TD* : Unité dentaire : Corrigé

Question 1- Transmittance F(p)

Sachant que : $H(p) = \dfrac{K \cdot p}{(1 + T_1.p).(1 + T_2.p)}$ et que : $H(p)= p.F(p)$ on a :

$$\mathbf{F(p)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{(1 + T_1.p).(1 + T_2.p)}} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{1 + (T_1 + T_2).p + T_1.T_2.p^2}}$$

F(p) est donc une fonction de transfert du second ordre avec une pulsation propre ω_0 et un facteur d'amortissement m tels que : $\dfrac{1}{\omega_0{}^2} = T_1.T_2$ et $\dfrac{2.m}{\omega_0} = T_1 + T_2$

On en déduit donc : ☞ **Le gain statique K**

☞ **Une pulsation propre :** $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{T_1.T_2}}$

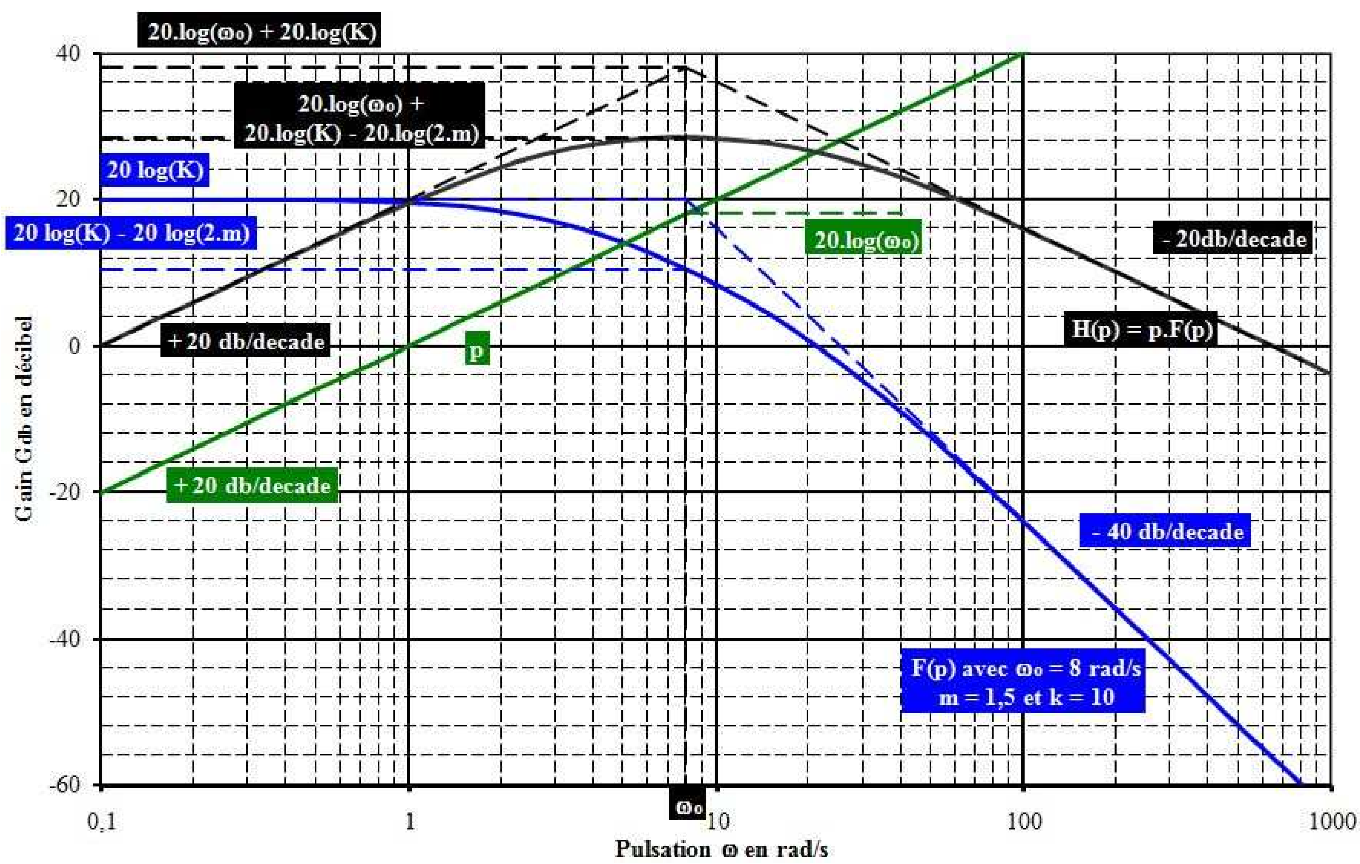
☞ **Un facteur d'amortissement :** $m = \dfrac{T_1 + T_2}{2.\sqrt{T_1 T_2}}$

