

## I – Analyse du mouvement de l'utilisateur et justification du cahier des charges

### Question 1

Lors d'une course l'amplitude et la fréquence des mouvements verticaux seront plus importantes que lors de la marche. Or pour l'analyse de la courbe (a) donne des amplitudes et fréquences plus faibles que pour l'analyse spectrale de la courbe (b).

**Donc La courbe (a) correspond à la marche et la courbe (b) correspond à la course.**

### Question 2

Le cahier des charges (voir document réponse figure A) stipule qu'il faut filtrer les fréquences supérieures à 1,5 Hz avec une atténuation supérieure à 16 dB et les fréquences inférieures à 0,1 Hz avec une atténuation inférieure à 3 dB.

Un filtre passe bas du premier ordre de pulsation de coupure  $2.\pi \times 0,1 = 0,628 \text{ rad.s}^{-1}$  permettra donc d'atténuer les perturbations conformément au cahier des charges.

## II – Vérification du respect de l'exigence relative à la position d'équilibre

### Question 3

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = y_A \cdot \overrightarrow{y_0} + L \cdot \overrightarrow{y_2} + y_G \cdot \overrightarrow{y_0} + z_G \cdot \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{OG} &= y_A \cdot \overrightarrow{y_0} + L \cdot \cos \alpha \cdot \overrightarrow{y_0} + L \cdot \sin \alpha \cdot \overrightarrow{z_0} + y_G \cdot \overrightarrow{y_0} + z_G \cdot \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{OG} &= (y_A + L \cdot \cos \alpha + y_G) \cdot \overrightarrow{y_0} + (z_G + L \cdot \sin \alpha) \cdot \overrightarrow{z_0}\end{aligned}$$

### Question 4

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BA} &= \vec{0} = \ell \cdot \overrightarrow{z_0} + L_R \cdot \overrightarrow{y_5} - L \cdot \overrightarrow{y_2} && \text{Soit en projection :} \\ \text{Sur } \overrightarrow{y_0} : L_R \cdot \cos \beta - L \cdot \cos \alpha &= 0 && \Leftrightarrow L_R \cdot \cos \beta = L \cdot \cos \alpha && (1) \\ \text{Sur } \overrightarrow{z_0} : \ell + L_R \cdot \sin \beta - L \cdot \sin \alpha &= 0 && \Leftrightarrow L_R \cdot \sin \beta = L \cdot \sin \alpha - \ell && (2)\end{aligned}$$

On obtient donc par le quotient des équations :  $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan \beta = \frac{L \cdot \sin \alpha - \ell}{L \cdot \cos \alpha}$

### Question 5

En faisant la somme des carrés des équations précédentes :  $(1)^2 + (2)^2$  on obtient :

$$L_R^2 = L^2 + \ell^2 - 2 \cdot L \cdot \ell \cdot \sin \alpha \quad \text{Soit :} \quad L_R = \sqrt{L^2 + \ell^2 - 2 \cdot L \cdot \ell \cdot \sin \alpha}$$

### Question 6

Le ressort qui est un ressort de traction a une raideur  $K_R$  et est situé à gauche de 3 (avec  $\overrightarrow{y_5}$  orienté vers la droite) donc la résultante de l'action de 5 sur 3 est :  $\overrightarrow{F_{5 \rightarrow 3}} = -K_R \cdot y_B \cdot \overrightarrow{y_5}$  où  $y_B$  est la position du point B sur l'axe  $(A, \overrightarrow{y_5})$  relativement à celle pour laquelle l'effort du ressort est nulle.

On a donc  $F_R = -K_R \cdot y_B$ . D'autre part pour  $L_R = L_{R0}$  on a  $F_R = F_{R0}$ , on en déduit :

$$F_R = -(F_{R0} + K_R \cdot (L_R - L_{R0})) = -(F_{R0} + K_R \cdot (\sqrt{L^2 + \ell^2 - 2 \cdot L \cdot \ell \cdot \sin \alpha} - L_{R0}))$$

Remarque : En général on définit comme longueur à vide du ressort ( $L_{R0}$ ) la longueur pour laquelle  $F_R = 0$ . Ce n'est pas le cas dans l'énoncé où pour la longueur à vide on a  $F_R = F_{R0}$ , à moins que  $F_{R0} = 0$ .

**Question 7**

On isole 2 les actions extérieures sont :

- ☞ Action de 1 sur 2 : Force  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$  appliquée en A (Car liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_0)$  et problème plan)
- ☞ Action de 3 sur 2 : Force  $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$  appliquée en B (Car liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x}_0)$  et problème plan)

La masse et l'inertie de 2 étant négligées on a un système soumis à deux forces qui ont donc le même support. L'une étant appliquée en A et l'autre en B. Ce support est la droite  $(AB) = (B, \vec{y}_2)$ .

