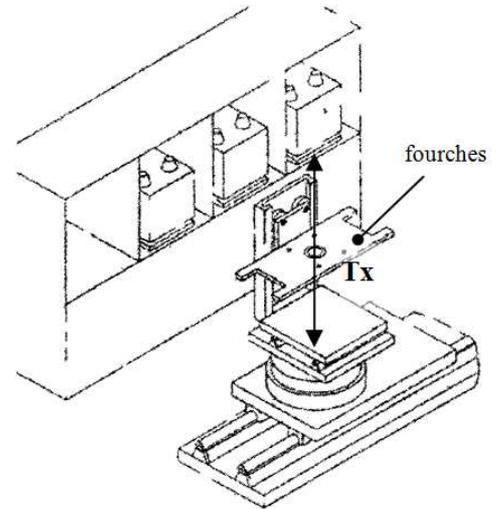


TD : Poste de chargement de batteries

Mise en situation et description du Système

Dans l'industrie, des chariots filoguidés sont alimentés en énergie électrique par une batterie. Lorsque celle-ci est déchargée, le chariot rejoint le poste d'échange de batteries. L'échange étant réalisé, le chariot repart poursuivre ses activités.



Description du poste d'échange de batteries

Le poste d'échange de batteries est constitué d'un magasin à plusieurs casiers alimentés en batteries chargées, et d'un robot permettant d'aller chercher les batteries chargées dans le magasin et évacuant les batteries vides vers le poste de rechargement de ces batteries.

Ce robot est équipé de fourches pour saisir les batteries. Le mouvement vertical des fourches du robot est assuré par le module de translation vertical Tx qui est l'objet de notre étude.

Description de la partie opérative du module de translation vertical

Elle est constituée d'un moteur entraînant directement la vis d'un système vis-écrou à billes avec un pas de $P_V = 4 \text{ mm.tr}^{-1}$. On a un couple de frottement visqueux de coefficient $f = 2.10^{-3} \text{ N.m.s.rad}^{-1}$.

Le moteur est un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont :

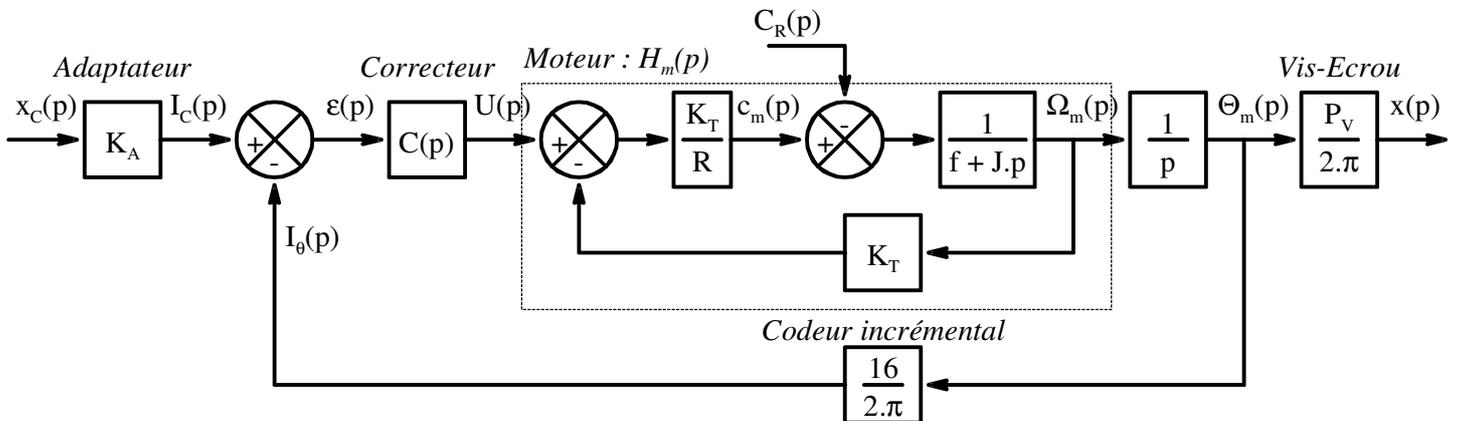
- ☞ Résistance de l'induit : $R = 1,7 \Omega$
- ☞ Constante de couple du moteur : $K_T = 0,13 \text{ N.m.A}^{-1}$
- ☞ Inertie équivalente des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre du moteur : $J = 8.10^{-4} \text{ kg.m}^2$.

