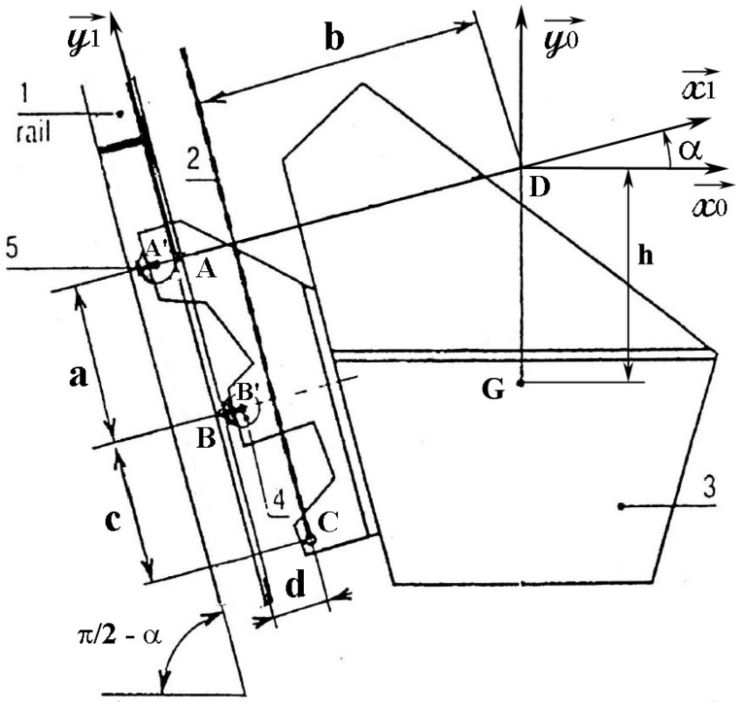
TD* : Skip de levage

Mise en situation

Dans l'industrie minière le transport du minerai est parfois assuré par un skip de levage constitué d'un wagonnet qui roule sur un rail quasiment vertical. Notre étude porte sur le mécanisme modélisé ci-dessous afin de déterminer les caractéristiques du système de traction du wagonnet.

Modélisation :

- ☞ Le rail 1, fixe par rapport au sol, est incliné par rapport à la verticale $\overrightarrow{y_0}$ d'un angle α .
- ☞ La chaîne 2 qui assure la traction du wagonnet est ancrée au point C.
- ☞ Le wagonnet 3 a une masse M et un centre de gravité G.
- ☞ Les galets 4 et 5 sont en contact ponctuel de normales $(A, \overrightarrow{x_1})$ et $(B, \overrightarrow{x_1})$ sur le rail 1. Ils sont d'autre part en liaison pivot d'axe $(A', \overrightarrow{z_0})$ et $(B', \overrightarrow{z_0})$ avec le wagonnet 3.



Dimensions et paramétrage

On pose les bases orthonormées directes $\mathcal{B}_0 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ et $\mathcal{B}_1 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ fixes par rapport au sol.

Ces bases sont telles que : $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_0}$

Et : $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}}) = (\widehat{\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}})$

On donne les dimensions suivantes : $\overrightarrow{DA} = -(b + d).\overrightarrow{x_1}$ $\quad$ $\overrightarrow{DC} = -b.\overrightarrow{x_1} - (a + c).\overrightarrow{y_1}$

$\overrightarrow{DB} = -(b + d).\overrightarrow{x_1} - a.\overrightarrow{y_1}$ $\quad$ $\overrightarrow{DG} = -h.\overrightarrow{y_0}$

$\overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{BB'} = R.\overrightarrow{x_1}$

Pour les actions d'un solide i sur un autre solide j on adopte les notations suivantes :

$\overrightarrow{F_{i\rightarrow j}} = X_{ij}.\overrightarrow{x_1} + Y_{ij}.\overrightarrow{y_1} + Z_{ij}.\overrightarrow{z_1}$ le vecteur résultante de cette action

$\overrightarrow{\mathcal{M}_O(i\rightarrow j)} = L_{ij}.\overrightarrow{x_1} + M_{ij}.\overrightarrow{y_1} + N_{ij}.\overrightarrow{z_1}$ le vecteur du moment au point O de cette action

Hypothèses

- ☞ Le problème se ramène à problème plan $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}) = (A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1})$
- ☞ On néglige le poids et l'inertie des galets 4 et 5.
- ☞ L'accélération gravitationnelle est définie par le vecteur $\overrightarrow{g} = -g.\overrightarrow{y_0}$.
- ☞ Toutes les liaisons sont parfaites, sauf les liaisons ponctuelles entre les galets et le rail pour lesquelles le coefficient d'adhérence est μ.
- ☞ Les galets roulent sans glisser sur le rail 1 (Il y a adhérence entre les galets et le rail)
- ☞ La chaine 2 exerce sur le wagonnet 3 une force $\overrightarrow{F_{2\rightarrow 3}} = Y_{23}.\overrightarrow{y_1}$ appliquée au point C.
- ☞ Le wagonnet 3 est en translation rectiligne de direction $\overrightarrow{y_1}$. On pose γ l'accélération de ce wagonnet par rapport au rail 1 : $\overrightarrow{a_{G\in 3/1}} = \gamma.\overrightarrow{y_1}$

Objectifs

L'objectifs du problème est de déterminer la position du centre d'inertie G du wagonnet permettant de maintenir le contact des galets sur le rail quelque soit l'accélération γ du wagonnet.

Travail demandé

1- Réaliser un graphe de structure du mécanisme limité aux solides 1, 3, 4 et 5. Déterminer les caractéristiques des différentes actions de liaison en tenant compte de l'hypothèse que le problème est un problème plan (A, $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{y_1}$). Vous préciserez sur ce graphe le nombre d'inconnues de chacune des actions.

2- Isoler successivement les galets 4 et 5 et déterminer les supports des forces modélisant les actions du rail 1 sur les galets 4 et 5.

3- Déterminer l'accélération minimale permettant de garder la chaine tendue. Pour cela on se placera dans le cas limite où la chaîne est juste détendue, c'est-à-dire où l'action de la chaîne 2 sur le wagonnet 3 est nulle.

4- Déterminer les composantes, dans la base $\mathcal{B}_1$, des actions en A, B et C en fonction des paramètres du système : a, b, h, m et α ainsi que des accélérations du wagonnet γ et gravitationnelle g.

5- Quels sont les signes des composantes X_{14} et X_{15} ? Justifier votre réponse par la position des galets par rapport au rail.

6- La géométrie du wagonnet est telle que le point G est au dessus de l'axe (C, $\overrightarrow{y_1}$) on en déduit que : $b > h.\sin\alpha$. Comment varient les composantes en fonction de l'accélération γ du wagonnet ? En déduire comment varient les normes des actions ($|X_{14}|$ et $|X_{15}|$) en fonction de l'accélération γ.

7- On en déduit des réponses précédente que X_{15} est maximal ($|X_{15}|$ minimale car $X_{15} \leq 0$) lorsque : $\gamma = -\,g.\cos\alpha$. Déterminer la condition sur la position du centre gravité G (condition sur h et a) pour que le contact entre le galet 5 et le rail 1 soit toujours maintenu. En déduire la condition sur la position du point G par rapport à l'axe (B, $\overrightarrow{x_1}$).