**Du principe des actions mutuelles on en déduit que l'action de 2 → 3 est de direction  $\vec{y}_2$ .**

**Par un raisonnement identique on en déduit que l'action de 2' → 3 est aussi de direction  $\vec{y}_2$ .**

**Question 8**

On applique le Principe Fondamental de la Statique à l'ensemble {3,4}. Les actions de 2 et 2' sur 3 étant de direction  $\vec{y}_2$  il est judicieux de projeter le Théorème de la Résultante Statique (TRS) sur  $\vec{z}_2$ .

On obtient alors une équation avec 3 inconnues :  $F_R$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ . Ensuite les équations établies aux questions 4, 5 et 6 donnent trois équations avec 4 inconnues  $F_R$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $L_R$ .

On obtient ainsi un système de 4 équations (non linéaires) à 4 inconnues permettant de déterminer  $F_R$  et la position d'équilibre en fonction des masses de 3 et 4.

**Question 9**

On isole {3,4} les actions extérieures s'appliquant sur cet ensemble sont :

- ☞ Le poids de l'ensemble {3,4} : Force de résultante  $-m_{34}.g. \vec{z}_0$  appliquée en G
- ☞ Action de 2 sur 3 : Force de direction  $\vec{y}_2$  appliquée en B
- ☞ Action de 2' sur 3 : Force de direction  $\vec{y}_2$  appliquée en B'
- ☞ Action de 5 sur 3 : Force de résultante  $F_R. \vec{y}_5$  appliquée en B

L'application du TRS à {3,4} en projection sur  $\vec{z}_2$  donne donc :

$$-m_{34}.g. \vec{z}_0 \cdot \vec{z}_2 + 0 + 0 + F_R. \vec{y}_5 \cdot \vec{z}_2 = 0$$

Sachant que :  $\vec{z}_0 \cdot \vec{z}_2 = \alpha$  et  $\vec{y}_5 \cdot \vec{z}_2 = \vec{y}_5 \cdot \vec{y}_0 + \vec{y}_0 \cdot \vec{z}_0 + \vec{z}_0 \cdot \vec{z}_2 = -\beta + \frac{\pi}{2} + \alpha$

On obtient :  $-m_{34}.g.\cos \alpha + F_R.\cos\left(\frac{\pi}{2} - (\beta - \alpha)\right) = 0$

Soit :  $F_R.\sin(\beta - \alpha) - m_{34}.g.\cos \alpha = 0$

**Question 10**

Etant donné l'équation établie à la question précédente qui traduit l'équilibre du système, il suffit d'écrire une fonction qui retourne la valeur de  $F_R.\sin(\beta - \alpha) - m_{34}.g.\cos \alpha$ . On peut donc écrire :

```
def fonction_equilibre(m4, alpha) :
    Beta = beta(alpha)
    Fr = effort_ressort(alpha)
    return Fr*np.sin(Beta-alpha) - (m3+m4)*g*np.cos(alpha)
```

On peut chercher la valeur de l'angle  $\alpha$  dans un intervalle  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  car la position d'équilibre se trouve forcément dans cet intervalle.

On va donc écrire une fonction qui par dichotomie cherche un intervalle de largeur maximale  $2.10^{-6}$  dans lequel se trouve la position d'équilibre et qui retourne le milieu de cet intervalle. On aura ainsi la position d'équilibre avec une précision de  $10^{-6}$  radian.

```
def angle_equilibre (m4) :
    a,b=-np.pi/2,np.pi/2
    while (b-a)>2e-6:
        m=(b+a)/2
        fa=fonction_equilibre (m4, a)
        fm=fonction_equilibre (m4, m)
        if fa*fm>0:
            a=m
        else:
            b=m
    return (b+a)/2
```

**Question 11**

La figure 5 donne la position d'équilibre en fonction de la masse de l'appareil photo.  
 Pour  $m_4 = 0,350 \text{ kg}$  on a  $\alpha = 18^\circ$  et pour  $m_4 = 1,550 \text{ kg}$  on a  $\alpha = -9^\circ$ .

