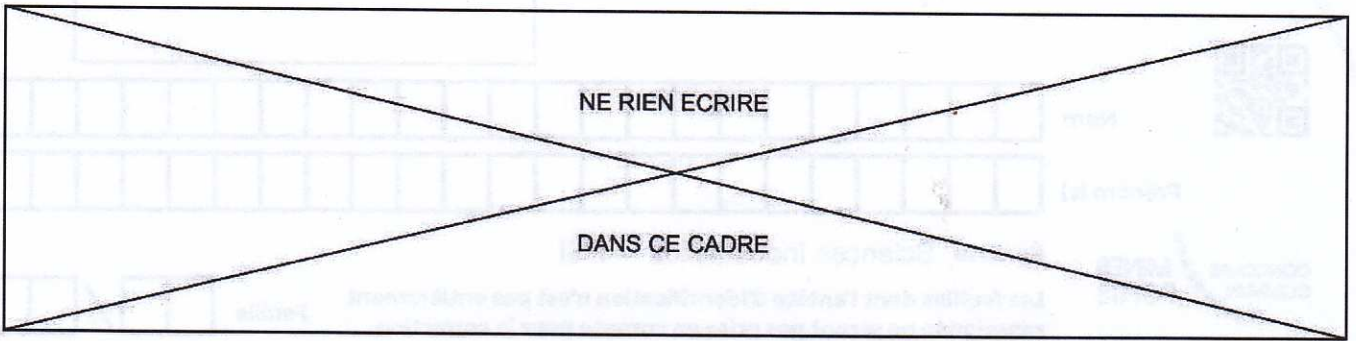


Q10

Configuration géométrique particulière de la nacelle : Dans le cas où l'angle de roulis est de 90° ($\theta = 90^\circ$). Dans ce cas $(O, \vec{z}_2) = (O, \vec{x}_3)$. Il n'y a alors que 2 mobilités de 4 par rapport à 1

Cas du stabilisateur passif ?

Pour le stabilisateur passif, on a pas un cardan mais une liaison sphérique (qui a toujours 3 mobilités)
Il n'a donc cette configuration de blocage de cardan



Q11

Degré d'hyperstaticité : 1 mobilité, $3 \times 2 + 2 \times 2 = 10$ inconnues sthéniques
(Axe tangage) 2 solides

Donc $h = 10 + 1 - 6(2 - 1)$ $h = 5$

Degré d'hyperstaticité : 1 mobilité, $3 \times 2 = 6$ inconnues sthéniques
(Axe lacet) 2 solides

Donc $h = 6 + 1 - 6(2 - 1)$ $h = 1$

Degré d'hyperstaticité :
(Axe roulis)

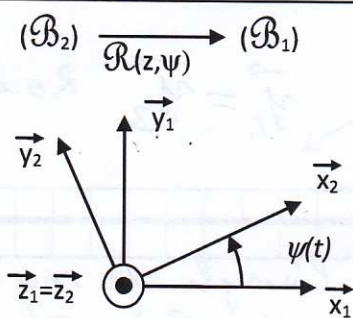
De même que pour l'axe de lacet : $h = 1$

Contraintes de montage sur le système passif :

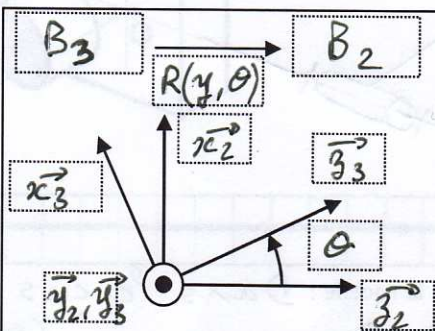
Pour le système passif, il n'y a pas de contraintes de montage car il n'y a qu'une seule liaison (chaîne ouverte)

