

Nom – prénom : Corrigé

PSI 2022-2023

DS N°2 : Cahier Réponses

Devoir surveillé N°2

Quille pendulaire : CCMP - PSI 2014

Toutes les réponses seront portées sur ce cahier à l'exclusion de toute autre copie

Dans l'espace réponse réservé à chaque partie le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond.

1- ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

Question 1

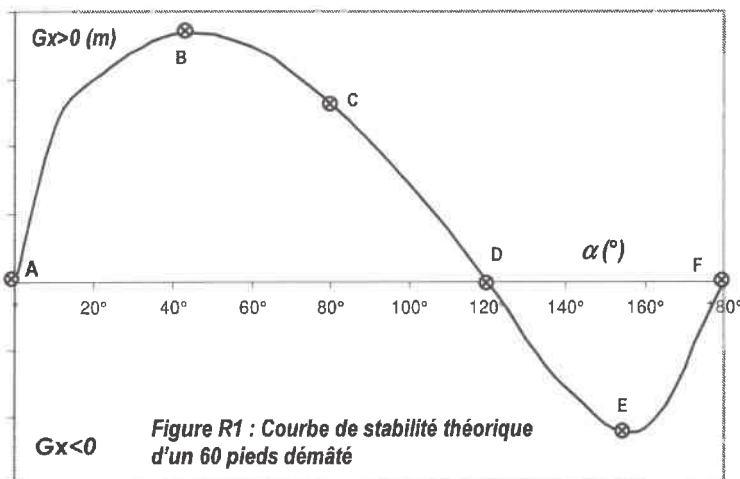


Figure R1 : Courbe de stabilité théorique d'un 60 pieds démâté

a- Le moment de redressement est la quantité $R_D G_x$.
Or en appliquant le TRD au navire en projection sur $\vec{y}$ on obtient $R_D = \pi \cdot g$.
D'où le moment de redressement : $\pi \cdot g \cdot G_x$.

π et g étant constants ce moment est caractérisé par G_x

b-

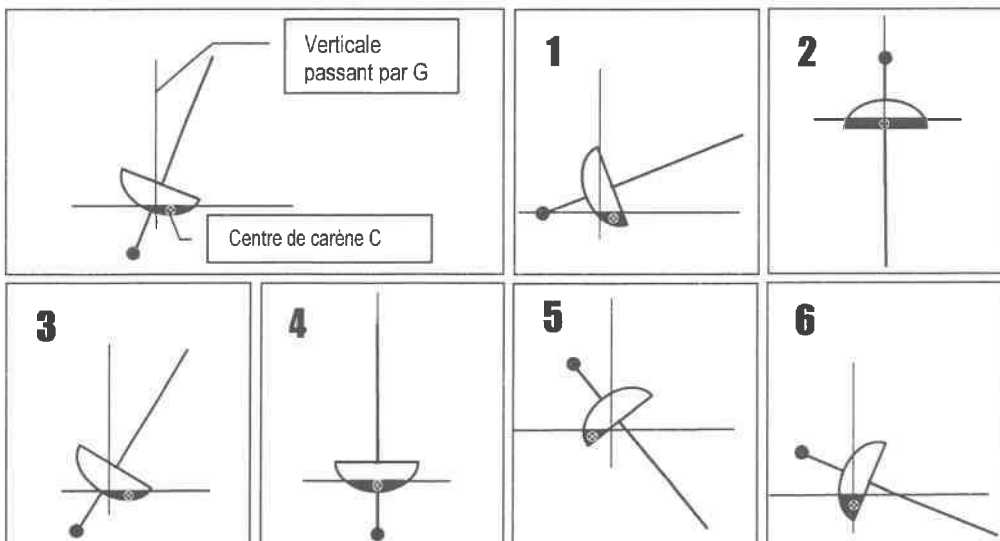


Figure R2 : Positions d'équilibre

Point d'équilibre	N° de figure correspondant
A	4
B	3
C	1
D	6
E	5
F	2

Question 2

a - Le poids est une force $-Mg\vec{y}$ appliquée en G. Donc :