**Or l'exigence 1.1.1 du cahier des charges stipule que la position d'équilibre doit être comprise dans l'intervalle  $[-35^\circ, 45^\circ]$ . Ayant  $[-9^\circ, 18^\circ] \subset [-35^\circ, 45^\circ]$  cette exigence est respectée.**

**Question 12**

L'amplitude verticale du mouvement vertical de 3 par rapport à 1 relativement à la position d'équilibre pour laquelle  $\alpha = \alpha_0$  est de :  
 ☞ Vers le haut :  $\Delta z_{\text{haut}} = L.(\sin \alpha_{\text{max}} - \sin \alpha_0)$   
 ☞ Vers le bas :  $\Delta z_{\text{bas}} = L.(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_{\text{min}})$

Avec la plage de fonctionnement  $[-35^\circ, 45^\circ]$ . On obtient donc pour un appareil de masse :

- ☞  $m_4 = 0,350 \text{ kg}$  :  $\Delta z_{\text{haut}} = 52.(\sin 45^\circ - \sin 18^\circ) = 20,7 \text{ mm}$   
 $\Delta z_{\text{bas}} = 52.(\sin 18^\circ - \sin -35^\circ) = 45,9 \text{ mm}$
- ☞  $m_4 = 1,550 \text{ kg}$  :  $\Delta z_{\text{haut}} = 52.(\sin 45^\circ - \sin -9^\circ) = 44,9 \text{ mm}$   
 $\Delta z_{\text{bas}} = 52.(\sin -9^\circ - \sin -35^\circ) = 21,7 \text{ mm}$

**Or l'exigence 1.1.2 du cahier des charges stipule que l'amplitude du mouvement doit être au minimum de  $\pm 20 \text{ mm}$ . Comme quelque soit la masse  $m_4 \in [0,350 \text{ kg}, 1,550 \text{ kg}]$  on a de valeurs de  $\Delta z_{\text{haut}}$  et  $\Delta z_{\text{bas}}$  supérieures à  $20 \text{ mm}$  l'exigence 1.1 est respectée.**

**III – Détermination de la loi de mouvement du système perturbé**

**Question 13**

On isole  $\{3,4\}$  les actions extérieures s'appliquant sur cet ensemble sont :

- ☞ Le poids de l'ensemble  $\{3,4\}$  : Force de résultante  $-m_{34}.g. \vec{z}_0$  appliquée en G
- ☞ Action de 2 sur 3 : Force de direction  $\vec{y}_2$  appliquée en B
- ☞ Action de 2' sur 3 : Force de direction  $\vec{y}_2$  appliquée en B'
- ☞ Action de 5 sur 3 : Force de résultante  $F_R. \vec{y}_5$  appliquée en B

L'application du Théorème de la Résultante Dynamique à  $\{3,4\}$  en projection sur  $\vec{z}_2$  donne donc :

$$-m_{34}.g. \vec{z}_0 \cdot \vec{z}_2 + 0 + 0 + F_R. \vec{y}_5 \cdot \vec{z}_2 = m_{34}. \vec{a}_{G \in 3/0} \cdot \vec{z}_2$$

Où :  $\vec{a}_{G \in 3/0} = \left( \frac{d^2 \overline{OG}}{dt^2} \right)_{\mathcal{R}_0}$  avec :  $\overline{OG} = y_A. \vec{y}_0 + z_{\text{pert.}}. \vec{z}_0 + L. \vec{y}_2 + y_G. \vec{y}_0 + z_G. \vec{z}_0$

On obtient alors :  $\vec{a}_{G \in 3/0} = \ddot{z}_{\text{pert.}}. \vec{z}_0 + L. \ddot{\alpha}. \vec{z}_2 - L. \dot{\alpha}^2. \vec{y}_2$

**Remarque :** Ce résultat est assez évident car le mouvement de 1 par rapport à 0 est une translation rectiligne de direction  $\vec{z}_0$  et celui de 3 par rapport à 1 est une translation circulaire de rayon ( $L \cdot \vec{y}_2$ ). On a donc par composition des accélérations. L'accélération d'entraînement :  $\vec{a}_{G \in 1/0} = \ddot{z}_{\text{pert}} \cdot \vec{z}_0$ , l'accélération relative  $\vec{a}_{G \in 3/1} = L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_2 - L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_2$  (Accélération tangentielle :  $L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_2$  et accélération centripète  $-L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_2$ ) et l'accélération de Coriolis :  $\vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2 \cdot \Omega_{1/0} \cdot \vec{V}_{G \in 3/1} = \vec{0}$  (car le mouvement de 1 par rapport à 0 est une translation :  $\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$ )

Sachant que :  $\vec{z}_0 \cdot \vec{z}_2 = \cos \alpha$  et  $\vec{y}_5 \cdot \vec{z}_2 = \sin(\beta - \alpha)$  (Voir question 9)