2^{ème} PARTIE Chaîne d'information de la caméra stabilisée

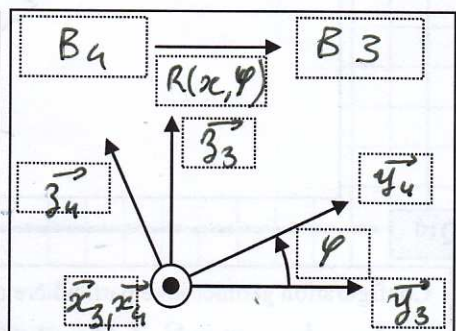
Q12



$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$



$$R(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Q13

$$R_{4 \rightarrow 1} = R_{4 \rightarrow 3} \cdot R_{3 \rightarrow 2} \cdot R_{2 \rightarrow 1}$$

$$R_{4 \rightarrow 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{4 \rightarrow 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$(B_4) \longrightarrow (B_1)$$

$$\cos \theta \cdot \cos \psi$$

$$\cos \theta \cdot \sin \psi$$

$$-\sin \theta$$

$$-\cos \psi \cdot \sin \psi \\ + \sin \psi \sin \theta \cos \psi$$

$$\cos \psi \cos \psi \\ + \sin \psi \sin \theta \sin \psi$$

$$\sin \psi \cos \theta$$

$$\sin \psi \sin \psi \\ + \cos \psi \sin \theta \cos \psi$$

$$-\sin \psi \cos \psi \\ + \cos \psi \sin \theta \sin \psi$$

$$\cos \psi \cos \theta$$

Q14

Trois relations : $\vec{g} = g_3 \vec{z}_0 = a_x \cdot \vec{x}_4 + a_y \cdot \vec{y}_4 + a_z \cdot \vec{z}_4 = (R_{4 \rightarrow 1} \cdot g_3 \vec{z}_0)_{R_4}$

$$a_x = -g_3 \sin \theta$$

$$a_y = g_3 \sin \psi \cos \theta$$

$$a_z = g_3 \cos \psi \cos \theta$$

Vecteur accélération insuffisant (justifier) :

Ces trois équations ne font pas intervenir l'angle de lacet ψ . Donc on ne peut pas connaître entièrement l'attitude de la camera par rapport au repère terrestre.

Q15

Vecteur accélération et champ magnétique suffisants :

$$\text{De même on a } \vec{\Gamma}_{Rg} = M \cos(\delta) \vec{x}_0 - M \sin(\delta) \vec{z}_0 = m_x \vec{x}_4 + m_y \vec{y}_4 + m_z \vec{z}_4$$

sachant que $(R_{4 \rightarrow 0} \cdot (\vec{\Gamma}_{Rg})_{R_0})_{R_4} = (m_x, m_y, m_z)$

On peut utiliser une autre équation
par exemple $m_x = M \cos \delta \cos \theta \cos \psi + M \sin \delta \sin \theta$
cette équation permet alors de déterminer ψ

Q16

X	$\frac{d\psi}{dt} = \omega_x$
Y	$\frac{d\theta}{dt} = \omega_y$
Z	$\frac{d\psi}{dt} = \omega_z$

Lacet, Roulis ou Tangage

(A choisir pour chaque case)

Q17

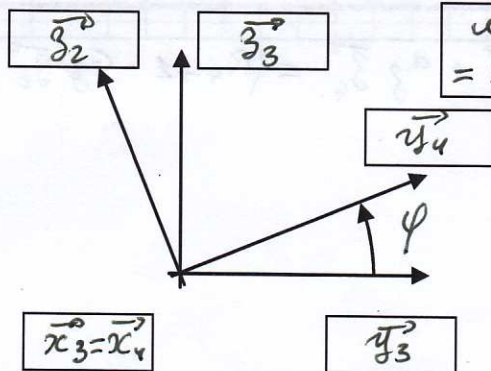
Gyromètre :

$$\omega_x = \frac{d\psi}{dt}$$

aligné avec l'axe de :

$$\text{Tangage } \vec{x}_3 = \vec{x}_4$$

Q18



$$\vec{\Omega}_{411} = \frac{d\psi}{dt} \vec{x}_4 + \frac{d\theta}{dt} \vec{y}_3 + \frac{d\psi}{dt} \vec{z}_2$$

$$\vec{\Omega}_{411} = \frac{d\psi}{dt} \vec{x}_4 + \frac{d\theta}{dt} (\cos \psi \vec{y}_4 - \sin \psi \vec{z}_4)$$

$$+ \frac{d\psi}{dt} (\cos \theta \cos \psi \vec{z}_4 + \cos \theta \sin \psi \vec{y}_4 - \sin \theta \vec{x}_4)$$

sachant que

$$\vec{\Omega}_{411} = \omega_x \vec{x}_4 + \omega_y \vec{y}_4 + \omega_z \vec{z}_4$$