Description de la partie commande du module de translation vertical

Un capteur angulaire de type codeur incrémental permet de mesurer le positionnement de l'axe du moteur. Ce capteur placé au bout de l'arbre a une définition 16 incréments par tour. On note $i_\theta(t)$ le nombre d'incrément délivrés par le codeur numérique qui est donc un gain pur $K_C = \frac{16}{2.\pi} \text{ inc.rad}^{-1}$.

La consigne de position des fourches $x_C(t)$ exprimée en mètre est délivrée à un adaptateur qui délivre un nombre d'incrément noté $i_C(t)$ proportionnel à la position de consigne des fourches. Cet adaptateur est un gain pur K_A . Ce nombre d'incrément $i_C(t)$ image de la consigne de position est comparé à celui issu du codeur $i_\theta(t)$ puis un correcteur délivre une tension $u(t)$ d'alimentation du moteur à courant continu. La fonction de transfert du correcteur est $C(p)$.

Schéma bloc de l'asservissement L'asservissement se modélise donc par le schéma bloc suivant :



- Où :
- ☞ $C_r(t)$ est le couple résistant principalement créé par le poids des fourches et de la batterie.
 - ☞ $\Theta_m(t)$ et $\Omega_m(t)$ sont la position et la vitesse angulaire de l'arbre moteur (en rad et rad.s^{-1}).

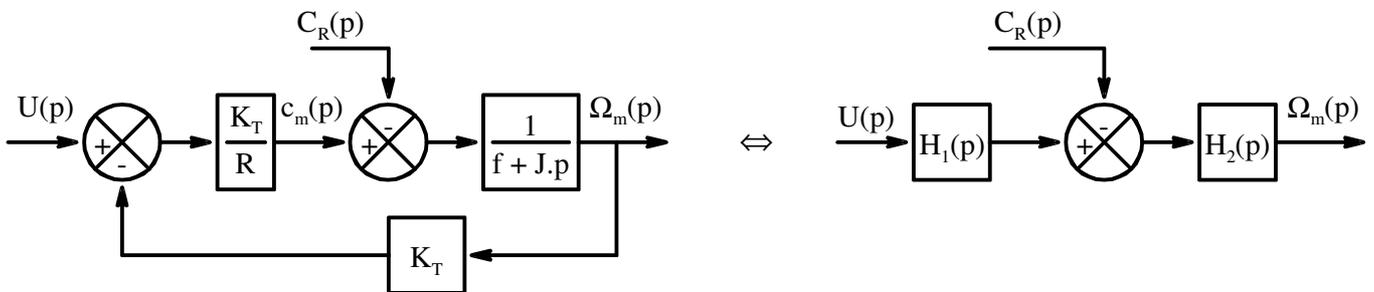
Objectif : Dimensionner le correcteur de manière à répondre au cahier des charges suivant :

- ☞ Erreur statique ϵ_s en réponse à un échelon inférieure à 1 mm : $\epsilon_s \leq 1 \text{ mm}$
- ☞ Erreur de trainage ϵ_t en réponse à une rampe de $0,2 \text{ m.s}^{-1}$ inférieure à 5 mm : $\epsilon_t \leq 5 \text{ mm}$
- ☞ Temps de réponse à 5% pour un échelon: $t_{5\%} \leq 0,25 \text{ s}$.
- ☞ Une pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO : $\omega_{0dB} \geq 30 \text{ rad.s}^{-1}$
- ☞ Un dépassement de la valeur finale en réponse à un échelon de consigne : $D\% \leq 30\%$
- ☞ Marge de phase : $M_\phi \geq 60^\circ$