$$P(\text{Pes-Nav/Rg}) = -Mg\vec{y} \cdot \vec{V}_{G \in \text{Nav/Rg}} = -Mg\vec{y} \cdot (\vec{G} \vec{H}_N \vec{\Omega}_{\text{Nav/Rg}})$$

car rotation d'axe $(H\vec{z})$ avec $\vec{\Omega}_{\text{Nav/Rg}} = -\frac{d\alpha}{dt} \vec{z}_N$ car $\alpha = (\vec{x}_N, \vec{x})$

$$\Rightarrow P(\text{Pes-Nav/Rg}) = -Mg\vec{y} \cdot \left(L \vec{y}_N - \frac{d\alpha}{dt} \vec{z}_N \right) = MgL \frac{d\alpha}{dt} \vec{y} \cdot \vec{x}_N$$

$$\text{or } \vec{y} \cdot \vec{x}_N = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha \Rightarrow \boxed{P(\text{Pes-Nav/Rg}) = -MgL \frac{d\alpha}{dt} \sin\alpha}$$

$$b - W_{ij} = \int_{t_i}^{t_j} -MgL \frac{d\alpha}{dt} \sin\alpha dt = \int_{\alpha_i}^{\alpha_j} -MgL \sin\alpha d\alpha$$

$$\text{or d'après la figure 4 : } G_x = \vec{G} \vec{H} \cdot \vec{x} = L \vec{y}_N \cdot \vec{x} = L \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\text{donc } G_x = L \sin\alpha \text{ D'où } W_{ij} = -Mg \int_{\alpha_i}^{\alpha_j} G_x(\alpha) d\alpha = -Mg S_{ij}$$

M et g étant des constantes, Le travail des actions de pesanteur est donc bien proportionnel à $S_{ij} = \int_{\alpha_i}^{\alpha_j} G_x(\alpha) d\alpha$

Question 3

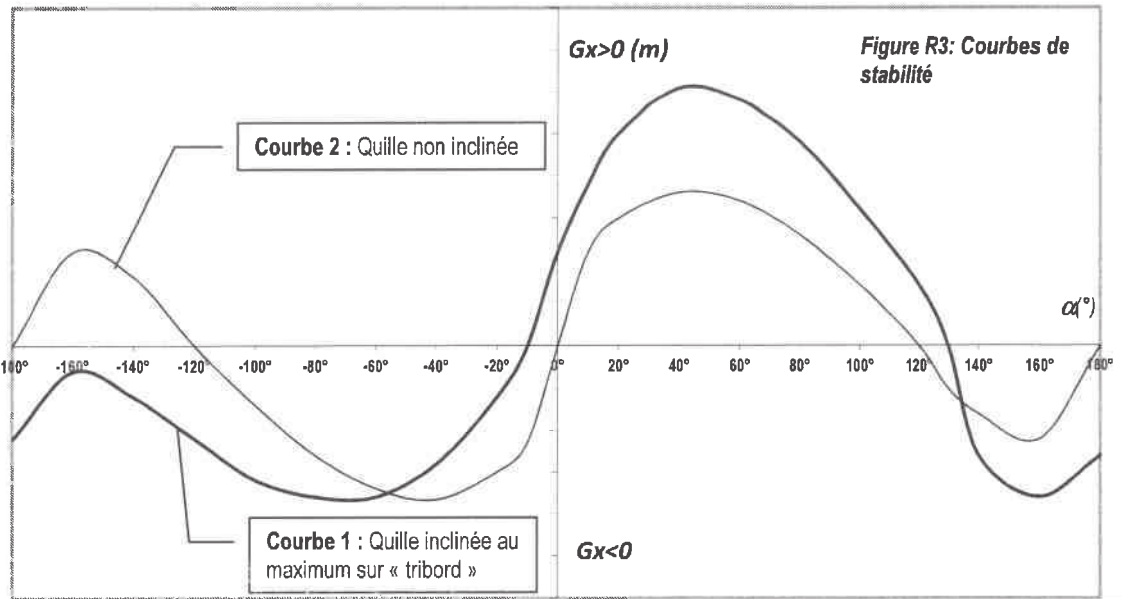
La première clause impose un $G_x(\alpha) \geq 0$ pour $\alpha \leq 120^\circ$.
Soit un travail des actions de pesanteur négatif lorsque l'angle α augmente jusqu'à 120° . Le poids s'oppose donc à l'augmentation de l'angle α .