Trois relations : on obtient

$$\omega_x = \frac{d\psi}{dt} - \sin \theta \frac{d\psi}{dt}$$

$$\omega_y = \cos \psi \frac{d\theta}{dt} + \cos \theta \sin \psi \frac{d\psi}{dt}$$

$$\omega_z = -\sin \psi \frac{d\theta}{dt} + \cos \theta \cos \psi \frac{d\psi}{dt}$$

Dans l'énoncé on ne demandait de ne considérer que la rotation sur l'axe de tangage. soit $\theta = 0$
 $\cos \theta = 1$ et $\sin \theta = 0$



Nom

Prénom (s)



Épreuve Sciences Industrielles - PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille

 / 3^{ème} PARTIE Caractéristiques mécaniques de la nacelle

Q19

Solution d'équilibrage 1: Déplacer le solide S par rapport à l'axe (M, \vec{u}^1) afin de déplacer le centre d'inertie sur l'axe (M, \vec{u}^2) (solution utilisée ici)

Solution d'équilibrage 2: Ajouter au solide S des masses additionnelles (ou retirer de la matière au solide S) afin de déplacer le centre d'inertie sur l'axe (M, \vec{u}^2)

Q20

Ensemble : {4, camera}

Ensemble équilibré si $(m_c + m_u) \vec{O}'G_{4c} \wedge \vec{x}_4 = \vec{0}$
 $(\vec{O}'G_{4c} \parallel \vec{x}_4)$

$$\Leftrightarrow [m_c (\vec{O}'\vec{O}_c + \vec{O}_c\vec{G}_c) + m_u \vec{O}'\vec{G}_u] \wedge \vec{x}_4 = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow [m_c ((x_c + a_c)\vec{x}_4 + (y_c + b_c)\vec{y}_4 + (z_c + c_c)\vec{z}_4) - m_u (a_u\vec{x}_4 + c_u\vec{z}_4)] \wedge \vec{x}_4 = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow m_c (y_c + b_c) = 0 \text{ et } m_c (z_c + c_c) - m_u c_u = 0$$

$$y_c = -b_c$$

$$z_c = \frac{m_u c_u - m_c c_c}{m_c}$$

$$y_c \text{ (cm)} = -2 \text{ cm}$$

$$z_c \text{ (cm)} = \frac{350 \times 0,4 - 100 \times 4,8}{1000} = -4,66 \text{ cm}$$

$$\vec{O}'G_{4c} = \frac{m_c (x_c + a_c) - m_u a_u}{m_c + m_c} \vec{x}_4$$

Réglages : translations (i = 2, 3 ou 4)

Ordre	Nom de l'axe	Solides concernés	$\pm \bar{X}_i$	$\pm \bar{Y}_i$	$\pm \bar{Z}_i$
1 ^{er}	tangage	{4, camera}		✓	✓
2 ^{ème}	roulis	{3, 4, camera}	✓		(✓)
3 ^{ème}	lacet	{2, 3, 4, camera}	(✓)	(✓)	

NE RIEN ECRIRE

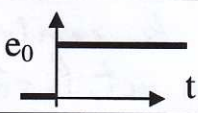
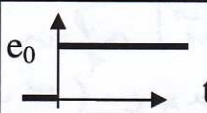
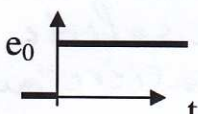
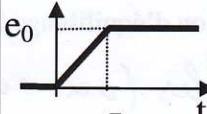
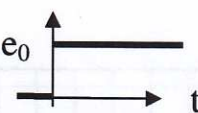

