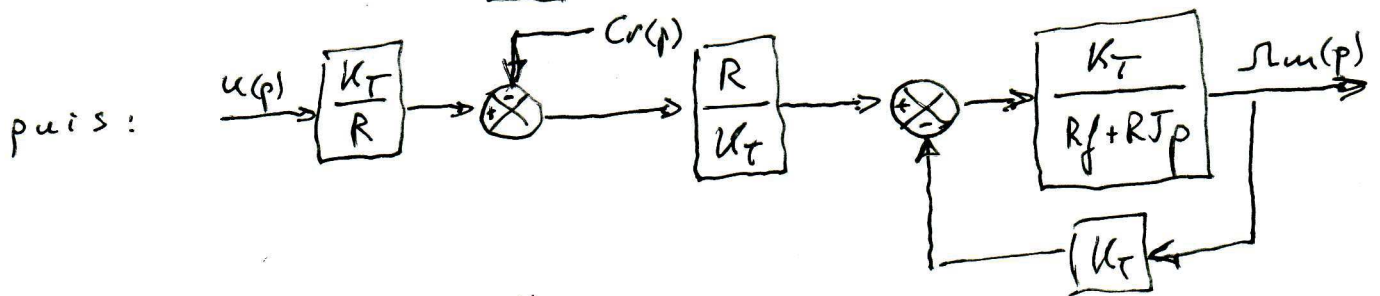
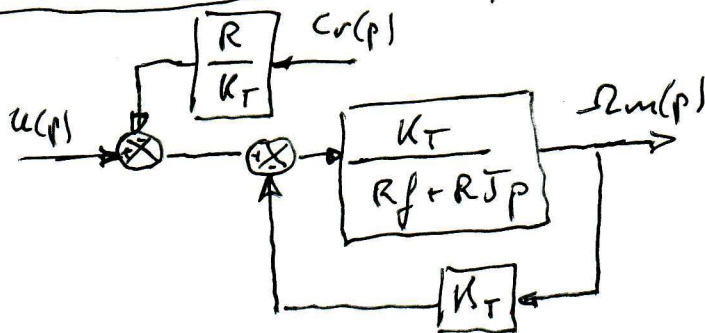


1.1 schéma bloc équivalent du moteur.

1^{ère} méthode: Manipulation des schémas bloc



On obtient donc $H_1(p) = \frac{K_T}{R}$

$$H_2(p) = \frac{R}{K_T} \times \frac{\frac{K_T}{R_f + R_T p}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} \Rightarrow H_2(p) = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

2^{ème} méthode Principe de superposition
Du schéma bloc original.

$$\left(\frac{\Omega_m(p)}{u(p)} \right)_{C_R(p)=0} = \frac{\frac{K_T}{R_f + R_T p}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

et

$$\left(\frac{\Omega_m(p)}{C_R(p)} \right)_{u(p)=0} = \frac{\frac{1}{f + Jp}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

Du schéma bloc équivalent: $\left(\frac{\Omega_m(p)}{u(p)} \right)_{C_R(p)=0} = H_1(p) H_2(p)$ et $\left(\frac{\Omega_m(p)}{C_R(p)} \right)_{u(p)=0} = H_2(p)$

On en déduit :

2/5

$$H_2(p) = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p}$$

$$\text{et } H_1(p) H_2(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p}$$

$$\text{soit } H_1(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \times \frac{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p}{\frac{R}{R_f + K_T^2}} \Rightarrow \boxed{H_1(p) = \frac{K_T}{R}}$$

3^{ème} méthode Par lecture du schéma bloc ①

$$r_m(p) = \frac{1}{f + Jp} \left[\frac{K_T}{R} \{ u(p) - K_T r_m(p) \} - C_r(p) \right] \text{ Après calcul}$$