Cette première clause signifie donc que le poids doit redresser le navire jusqu'à un angle de gîte de 120°

La deuxième clause signifie que le poids du navire doit participer 5 fois plus au redressement du navire qu'il ne participe à son chavirage

Question 4 :

a)- Pour $\alpha > 0$
on voit que
l'aire sous la
courbe 1 est
est plus im-
portant que
celui sous
la courbe 2.

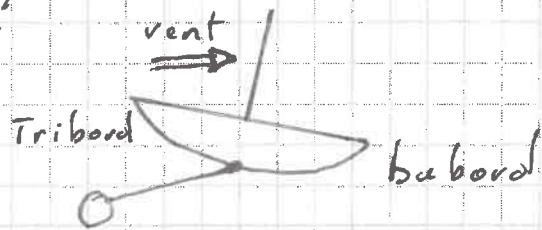


Donc le travail pour faire giter le navire, qui s'oppose au travail de pesanteur, sera plus important pour un même angle de gîte. Donc pour une même action du vent le navire aura un angle de gîte plus faible.

b)- Pour $\alpha < 0$, le chavirage de vent quasi impossible car $Gx(\alpha)$ ne change pas de signe. En revanche pour $-60^\circ < \alpha < 0^\circ$ l'aire sous la courbe est plus faible donc pour une même action du vent le navire aura un angle de gîte plus important.

c)- Si le vent vient de tribord, pour réduire le gîte du navire il faut incliner la quille sur tribord.

Ainsi l'aire sous la courbe 1 sera augmentée par rapport à l'aire sous la courbe 2.



2- FONCTION FT1.2 : « DEPLACER LA QUILLE ». FONCTION COMPOSANTE FT1.2.1 : « ALIMENTER : DEVELOPPER UNE PUISSANCE MOTRICE SUFFISANTE »

VALIDATION DE LA PUISSANCE INSTALLÉE.

Question 5

a) - $\vec{V}_{A1E1/N} = \vec{V}_{O1E1/N} + \vec{\omega}_1 \wedge \vec{r}_{O1A1} = \vec{0} + L_1 \dot{\theta}_1 \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_3$
 $\Rightarrow \underline{\underline{V_{A1E1/N} = L_1 \dot{\theta}_1 \vec{x}_1}} \quad \text{De même} \quad \underline{\underline{V_{PE1/N} = h \dot{\theta}_1 \vec{x}_1}}$

b) - $\vec{V}_{A2E2/N} = \vec{V}_{A2E2/4} + \vec{V}_{A2E4/N} = \vec{V}_{A2E2/4} + \vec{V}_{CE4/N} + \vec{\omega}_2 \wedge \vec{r}_{C4A2}$
 $\vec{V}_{A2E2/N} = \dot{x}_{24} \vec{x}_2 + \vec{0} + (L_2 - x_{24}) \dot{\theta}_2 \vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3$
 soit $\underline{\underline{V_{A2E2/N} = \dot{x}_{24} \vec{x}_2 + (x_{24} - L_2) \dot{\theta}_2 \vec{y}_2}}$

c) - $\vec{V}_{A3E3/N} = \vec{V}_{A3E3/4} + \vec{V}_{CE4/N} + \vec{\omega}_3 \wedge \vec{r}_{C4A3} = \dot{x}_{24} \vec{x}_2 + \vec{0} + -x_{24} \dot{\theta}_2 \vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3$
 Donc $\underline{\underline{V_{A3E3/N} = \dot{x}_{24} \vec{x}_2 + x_{24} \dot{\theta}_2 \vec{y}_2}}$