DANS CE CADRE

4^{ème} PARTIE Performances globales de la caméra stabilisée

Q21

$$\alpha_a^*(p) = \frac{e_0}{\tau_0 p^2} - \frac{e_0 e^{-\tau_0 p}}{\tau_0 p^2}$$

$$A_i(p) = \frac{\alpha_a^*(p)}{\alpha^*(p)}$$

	$\alpha^*(t)$	$A_i(p)$	$\alpha_a^*(t)$
[i=1]		1	
[i=2]		$\frac{1 - e^{-\tau_0 p}}{\tau_0 p}$	
[i=3]		$\frac{1}{1 + \tau_0 p}$	

Q22

Code	Définition	Expression ou définition
Non codé	Fonction de transfert du mécanisme tangage	$\frac{K_m A}{1 + \tau_{mp} p} = \frac{1}{1 + \tau_{mp} p}$
$Co_T(p)$	Correcteur de tangage (partiel)	K_p
$g_1(p)$	Grandeur physique associée	Vitesse de rotation de l'axe de tangage
$K_D \alpha_T$	Coefficient du correcteur dérivé	K_D

Lien entre $g_1(t)$ et $\varphi(t)$:

$$g_1(t) = \frac{d\varphi}{dt}$$

Q23

$$FTBO(p) = K_p \frac{\frac{A K_m}{1 + \tau m p}}{1 - \frac{A K_m K_D}{1 + \tau m p}} \cdot \frac{1}{p} = \frac{A K_m K_p}{p(1 - K_D + \tau m p)}$$

Soit pour $A K_m = 1$

FTBO:
$$\frac{\frac{K_p}{1 - K_D}}{p \left(1 + \frac{\tau m}{1 - K_D} p\right)}$$
 sous sa forme canonique
(pas demandée)

$$FTBF(p) = A_i(p) \cdot \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)} = A_i(p) \frac{\frac{A K_m K_p}{p(1 - K_D + \tau m p)}}{1 + \frac{A K_m K_p}{p(1 - K_D + \tau m p)}}$$

Donc pour $A_i(p) = 1$ et $A K_m = 1$

$$FTBF(p) = \frac{K_p}{K_p + (1 - K_D)p + \tau m p^2}$$

FTBF:
$$\frac{1}{1 + \frac{1 - K_D}{K_p} p + \frac{\tau m}{K_p} p^2}$$
 sous sa forme canonique
(pas demandée)
mais utile pour la question 25

Q24

La FTBF est un second ordre qui est stable si et seulement si les 3 coefficients du dénominateur sont de même signe

sachant que $K_p \geq 0$ et $\tau m \geq 0$ le système est stable si et seulement si $1 - K_D \geq 0$

c'est à dire si et seulement si

$$K_D \leq 1$$

$$K_{Dmax} = 1$$

Critère(s) utilisé(s) :

Critère algébrique : Tous les pôles sont à partie réelle négative

Q25

Dépassements et/ou oscillations ?

Il y a un dépassement avec des oscillations.

Justifications :

La pulsation propre de la FTBF est $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_p}{T_m}}$
 Le facteur d'amortissement $\zeta = \frac{\omega_0}{2} \frac{1-K_D}{K_p} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_p}{T_m}} \times \frac{1-K_D}{K_p}$
 $\Rightarrow \zeta = \frac{1-K_D}{2\sqrt{T_m K_p}} = \frac{1-0,5}{2\sqrt{0,2 \times 10}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \zeta \leq 1$ C&FD

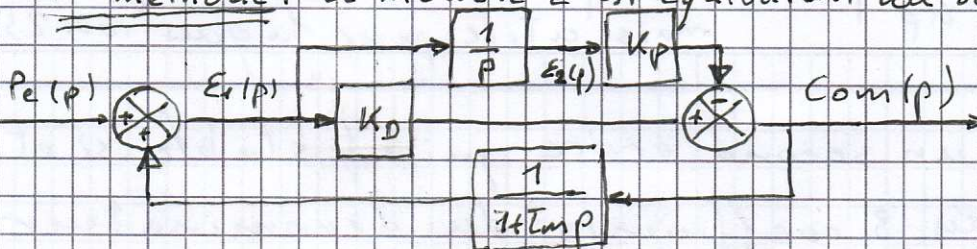
Q26

Comportement par rapport à l'exigence 1.12 :