L'application du TRD à {3,4} en projection sur  $\vec{z}_2$  donne donc :

$$-m_{34} \cdot g \cdot \cos \alpha + 0 + 0 + F_R \cdot \sin(\beta - \alpha) = m_{34} \cdot \ddot{z}_{\text{pert}} \cdot \cos \alpha + m_{34} \cdot L \cdot \ddot{\alpha}$$

On obtient donc :  $\ddot{\alpha} = -\frac{1}{L} \cdot \ddot{z}_{\text{pert}} \cdot \cos \alpha - \frac{m_{34} \cdot g}{L} \cdot \cos \alpha + \frac{F_R}{m_{34} \cdot L} \cdot \sin(\beta - \alpha)$  Soit :

$$\ddot{\alpha} = C_1 \cdot \ddot{z}_{\text{pert}} \cdot \cos \alpha + C_2 \cdot \cos \alpha + C_3 \cdot F_R \cdot \sin(\beta - \alpha) \quad \text{avec :} \quad C_1 = -\frac{1}{L} \quad C_2 = -\frac{g}{L} \quad C_3 = \frac{1}{m_{34} \cdot L}$$

### Question 14

Sachant que :  $z_{\text{pert}}(t) = Z_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$  on a :  $\ddot{z}_{\text{pert}}(t) = -Z_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

En utilisant l'équation précédente on peut donc calculer  $\alpha(t)$  en fonction de  $\alpha$  et  $t$ . D'où la fonction équation\_dynamique en code Python qui renvoi le vecteur  $\hat{A}(t)$  en fonction du vecteur  $A(t)$  et  $t$ .

```
def équation_dynamique (A, t) :
    alpha=A[0]
    Beta=beta(alpha)
    Fr=effort_ressort(alpha)
    Zpp=-Z0*w*w*np.sin(w*t)
    Alphapp=(C1*Zpp+C2)*np.cos(alpha)+C3*Fr*np.sin(Beta-alpha)
    Return np.array([A[1],Alphapp])
```

### Question 15

```
A0=np.array([angle_equilibre(m4),0])
```

### Question 16

Les performances mesurées et simulées sont assez similaires pour ce qui concerne la forme des courbes de déplacement vertical et la fréquence des courbes. En revanche il y a une différence d'amplitude entre les performances simulées et mesurées. L'amplitude simulée est plus importante que l'amplitude mesurée à 1 Hz et moins à 2 Hz.

En considérant l'angle alpha faible ( $\cos \alpha \approx 1$  et  $\sin \alpha \approx \alpha$ ). La fonction de transfert de  $Z_{\text{pert}}(p)$  à  $Z_G(p)$  est sans doute assez proche d'un second ordre. Avec un facteur d'amortissement nul.

La différence à une fréquence de 1 hz peut donc s'expliquer par la présence sur la maquette expérimentale de frottements visqueux qui introduisent un facteur d'amortissement non nul.

Le différence à une fréquence de 2 Hz peut peut-être s'expliquer par une imprécision de la résolution numérique, la pas de calcul de 0,01 s ( $t=np.arange(0,4,0.01)$ ) étant assez important relativement à la période de la pulsation.

Pour affiner le modèle numérique on peut donc :

**Introduire un coefficient de frottement visqueux au modèle simulé. Ce qui ajoute un terme en  $C_4 \cdot \dot{\alpha}$  dans l'équation différentielle établie à la question 13.**

**Réduire la pas de calcul en prenant par exemple  $t=np.arange(0,4,0.0001)$  ce qui rapprochera également le résultat du modèle simulé du système mesuré.**

**Question 17**

Pour les différentes simulations que quelque soit les valeurs de  $m_4$  on a suivant la fréquence  $f$  :

Pour  $f \leq 0,1$  Hz une amplitude d'environ 25 mm soit une augmentation d'environ 1 (soit en décibel :  $20 \log 1 = 0$ ) et donc une atténuation ( $-20 \cdot \log 1$ ) inférieure à 3 dB. Ce qui est conforme au cahier des charges.

Pour  $f \in [1,5 \text{ Hz}, 2,8 \text{ Hz}]$  une amplitude variant de 30 à 60 Hz soit une augmentation de 1,2 à 2,4 (soit en décibel  $20 \cdot \log 1,2 = 1,6$  dB) et donc une atténuation ( $-20 \cdot \log 1,2 = -1,6$  dB) soit très inférieure au + 16 dB exigées par le cahier des charges.

L'exigence 1.2 du cahier des charges n'est donc pas du tout satisfaite.