On en déduit donc : $f(t) = \dfrac{t^2}{T_1.T_2} - \dfrac{T_1 + T_2}{T_1.T_2} . t + 1 = \dfrac{t^2 - (T_1 + T_2).t + T_1.T_2}{T_1.T_2}$

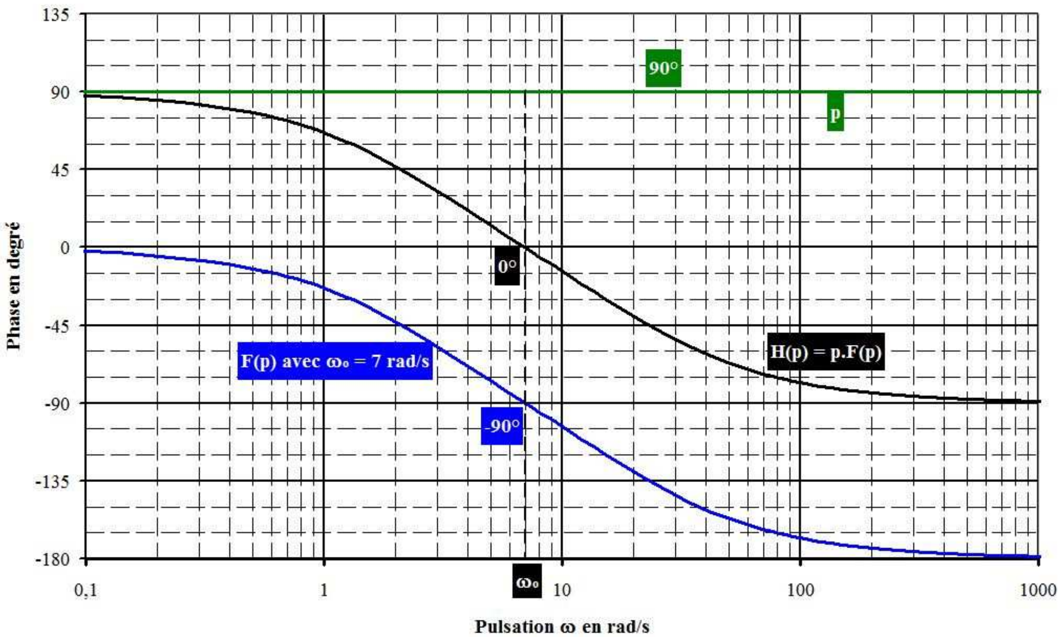
On vérifie que : $f(T_1) = f(T_2) = 0$. Donc T_1 et T_2 sont les deux solutions de l'équation $f(t) = 0$.