La réponse à un échelon de consigne présente une pente importante au début et faible à la fin, sans dépassement de la valeur finale. Ce qui signifie un mouvement avec un départ rapide et une arrivée lente sans aucun dépassement, conformément à l'exigence 1.12

Q27

1^{re} méthode : Le modèle 2 est équivalent au schéma bloc suivant.



$$\text{Donc } \text{Stab}(p) = \frac{K_D - \frac{K_p}{p}}{1 - \frac{K_D - \frac{K_p}{p}}{1 + T_m p}} = \frac{(1 + T_m p)(K_D \cdot p - K_p)}{p + T_m p^2 - K_D p + K_p}$$

2^{ème} méthode : Par lecture du schéma bloc du modèle 2

$$\text{Com}(p) = K_p E_2 + K_D E_1 = -\frac{K_p}{p} E_1 + K_D E_1 \text{ avec } E_1 = Pe(p) + \frac{\text{Com}(p)}{1 + T_m p}$$

$$\text{Soit } \text{Com}(p) = \left(K_D - \frac{K_p}{p}\right) \cdot \left[Pe(p) + \frac{\text{Com}(p)}{1 + T_m p}\right] = \left(K_D - \frac{K_p}{p}\right) Pe(p) + \frac{K_D - \frac{K_p}{p}}{1 + T_m p} \text{Com}(p)$$

$$\text{On en déduit } \text{Stab}(p) = \frac{K_D - \frac{K_p}{p}}{1 - \frac{K_D - \frac{K_p}{p}}{1 + T_m p}} = \frac{(1 + T_m p) \cdot (K_D p - K_p)}{p + T_m p^2 - K_D p + K_p}$$

$$\text{Stab}(p) = \frac{\text{Com}(p)}{Pe(p)} = \frac{-K_p + (K_D - K_p T_m) p + K_D T_m p^2}{K_p + (1 - K_D) p + T_m p^2} = \frac{-1 + \left(\frac{K_D}{K_p} - T_m\right) p + \frac{K_D}{K_p} T_m p^2}{1 + \frac{1 - K_D}{K_p} p + \frac{T_m}{K_p} p^2}$$



Nom

Prénom (s)

CONCOURS
COMMUN MINES
PONTS

Épreuve Sciences Industrielles - PSI

Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement
renseignée ne seront pas prise en compte pour la correction.

Feuille

 /

Q28

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \text{com}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \text{com}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \text{Pe}(p) \text{Stab}(p)$$

or pour un échelon unitaire de $\text{Pe}(t)$ on a $\text{Pe}(p) = \frac{1}{p}$

$$\text{Donc } \lim_{t \rightarrow +\infty} \text{com}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \text{Stab}(p) = -1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{com}(t) = -1$$

$$\text{Sachant que } E_s(p) = p\Phi(p) = \text{Pe}(p) + \frac{1}{1+Lmp} \text{com}(p)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{d\psi(t)}{dt} = 1 - 1 = 0$$

Sens physique : Cela signifie que pour un échelon unitaire de perturbation, la commande tend vers une constante unitaire qui s'oppose à la perturbation pour avoir une vitesse de déplacement nulle qui stabilise la camera

Q29

Comme pour la question 23

$$\text{FTBO} = \frac{\frac{K_p}{1-K_D}}{p \left(1 + \frac{Lm}{1-K_D} p\right)} = \frac{K_p}{p(1-K_D + Lmp)}$$