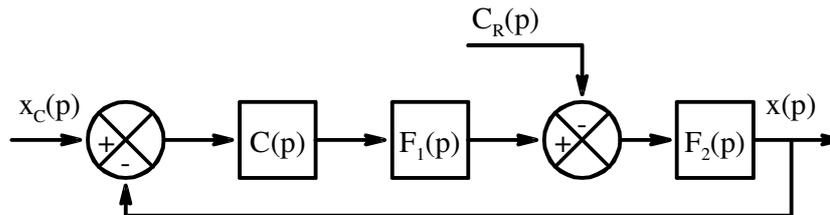
Travail demandé

1- Modélisation

1.1- Le schéma bloc du moteur (ci-dessous à gauche) est équivalent à un schéma bloc (ci-dessous à droite) avec deux fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$. Déterminer, en fonction de f , J , R et K_T , les expressions des fonctions de transfert de $H_1(p)$ et $H_2(p)$. Vous procéderez par modification du schéma bloc ou par application du principe de superposition.



1.2- On choisit le gain K_A de l'adaptateur de manière à avoir un fonctionnement normal : ($\epsilon(p) = 0$ pour $X(p) = X_C(p)$). En déduire que cet asservissement peut se modéliser par le schéma bloc à retour unitaire ci-dessous, pour laquelle vous déterminerez l'expression, en fonction de f , J , R , K_T et P_V , des deux fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_2(p)$.



1.3- Déterminer les expressions numériques de $F_1(p)$ et $F_2(p)$ ainsi que de $H_{BONC}(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (FTBO pour $C(p) = 1$) de cet asservissement.

2- Détermination du gain du correcteur pour répondre au critères de précision

Pour cette partie, on utilise un correcteur proportionnel de gain K : $C(p) = K$

2.1- Que pouvez-vous dire de l'erreur statique en réponse à un échelon si la perturbation est nulle ?

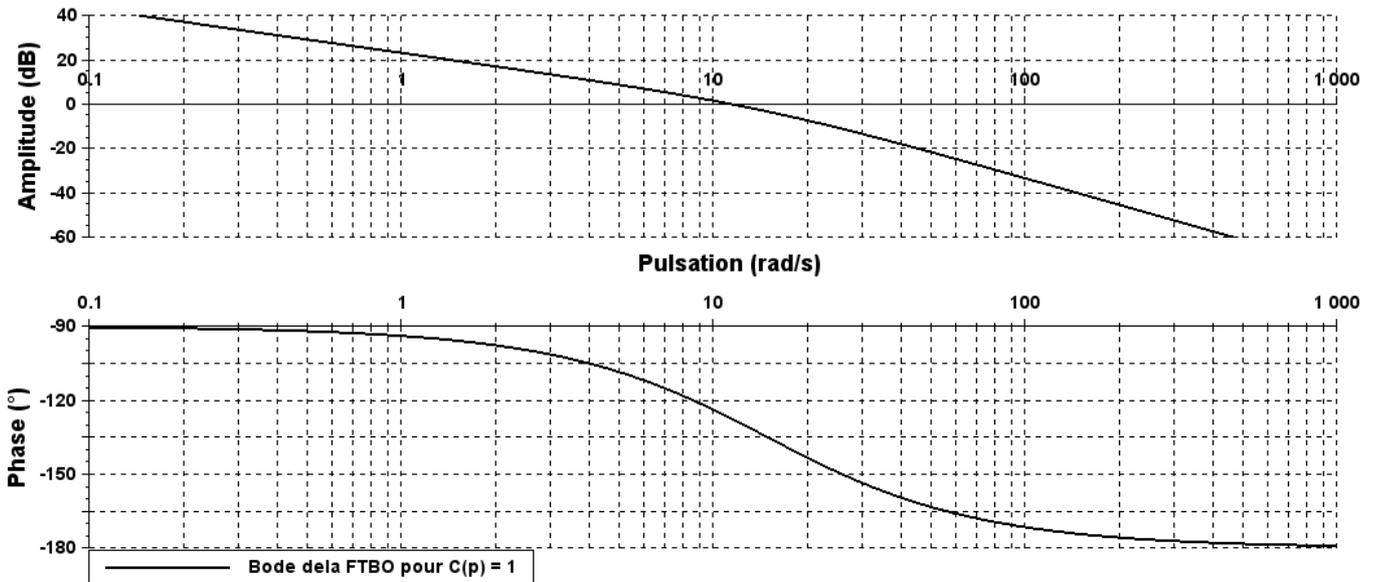
2.2- Dans le cas où la perturbation est nulle, déterminer l'expression numérique en fonction de K de l'erreur de trainage ϵ_{t0} pour une consigne en rampe de $0,1 \text{ m.s}^{-1}$: $x_C(t) = 0,1.t$

2.3- Le poids de la fourche et de la batterie crée un couple résistant (perturbation) de 0,2 N.m En déduire l'expression numérique en fonction de K de l'erreur due à la perturbation ϵ_p . (pour $X_C(p) = 0$).