**IV – Etude d'avant projet d'une solution technique avec une commande active**

**Question 18**

On isole le bras 2 {Les actions extérieures s'appliquant sur ce bras sont :

L'action de 1 sur 2 due à la liaison pivot d'axe (A,  $\vec{x}_0$ ) entre 1 et 2

L'action de 3 sur 2 modélisée par une force  $\vec{F}_{3 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 3}$  appliquée en B

L'action de l'arbre de sortie sur le réducteur sur le bras 2 donc le moment est  $C_s$ .

L'application du Théorème du Moment Dynamique en A en projection sur  $\vec{x}_0$  donne donc :

$$0 + \vec{AB} \wedge (-\vec{F}_{2 \rightarrow 3}) \cdot \vec{x}_0 + C_s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (-\vec{F}_{2 \rightarrow 3}) \wedge \vec{x}_0 \cdot \vec{AB} + C_s = 0$$

Avec :  $-\vec{F}_{2 \rightarrow 3} = -(F_y \cdot \vec{y}_0 + F_z \cdot \vec{z}_0)$  et :  $\vec{AB} = L \cdot \vec{y}_2$  Donc on obtient :

$$L \cdot (F_y \cdot \vec{z}_0 - F_z \cdot \vec{y}_0) \cdot \vec{y}_2 + C_s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L \cdot F_y \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - L \cdot F_z \cdot \cos \alpha + C_s = 0$$

On obtient donc :  $C_s = L \cdot F_z \cdot \cos \alpha - L \cdot F_y \cdot \sin \alpha$

Sachant que  $-35^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$  on a :  $|\sin \alpha| \leq |\cos \alpha|$  Donc si  $F_y \approx 0$  alors :  $L \cdot F_y \cdot \sin \alpha \ll L \cdot F_z \cdot \cos \alpha$

D'où l'expression simplifiée de  $C_s$  :  $C_s = L \cdot F_z \cdot \cos \alpha$  Soit :  $C_m = \frac{L \cdot F_z \cdot \cos \alpha}{N}$

**Question 19**

Etant donné le schéma bloc de la figure 10, la FTBO de l'asservissement avec un correcteur proportionnel  $C(p) = K$  s'écrit :  $FTBO(p) = \frac{K \cdot N}{L \cdot m_{34} \cdot p^2}$  Qui est un double intégrateur.

La phase de cette FTBO est donc constante et est de  $-180^\circ$ . Il est donc impossible d'obtenir une marge de phase  $\Delta\phi = 45^\circ$  comme le stipule le critère de stabilité 2.3.1 du cahier des charges.

Donc la stabilité du système en boucle fermée est donc impossible.

**Question 20**

La FTBO non corrigée (pour  $C(p) = 1$ ) s'écrit :  $\frac{N}{L \cdot m_{34} \cdot p^2}$ . Donc à la pulsation  $\omega_{c,0dB}$ , le gain en décibel de cette FTBO est de :  $20 \cdot \log \frac{N}{L \cdot m_{34}} - 40 \cdot \log \omega_{c,0dB}$  et sa phase de  $-180^\circ$

Or pour respecter l'exigence 2.3.1 du cahier des charges il faut à cette pulsation pour la FTBO corrigée avoir : ☞ Un gain en décibel nul :  $20 \cdot \log \frac{N}{L \cdot m_{34}} - 40 \cdot \log \omega_{c,0dB} + 20 \cdot \log |C(j \cdot \omega_{c,0dB})| = 0$

☞ Une phase telle que  $180^\circ - 180^\circ + \arg(C(j \cdot \omega_{c,0dB})) = \Delta\phi$

Donc pour vérifier l'exigence 2.3.1 du cahier des charges il faut pour le correcteur que :

$$|C(j.\omega_{c,0dB})| = \frac{L.m_{34}.\omega_{c,0dB}^2}{N} \quad \text{et :} \quad \arg(C(j.\omega_{c,0dB})) = \Delta\phi$$

**Question 21**

Etant donné l'expression de la fonction de transfert du correcteur :  $C(p) = K \cdot \frac{(1 + T.p)^2}{2.T.p}$

$\arg(C(j.\omega_{c,0dB})) = -90^\circ + 2.\arctan(T.\omega_{c,0dB})$  Sachant qu'il faut :  $\arg(C(j.\omega_{c,0dB})) = \Delta\phi$

Il faut que :  $T = \frac{\tan \frac{\Delta\phi + 90^\circ}{2}}{\omega_{c,0dB}}$  Avec :  $T_{m,BF}.\omega_{c,0dB} \approx 3$  il faut :  $T = \frac{T_{m,BF}}{3} \tan \frac{\Delta\phi + 90^\circ}{2}$