En déplaçant le sommateur de $\text{Pe}(p)$ à gauche de la boucle interne

$$\text{Il vient } \text{Pert}(p) = \frac{(1+Lmp) \frac{\text{FTBO}(p)}{K_p}}{1 + \text{FTBO}(p)} = \frac{\frac{1+Lmp}{p(1-K_D + Lmp)}}{1 + \frac{K_p}{p(1-K_D + Lmp)}}$$

$$\text{Pert}(p) = \frac{\varphi(p)}{\text{Pe}(p)} = \frac{1+Lmp}{K_p + (1-K_D)p + Lmp^2} = \frac{1}{K_p} \times \frac{1+Lmp}{1 + \frac{1-K_D}{K_p} p + \frac{Lm}{K_p} p^2}$$

NE RIEN ECRIRE

DANS CE CADRE

Q30

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \Phi(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p P_c(p) P_{ent}(p)$$

Or pour un échelon unitaire de $P_c(t)$ on a $P_c(p) = \frac{1}{p}$

$$\text{Donc } \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} P_{ent}(p) = \frac{1}{K_p}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 1/K_p$$

Sens physique : Cela signifie que si le système se stabilise, il n'est pas précis en réponse à un échelon de perturbation. Cela était prévisible car l'intégrateur est en aval de la perturbation.

Q31

La FTBO est un 2nd ordre de classe 1. Donc $\forall \omega \quad \varphi_{BO}(\omega) \geq -180^\circ \Rightarrow M_{\omega} = +\infty$

$$M_{\omega} = 20^\circ \Leftrightarrow 20 = 180 - 90 - \arctan\left(\frac{\omega}{1-\omega^2}\right) \Rightarrow \omega_{dB} = 6,9 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow 20 \log K_p - 20 \log[(1-\omega^2)\omega_{dB}] - 10 \log\left(1 + \frac{\omega_{dB}^2}{1-\omega_{dB}^2}\right) = 0 \Rightarrow 20 \log K_p = 20,2 \text{ dB}$$

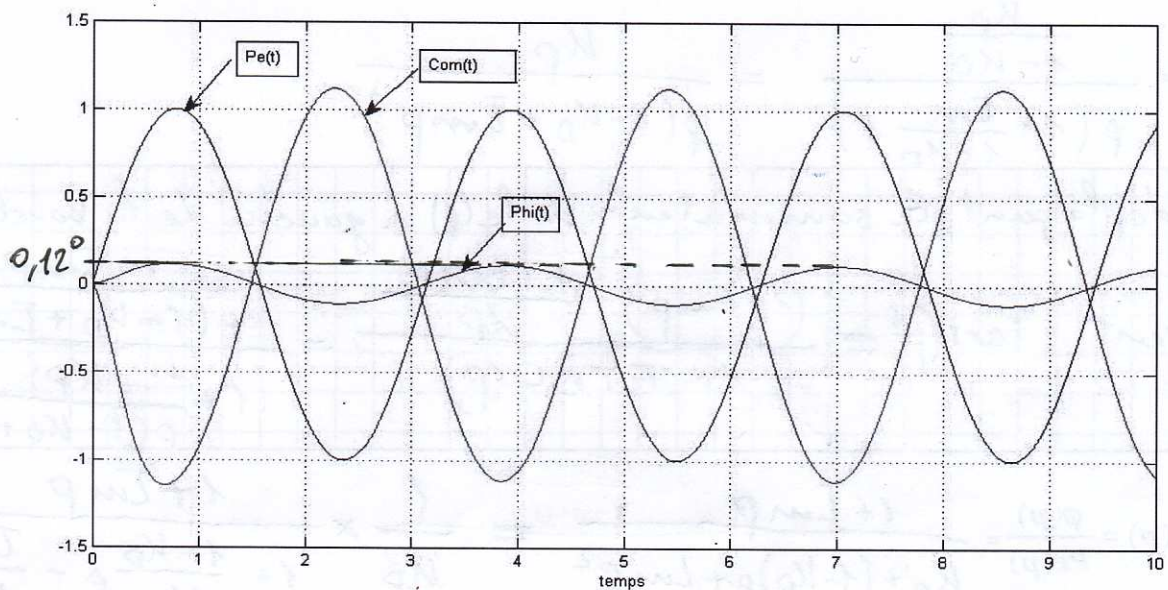
Remarque En utilisant le tableau de l'énoncé