Question 2 et 3 – Diagrammes de Bode

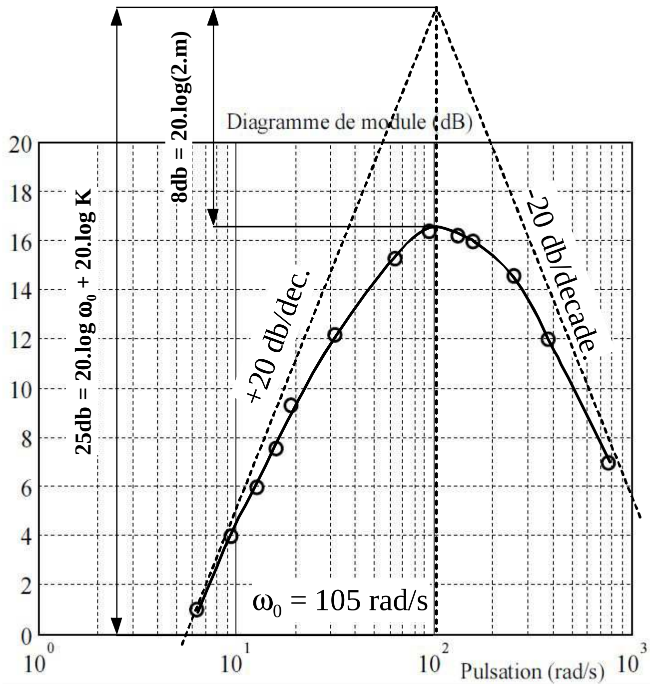
Diagrammes de Gain

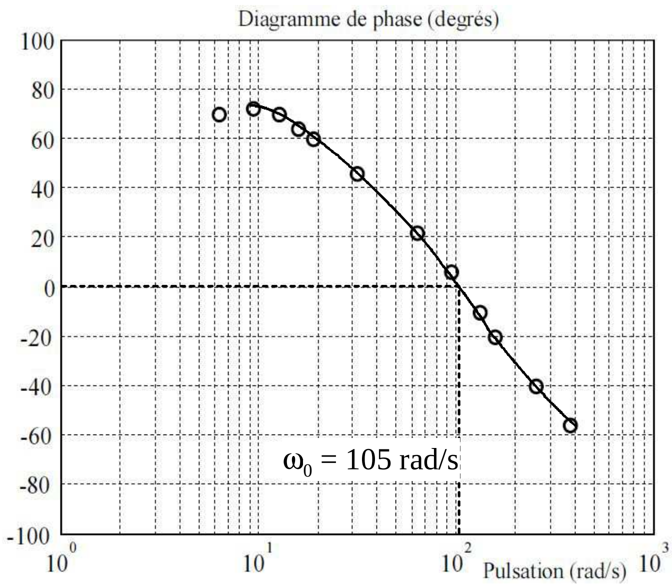


Diagrammes de phase



Question 4 et 5 – Identification de H(p)





Par lecture sur le diagramme de phase on a : $\omega_0 = 105\ \text{d.s}^{-1}$

Par lecture sur le diagramme de gain on a : 8 db = 20.log (2.m) et : 25 db = 20.log ω_0 + 20.log K

On en déduit : $m = \dfrac{10^{(8/20)}}{2} = 1{,}26$ et : $K = 10^{(25/20 - \log 105)} = 0{,}169\ \text{A.s.V}^{-1}$

D'où la transmittance du moteur : $$\mathbf{H(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{K.p}{1 + \frac{2.m}{\omega_0}.p + \frac{1}{\omega_0^2}.p^2} = \frac{0{,}169\ .\ p}{1 + 0{,}024.p + 9{,}07.10^{-5}.p^2}}$$

D'autre part T_1 et T_2 sont les solutions de $\omega_0^2.t^2 - 2.m.\omega_0.t + 1 = 0 \Leftrightarrow 105^2.t - 2\times1{,}26\times105.t + 1 = 0$

On en déduit donc : $\left| \begin{array}{l} T_1 = 1{,}93.10^{-2}\ \text{s} \\ T_2 = 4{,}70.10^{-3}\ \text{s} \end{array} \right.$ Soit: $$\mathbf{H(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{0{,}169\ .\ p}{(1 + 1{,}93.10^{-2}.p)\ .(1 + 4{,}70.10^{-3}.p)}}$$