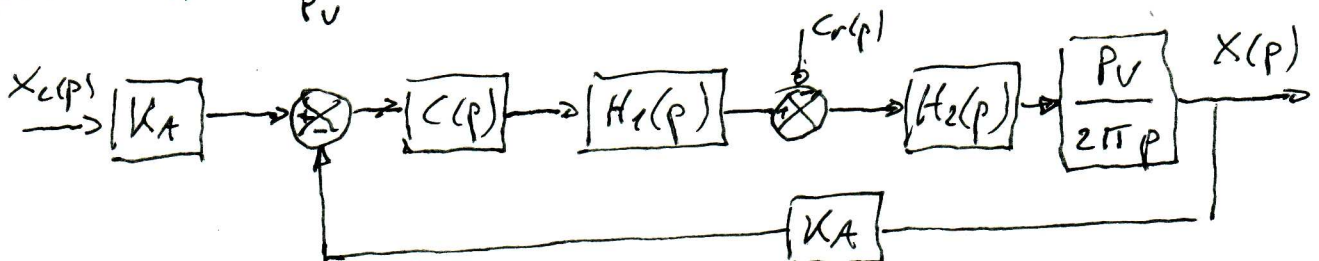
$$\text{on obtient : } r_m(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} u(p) - \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} C_r(p)$$

sachant que $r_m(p) = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot u(p) - H_2(p) C_r(p)$ on obtient

$$\boxed{H_2(p) = \frac{R}{R_f + K_T^2}} \quad \text{et} \quad H_1(p) = \frac{1}{H_2(p)} \times \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \Rightarrow \boxed{H_1(p) = \frac{K_T}{R}}$$

①.2 Pour un fonctionnement normal il faut $K_A = \frac{16}{2\pi} \times \frac{2\pi}{P_V}$

soit $K_A = \frac{16}{P_V}$ le schéma bloc devient alors :



on obtient donc

$$F_1(p) = K_A H_1(p) \quad \text{et} \quad F_2(p) = H_2(p) \frac{P_V}{2\pi}$$

Soit

3/5

$$\boxed{F_1(p) = \frac{16 K_r}{R P_V}}$$

$$\text{et } \boxed{F_2(p) = \frac{\frac{R \cdot P_V}{2\pi(R_f + K_r^2)}}{p \left(1 + \frac{R J}{R_f + K_r^2} p\right)}}$$

1.3 Application numérique

$$\boxed{F_1(p) = 306 \text{ N} \cdot \text{inc} \cdot \text{V}^{-1}}$$

$$\boxed{F_2(p) = \frac{5,33 \cdot 10^{-2}}{p(1 + 0,067 p)} \text{ N}^{-1}}$$

On en déduit $\boxed{H_{\text{bouc}}(p) = F_1(p) F_2(p) = \frac{16,3}{p(1 + 0,067 p)} \text{ inc} \cdot \text{V}^{-1}}$

2.1 La FTBO non corrigée étant de classe 1 l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne est nulle : $\boxed{E_s = 0}$

2.2 La FTBO non corrigée étant de classe 1 l'erreur de trainage en réponse à une consigne en rampe de pente V est $E_t = \frac{V}{K_{BO}}$ où K_{BO} est le gain de la FTBO. Or ce gain est avec le correcteur proportionnel $K_{BO} = 16,3 \text{ K}$ D'où $E_t = \frac{V}{16,3 \text{ K}}$ soit pour $V = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$

$$\boxed{E_t = \frac{0,1}{16,3 \text{ K}}}$$

2.3 L'intégrateur de la FTBO est placé en aval de la perturbation donc l'erreur due à un échelon de perturbation est de $E_p = \frac{C_{ro}}{K K_1}$ où K_1 est le gain de $F_1(p)$

Donc pour $C_{ro} = 0,2 \text{ N} \cdot \text{m}$ $\boxed{E_p = \frac{0,2}{306 \text{ K}}}$

(2.4) Donc avec une perturbation de $0,2 \text{ N.m}$

* L'erreur statique en réponse à un échelon de consigne sera de $E_{ST} = 0 + E_p = \frac{0,2}{306 K}$

* L'erreur de trainage en réponse à une consigne en rampe de pente $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ sera de :

$$E_{ET} = E_t + E_p = \frac{0,2}{16,3 K} + \frac{0,2}{306 K} = \frac{1,29 \cdot 10^{-2}}{K}$$

Donc pour vérifier le critère d'erreur statique il faut $\frac{0,2}{306 K} \leq 1 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow K \geq 0,634 \text{ V.inc}^{-1}$

Et pour vérifier le critère d'erreur de trainage il faut $\frac{6,79 \cdot 10^{-2}}{K} \leq 5 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow K \geq 2,58 \text{ V.inc}^{-1}$