d) - $\vec{V}_{A3E3/N} = \vec{V}_{A3E3/5} + \vec{V}_{BE5/N} + \vec{\omega}_3 \wedge \vec{r}_{B5A3} = -\dot{x}_{35} \vec{x}_3 + \vec{0} + (x_{35} - L_3) \dot{\theta}_3 \vec{e}_3 \wedge \vec{e}_2$
 Donc $\underline{\underline{V_{A3E3/N} = -\dot{x}_{35} \vec{x}_3 + (L_3 - x_{35}) \dot{\theta}_3 \vec{y}_3}}$

e) $\vec{V}_{A3E3/N} = \vec{V}_{A3E3/5} + \vec{V}_{BE5/N} + \vec{\omega}_3 \wedge \vec{r}_{B5A3} = -\dot{x}_{35} \vec{x}_3 + \vec{0} + x_{35} \dot{\theta}_3 \vec{e}_3 \wedge \vec{e}_2$
 D'où $\underline{\underline{V_{A3E3/N} = -\dot{x}_{35} \vec{x}_3 - x_{35} \dot{\theta}_3 \vec{y}_3}}$

Soit E l'ensemble constitué des solides 1, 2, 3, 4 et 5.

Evaluation des énergies cinétiques galiléennes (le repère R_N est galiléen) des solides de E en mouvement.

Question 6

a) Par application du théorème de Huygens on a :

$I_{O3/N}(1) = I_{G1/N}(1) + M_1 \vec{OG1}^2$ où $I_{O3/N}(1)$ et $I_{G1/N}(1)$
 sont les moments d'inertie de 1 par rapport à $(O3/N)$ et $(G1/N)$
 or $I_{G1/N}(1) = C_1$ Donc $\underline{\underline{I_{O3/N}(1) = C_1 + M_1 L_1^2}}$

b) Le solide 1 étant en rotation d'axe $(O3/N)$ par rapport au berceau N, on a $\underline{\underline{E_c(1/N) = \frac{1}{2} (C_1 + M_1 L_1^2) \dot{\theta}_1^2}}$

c) Le solide 4 étant en rotation d'axe $(\vec{e}_3)$ par rapport

au berceau N , on a $\bar{E}_c(4/N) = \frac{1}{2} I_{C\vec{3}_N}(4) \dot{\theta}_2^2$ où $I_{C\vec{3}_N}(4)$ est le moment d'inertie de 4 par rapport à l'axe $(C\vec{3}_N)$: $I_{C\vec{3}_N}(4) = C_4$

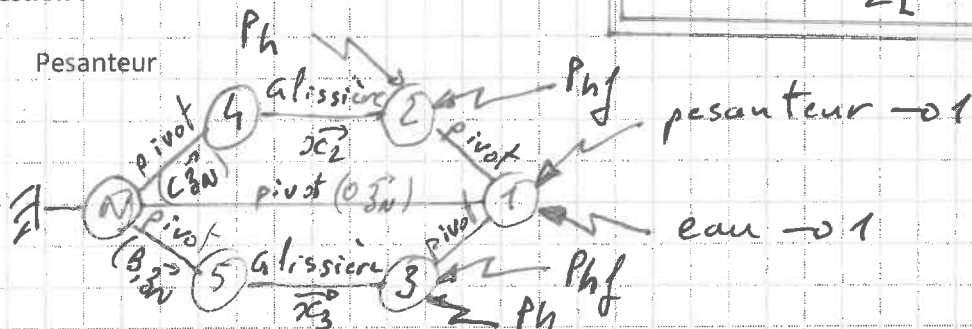
Donc $\boxed{\bar{E}_c(4/N) = \frac{1}{2} C_4 \dot{\theta}_2^2}$

d) De même on obtient : $\boxed{\bar{E}_c(5/N) = \frac{1}{2} C_5 \dot{\theta}_3^2}$

e) Enfin $\bar{E}_c(E/N) = \bar{E}_c(1/N) + \bar{E}_c(4/N) + \bar{E}_c(5/N)$

Graphes de structure du mécanisme
Question 7

Soit $\boxed{\bar{E}_c(E/N) = \frac{1}{2} [(C_1 + m_1 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + C_4 \dot{\theta}_2^2 + C_5 \dot{\theta}_3^2]}$



Evaluation des puissances développées par les actions mécaniques extérieures à E.