Or pour respecter les exigences 2.1 et 2.3.1 il faut :  $T_{m,BF} = 0,1 \text{ s}$  et :  $\Delta\phi = 45^\circ$

Il faut donc :  $T = \frac{0,1}{3} \tan \frac{45^\circ + 90^\circ}{2} = 0,0805 \text{ s}$

**Question 22**

Etant donné l'expression de la fonction de transfert du correcteur :  $C(p) = K \cdot \frac{(1 + T.p)^2}{2.T.p}$

$|C(j.\omega_{c,0dB})| = \frac{K.(1 + (T.\omega_{c,0dB})^2)}{2.T.\omega_{c,0dB}}$  Sachant qu'il faut :  $|C(j.\omega_{c,0dB})| = \frac{L.m_{34}.\omega_{c,0dB}^2}{N}$

On doit avoir :  $\frac{K.(1 + (T.\omega_{c,0dB})^2)}{2.T.\omega_{c,0dB}} = \frac{L.m_{34}.\omega_{c,0dB}^2}{N} \Leftrightarrow K = \frac{2.T.L.m_{34}.\omega_{c,0dB}^3}{N.(1 + (T.\omega_{c,0dB})^2)}$

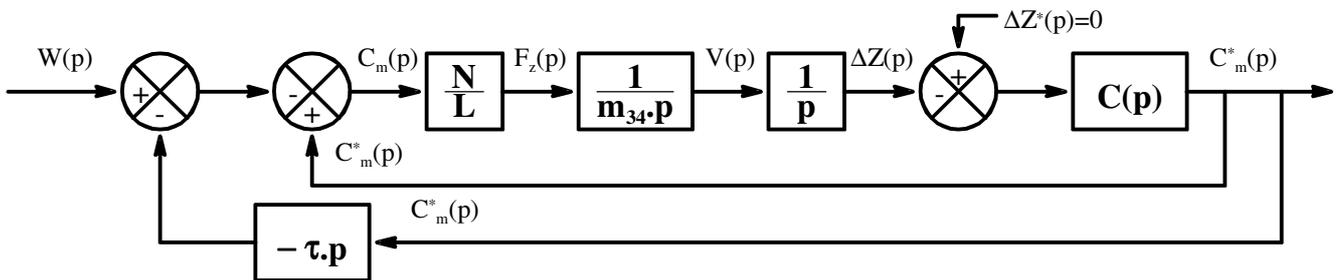
Sachant que :  $T_{m,BF}.\omega_{c,0dB} \approx 3$  il faut :  $K = \frac{54.T.L.m_{34}}{T_{m,BF}^3.N.(1 + 9.(T/T_{m,BF})^2)}$

A.N. :  $T = 0,0805 \text{ s}$   $L = 0,052 \text{ m}$   $m_{34} = 2,8 \text{ kg}$   $T_{m,BF} = 0,1 \text{ s}$   $N = 100$

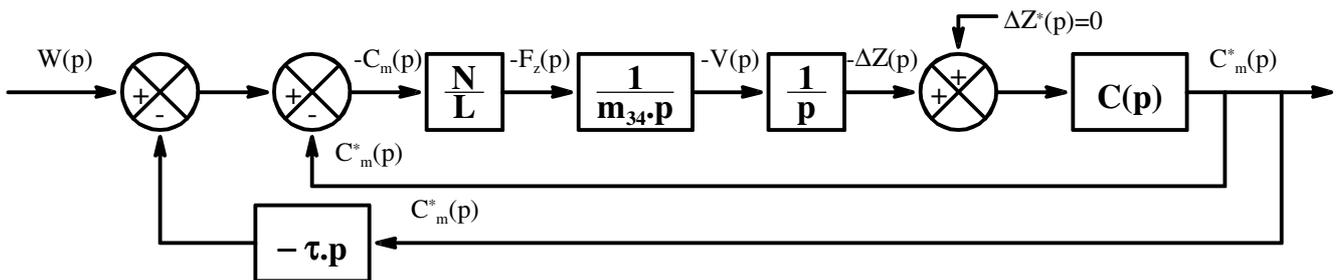
$K = \frac{54 \times 0,0805 \times 0,052 \times 2,8}{0,1^3 \times 100.(1 + 9.(0,0805/0,1)^2)} \Rightarrow K = 0,926 \text{ N}$

**Question 23**

Le schéma bloc de la figure 12 est équivalent au schéma bloc ci-dessous



Soit en modifiant les signes des deux comparateurs de la boucle interne on obtient :



Il est alors évident en appliquant la formule de black à la boucle interne que :