Donc pour respecter tous les critères de précision du cahier des charges il faut $K \geq 2,58 \text{ V.inc}^{-1}$

(3.1) Avec un correcteur proportionnel de gain $K=1$ on lit sur le diagramme de Bode de la FTBO non corrigée que la marge de phase est de $M\phi = 50^\circ < 60^\circ$

Or si $K \uparrow$ alors $E_s \downarrow$ mais $M\phi \downarrow$
 et si $K \downarrow$ alors $E_s \uparrow$ et $M\phi \uparrow$

Donc quelque soit la valeur de K on ne peut pas respecter les 2 critères de précision et celui de marge de phase.

3.2 Pour la FTBO non corrigée on a à 30 rad.s^{-1} 5/5

$$\varphi_{\text{BONC}}(30) = -90 - \arctan(30 \times 0,067) = -153,5^\circ$$

$$G_{\text{dB BONC}}(30) = 20 \log 16,3 - 20 \log 30 - 10 \log(1 + (30 \times 0,067)^2) = -12,3 \text{ dB}$$

Il nous faut donc un correcteur tel que :

$$60^\circ = 180^\circ - 153,8 + \varphi_{\text{cor}}(30^\circ) \Rightarrow \varphi_{\text{cor}}(30) = 33,8^\circ$$

$$\text{D'où } \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{1 + \sin 33,8}{1 - \sin 33,8} = 3,5 \text{ et } \tau = \frac{1}{30 \sqrt{3,5}} = 0,018 \text{ s} \end{array} \right.$$

3.3 Pour avoir $\omega_{\text{odB}} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$ il faut

$$G_{\text{dB cor}}(30) + G_{\text{dB BONC}}(30) = 0 \text{ dB} \quad \text{soit } G_{\text{dB cor}} = +12,3 \text{ dB}$$

Il nous faut donc un gain tel que

$$20 \log K + 10 \log C = 12,3 \quad \text{soit } \left\{ K = 2,2 \text{ V.inc}^{-1} \right.$$

3.4 On a alors
$$C(p) = \frac{2,2(1 + 0,063p)}{1 + 0,018p}$$

Ce correcteur n'introduisant ni plus ni moins d'intégrateur dans la FTBO que le correcteur proportionnel la condition pour respecter les critères de précision sera la même $K \geq 1,36 \text{ V.inc}^{-1}$

Donc ce correcteur ne respecte pas les critères de précisions.

4.1 $C_p = \frac{K_i(1 + \frac{K_D}{K_i}p)}{p}$

4.2 Oui car FTBO de classe 2 et 1 ind en avant de la perturbation $\Rightarrow E_p = 0 \quad E_s = 0 \quad E_t = 0$

4.3 Non car phase < 0

4.4 $C(p) = \frac{K_i(1 + \frac{K_p}{K_i}p + \frac{K_D}{K_i}p^2)}{p}$

si $K_p = 2\sqrt{K_i K_D}$ $C(p) = \frac{K_i(1 + 2\sqrt{\frac{K_D}{K_i}}p + \frac{K_D}{K_i}p^2)}{p}$

$C(p) = \frac{K_i(1 + \sqrt{\frac{K_D}{K_i}}p)^2}{p}$ $T = \sqrt{\frac{K_D}{K_i}}$

$C(p) = \frac{K(1+Tp)^2}{p}$ $K_i = K \quad K_D = K_i T^2$
 $K_p = 2\sqrt{K_D K_i} = 2K_i T$

4.5 $G_{dBcor}(\omega) = 20\log K - 20\log \omega + 20\log(1+(T\omega)^2)$
 $\varphi_{cor}(\omega) = -90 + 2\arctan(T\omega)$

4.6 $\varphi_{cor}(30) = 33,8^\circ = -90 + 2\arctan(30T)$

$T = \frac{\tan(\frac{33,8+90}{2})}{30} = 0,062 \text{ s}$

$20\log K - 20\log 30 + 20\log(1+(0,062 \times 30)^2) = +12,3 \text{ dB}$

$20\log K = 28,9 \text{ dB}$

$K = 10^{\frac{28,9}{20}} = 27,9 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

$K_i = 27,9 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

$K_D = 0,11 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{inc}^{-1}$

$K_p = 3,6 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$