Question 8

* $P(\text{Pes} \rightarrow 1/N) = -m_1 \cdot g \cdot \vec{y}_N \cdot \vec{V}_{AE1/N} = -m_1 g \vec{y}_N \cdot L_1 \dot{\theta}_1 \vec{x}_1$

Or $\vec{y}_N \cdot \vec{x}_1 = \cos \frac{\pi}{2} - \theta_1 = \sin \theta_1$ Donc $\boxed{P(\text{Pes} \rightarrow 1/N) = -m_1 g \cdot L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1}$

* $P(\text{eau} \rightarrow 1/N) = (F_p \vec{x}_1 + F_c \vec{z}_1) \cdot \vec{V}_{AE1/N} = (F_p \vec{x}_1 + F_c \vec{z}_1) \cdot h \dot{\theta}_1 \vec{x}_1$

Donc $\boxed{P(\text{eau} \rightarrow 1/N) = F_p \cdot h \dot{\theta}_1}$

* $P(\text{Ph} \rightarrow 2/N) = F_h \vec{x}_2 \cdot \vec{V}_{AE2/N} = F_h \vec{x}_2 \cdot (\dot{x}_{24} \vec{x}_2 + x_{24} \dot{\theta}_2 \vec{y}_2)$

Donc $\boxed{P(\text{Ph} \rightarrow 2/N) = F_h \dot{x}_{24}}$

* $P(\text{Ph} \rightarrow 3/N) = -F_h \vec{x}_3 \cdot \vec{V}_{AE3/N} = -F_h \vec{x}_3 \cdot (-\dot{x}_{35} \vec{x}_3 - x_{35} \dot{\theta}_3 \vec{y}_3)$

Donc $\boxed{P(\text{Ph} \rightarrow 3/N) = F_h \dot{x}_{35}}$

* $P(\text{Phf} \rightarrow 2/N) = -k x_{24} \vec{x}_2 \cdot \vec{V}_{AE2/N} = -k x_{24} \vec{x}_2 \cdot (\dot{x}_{24} \vec{x}_2 + x_{24} \dot{\theta}_2 \vec{y}_2)$

Donc $\boxed{P(\text{phf} \rightarrow 2/N) = -k \dot{x}_{24}^2}$

* $P(\text{phf} \rightarrow 3/N) = k x_{35} \vec{x}_3 \cdot \vec{V}_{AE3/N} = k x_{35} \vec{x}_3 \cdot (-\dot{x}_{35} \vec{x}_3 - x_{35} \dot{\theta}_3 \vec{y}_3)$

Donc $\boxed{P(\text{phf} \rightarrow 3/N) = -k \dot{x}_{35}^2}$

Question 9 Théorème de l'énergie cinétique :