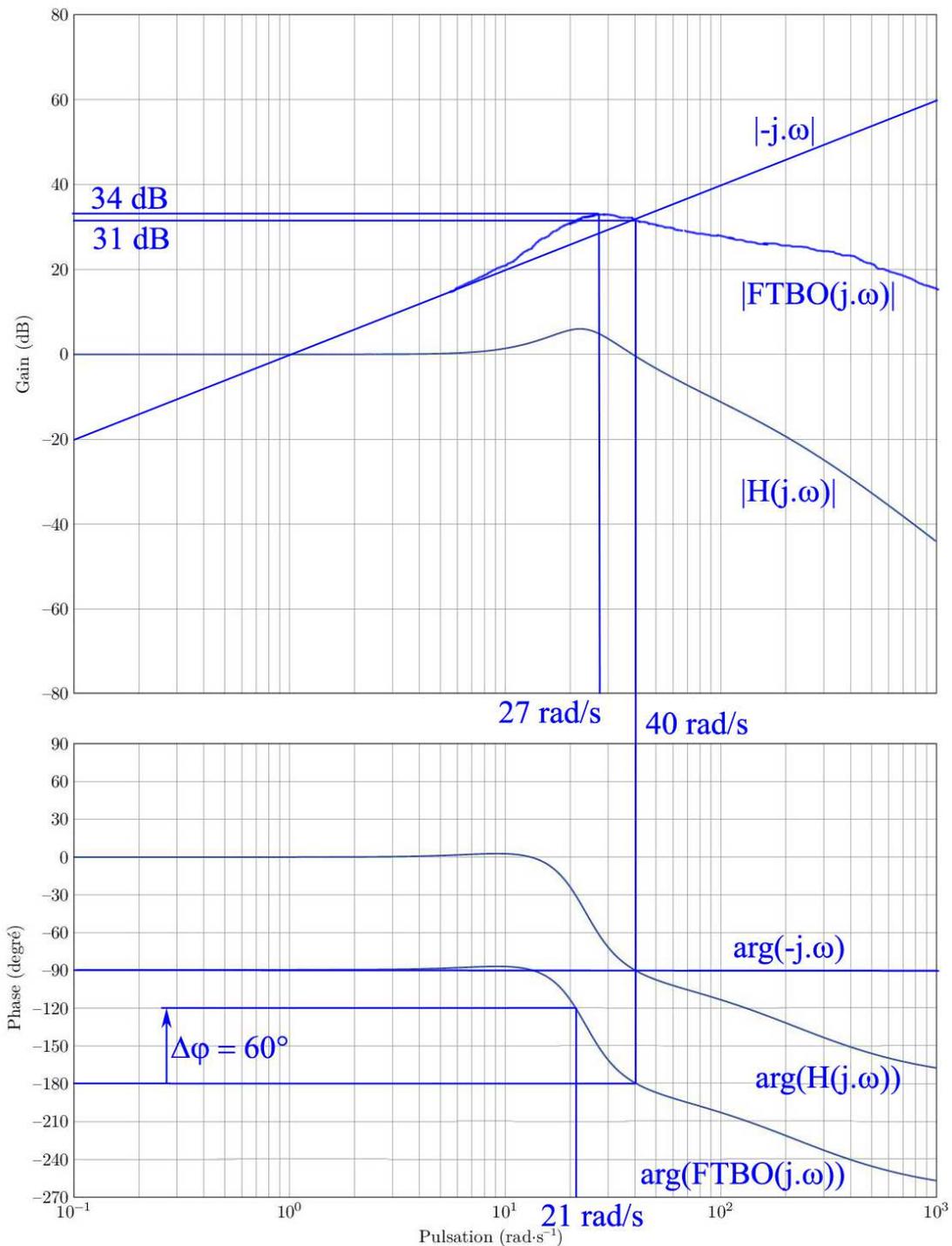
$$H(p) = \frac{\frac{N.C(p)}{L.m_{34}.p^2}}{1 + \frac{N.C(p)}{L.m_{34}.p^2}} \quad \text{Soit encore :} \quad H(p) = \frac{N.C(p)}{N.C(p) + L.m_{34}.p^2}$$

**Question 24**

Pour tracer le diagramme de la fonction de transfert –  $\tau.p$  avec  $\tau = 1$  on trace :

- ☞ Pour le gain :  $20.\log |-j.\omega| = 20.\log(\omega)$  : Droite de pente + 20 dB/dec
- ☞ Pour la phase :  $\arg(-j.\omega) = -\arg(j.\omega) = -90^\circ$  : Droite horizontale d'ordonnées  $-90^\circ$ .