2.4- Déterminer la condition sur le gain K du correcteur permettant de respecter tous les critères de précision du cahier des charges avec le couple résistant en échelon de 0,2 N.m.

3- Correction de la stabilité du système

3.1- L'utilisation du correcteur proportionnel avec un gain de 1 V.inc^{-1} ($C(p) = 1 \text{ V.inv}^{-1}$) conduit à un système dont le diagramme de Bode de la FTBO est donné ci-dessous. Les critères de marge de phase et de pulsation de coupure sont-ils respectés ? Est-il possible de respecter ces deux critères en modifiant le gain du correcteur ?



3.2- On choisit donc un correcteur à avance de phase de fonction de transfert : $C(p) = K \cdot \frac{1 + c.T.p}{1 + T.p}$

Correcteur dimensionné de manière à avoir une marge de phase de $M_\phi = 60^\circ$ à $\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$. Et choisi de telle sorte à ce que sa phase maximale ϕ_M soit obtenue à la pulsation de coupure ω_{0dB} . Quelle est le gain dynamique de la boucle ouverte non corrigée ($C(p) = 1 \text{ V.inc}^{-1}$) à la pulsation $\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$? En déduire les valeurs de c et T qui pour d'obtenir la marge de phase de $M_\phi = 60^\circ$ à $\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$.

3.3- Quelle est le gain dynamique de la boucle ouverte non corrigée ($C(p) = 1 \text{ V.inc}^{-1}$) à la pulsation $\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$? En déduire pour les valeurs de c et T déterminées précédemment la valeur du gain K du correcteur permettant d'obtenir une marge de phase à $\omega_{0dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$.

3.4- Donner l'expression numérique de la fonction de transfert du correcteur. Et conclure sur la probable capacité d'un tel correcteur à répondre à tous les critères du cahier des charges.

4- Correction de la précision du système

On utilise un correcteur PI de gains proportionnel K_P et intégral K_I : $C(p) = K_P + \frac{K_I}{p}$

4.1- Déterminer, en fonction de K_P et K_I , l'expression sous sa forme canonique de $C(p)$.

4.2- Ce correcteur permet-il de respecter tous les critères précisions et de robustesse. Justifiez entièrement votre réponse.

4.3- Ce correcteur permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges. Justifiez votre réponse.

On utilise finalement un correcteur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) de gains proportionnel K_P , intégral K_I et dérivé K_D : $C(p) = K_P + \frac{K_I}{p} + K_D \cdot p$

Les gains K_P , K_I , et K_D sont choisis tels que : $K_P = 2 \cdot \sqrt{K_I \cdot K_D}$

4.1- Déterminer, en fonction de K_P , K_I et K_D , l'expression sous sa forme canonique de $C(p)$. En déduire que la fonction de transfert du correcteur peut s'écrire sous la forme $C(p) = \frac{K \cdot (1 + T \cdot p)^2}{p}$ et donner les expressions de K et T en fonction de K_I et K_D .

4.2- Déterminer les expressions, en fonction de K , T et de la pulsation ω du gain dynamique $G_{dBCor}(\omega)$ et de la phase $\varphi_{Cor}(\omega)$ de ce correcteur.

4.3- Déterminer les constantes K et T du correcteur permettant de respecter les critères de stabilité et le critère de pulsation de coupure. Vous argumenterez votre réponse par un calcul ou la lecture du diagramme de Bode de la page 3. En déduire les valeurs numériques de K_P , K_I et K_D .

4.4- Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges ? Justifier entièrement votre réponse. Pour cela on admettra que : $t_e \leq t_{5\%} \leq 2 \cdot t_e$ avec $t_e \approx \frac{3}{\omega_{0dB}}$.