$$\omega_{dB} = 7 \Rightarrow 20 \log K_p = 3 \Rightarrow K_p = \sqrt{2}$$

$$K_{p\text{maxi}} = 10^{\frac{20,2}{20}} = 10,23 \text{ s}^{-1}$$

Q32

Réponse de l'axe de tangage à une perturbation sinusoïdale



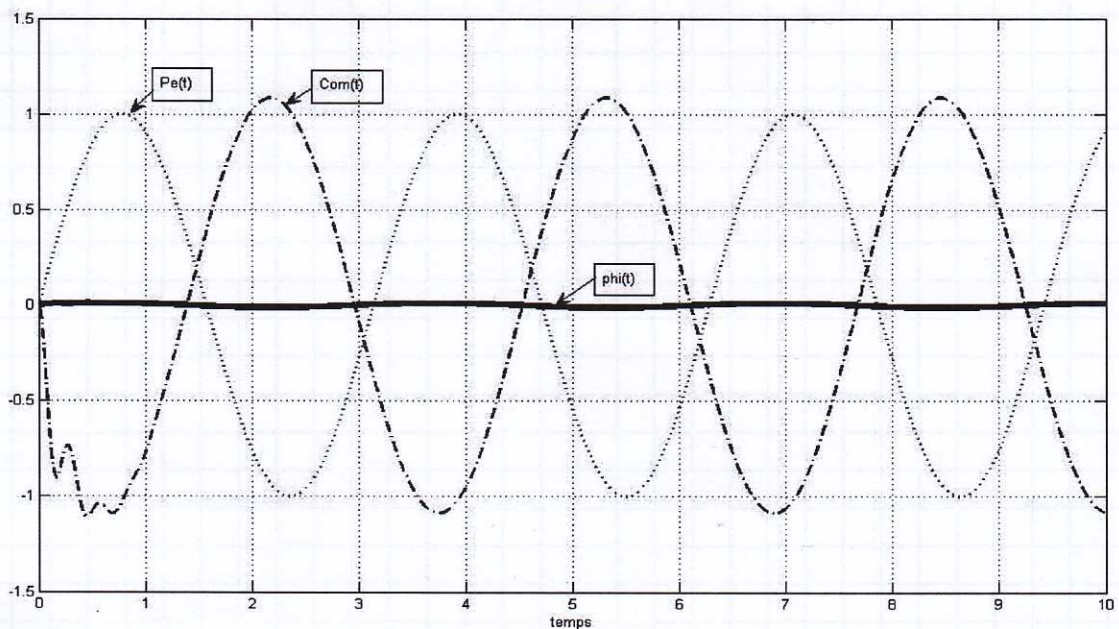
Analyse du tracé par rapport à l'exigence 1.13 :

L'amplitude de mouvement de la caméra est de $|\varphi| \approx 0,12^\circ$ alors que l'exigence 1.13 demande que $|\varphi| < 0,1^\circ$
Donc l'exigence 1.13 n'est pas respectée.

Justifier :

On remarque que $\text{Com}(t)$ est en opposition de phase avec $P_e(t)$ avec $|\text{com}(t)| \approx |P_e(t)|$ cela est cohérent avec le résultat de la question 28

Q33



Réponse de l'axe de tangage à une perturbation sinusoïdale
(Nouveau réglage)

Analyse du tracé par rapport à l'exigence 1.13 :

Cette fois-ci on a une amplitude de $|\varphi(t)|$ beaucoup plus faible $|\varphi(t)| \approx 0 \Rightarrow |\varphi(t)| < 0,1^\circ$
Donc l'exigence 1.13 est respectée.

Réglages :

Il est probable qu'on ait diminué K_D , ainsi pour garder la marge de phase, on peut augmenter K_P (voir Q31) et donc on diminue $P(r)$ (voir Q30)

Principale amélioration :

Ainsi on augmente la robustesse du système car il est moins sensible aux perturbations.

FIN

Demi-page libre pour reporter des résultats d'autres questions. BIEN NOTER LES NUMEROS DES QUESTIONS