Pour tracer le diagramme de la FTBO on ajoute les diagrammes de  $H(p)$  et  $-\tau.p$ . On obtient alors par un tracé points par points les tracés ci-dessous :



**Question 25**

a- Pour assurer la stabilité il faut que le gain soit négatif pour toute pulsation supérieure à la pulsation  $\omega_{-180^\circ}$  à laquelle la phase est de  $-180^\circ$ . Une lecture sur le diagramme ci-dessus nous montre que cette pulsation est de  $\omega_{-180^\circ} = 40 \text{ rad.s}^{-1}$ . Et qu'à cette pulsation le gain en décibel de la FTBO pour  $\tau = 1$  est de 31 dB. Il faut donc abaisser la courbe de gain de  $-31 \text{ dB}$  en choisissant une constante de temps de :

$$\tau = 10^{(-31/20)} = 0,028 \text{ s}$$

b- Pour assurer l'amortissement (Une marge de phase de  $60^\circ$ ) il faut que le gain soit négatif pour toute pulsation  $\omega_{-120^\circ}$  à laquelle la phase est de  $-120^\circ$ . Une lecture sur le diagramme ci-dessus nous montre que cette pulsation est de  $\omega_{-120^\circ} = 21 \text{ rad.s}^{-1}$ . Or par lecture sur le diagramme on voit que cette pulsation est inférieure au maximum de la courbe de gain qui est obtenu à la pulsation  $\omega_{\text{maxdB}} = 27 \text{ rad.s}^{-1}$ . Et qu'à cette pulsation  $\omega_{\text{maxdB}}$  le gain en décibel de la FTBO pour  $\tau = 1$  est de 33 dB. Il faut donc abaisser la courbe de gain de  $-34 \text{ dB}$  en choisissant une constante de temps de :

$$\tau = 10^{(-34/20)} = 0,020 \text{ s}$$

c- Donc la valeur maximale admissible de  $\tau$  pour le choix du motoréducteur est de  $\tau = 20 \text{ ms}$ .

**Question 26**

Outre la stabilité, les marges de phase et de gain respectées, il faut respecter les critères de rapidité et de précision. Or le diagramme d'exigence (figure B) nous donne un erreur nulle et un  $T_{m,BF} \leq 0,1 \text{ s}$ .

- La figure 14 montre que :
- ☞  $\forall m_4$  l'erreur est nulle
  - ☞ Pour  $m_4 = 0,350 \text{ kg}$  :  $T_{m,BF} = 0,075 \text{ s}$
  - ☞ Pour  $m_4 = 1,550 \text{ kg}$  :  $T_{m,BF} = 0,1 \text{ s}$

Donc toutes les exigences du cahier des charges sont respectées.

**V – Synthèse**

**Question 27**

L'exigence 1.2.1 précise que le système doit permettre une atténuation inférieure à 3 dB pour les fréquences inférieures à 0,1 Hz, soit pour des pulsations inférieures à  $0,63 \text{ rad.s}^{-1}$ . La figure 15 nous montre que les 2 systèmes le permettent. L'atténuation étant, pour ces pulsations, légèrement négative (gain dynamique légèrement positif).

L'exigence 1.2.1 précise également que pour des fréquences de 1,5 à 2,8 Hz, soit pour des pulsations inférieures de 9 à  $18 \text{ rad.s}^{-1}$  le système doit permettre des atténuations supérieures à 16 dB. La figure 15 nous montre que seul le système à filtrage actif le permet : Atténuations de 18 à 28 dB pour  $m = 0,350 \text{ kg}$  et de 22 à 34 dB pour  $m = 1,55 \text{ kg}$ . Le système passif ne permet des atténuations supérieures à 16 dB que pour des pulsations supérieures à 80 ( $m = 0,350 \text{ kg}$ ) ou  $50 \text{ rad.s}^{-1}$  ( $m = 1,55 \text{ kg}$ ).

**Question 28**

	Filtrage actif	Filtrage passif	Remarques
Performances CDC	☺	☹	
Encombrement	☹	☺	La motorisation ajoute des composants qui peuvent nuire à l'encombrement.
Masse	☹	☺	La motorisation ajoute des composants qui vont augmenter la masse.
Coût	☹	☺	La motorisation ajoute des composants qui vont augmenter le coût.
Consommation d'énergie	☹	☺	La motorisation consommera davantage d'énergie qu'un système entièrement passif sans actionneur supplémentaire.

Si l'utilisateur est très exigeant sur les performances attendues du produit, il devra opter pour un filtrage actif.