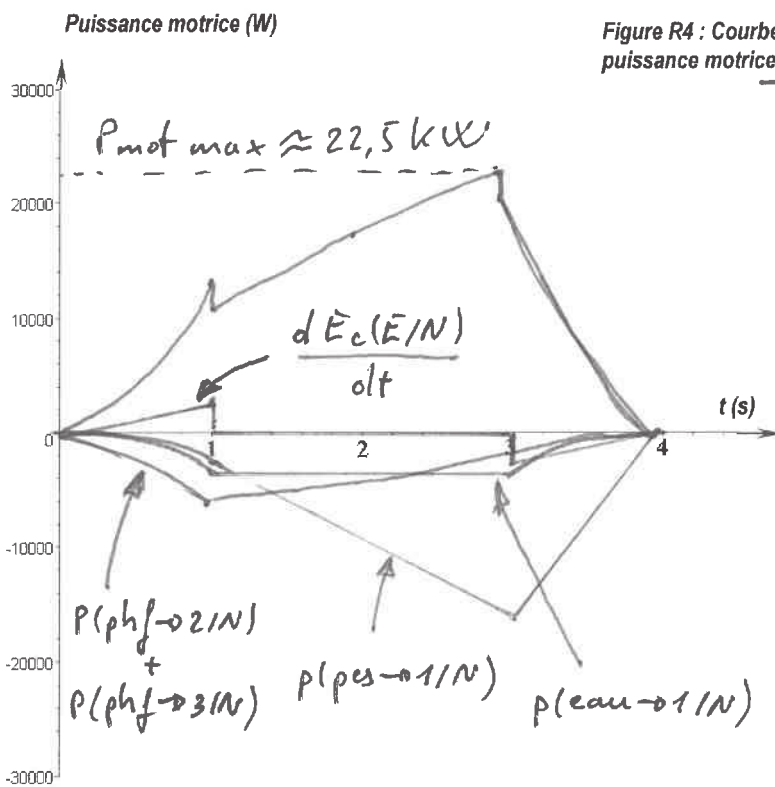
$$\frac{dE_c(E/N)}{dt} = \sum P(E_{\text{ext}} \rightarrow E/N) + \sum P(I_{\text{int}} \rightarrow E/N) \text{ avec } \sum P(I_{\text{int}} \rightarrow E/N) = 0$$

$$\frac{dE_c(E/N)}{dt} = P(\text{pes} \rightarrow 1/N) + P(\text{eau} \rightarrow 1/N) + P(\text{Ph} \rightarrow 2/N) + P(\text{phf} \rightarrow 3/N) + P(\text{Phf} \rightarrow 2/N) + P(\text{Phf} \rightarrow 3/N)$$

Or la puissance motrice est $P_{\text{mot}} = P(\text{Ph} \rightarrow 2/N) + P(\text{Ph} \rightarrow 3/N)$

Donc
$$P_{\text{mot}} = \frac{dE_c(E/N)}{dt} - P(\text{pes} \rightarrow 1/N) - P(\text{eau} \rightarrow 1/N) - P(\text{phf} \rightarrow 2/N) - P(\text{phf} \rightarrow 3/N)$$

Question 10



Evolution temporelle de la puissance motrice

Figure R4 : Courbe de puissance motrice

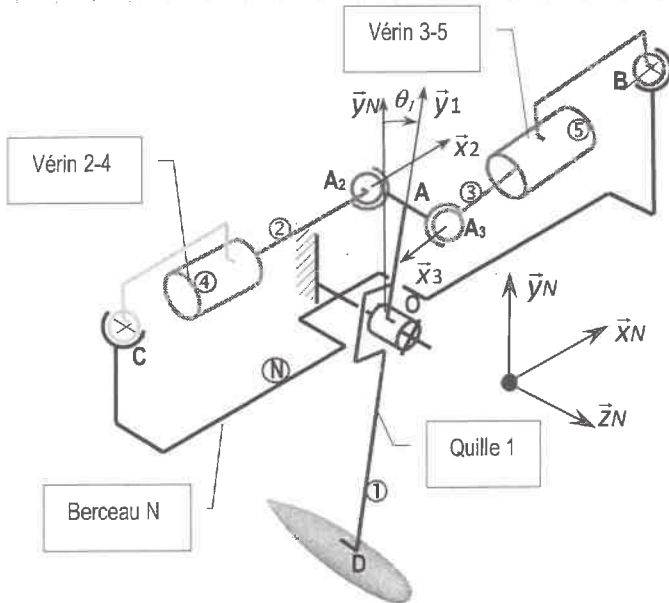
Puissances en W					
date	0	1	2	3	4
$\frac{dE_c(E/N)}{dt}$	0	2200 ou 0	0	-2200 ou 0	0
$P(\text{pes} \rightarrow 1/N)$	0	-3000	-10000	-16000	0
$P(\text{phf} \rightarrow 2/N) + P(\text{phf} \rightarrow 3/N)$	0	-5800	-5200	-4000	0
$P(\text{eau} \rightarrow 1/N)$	0	-2500	-2500	-2500	0
Puissance motrice P_m	0	13500 ou 11300	17700	22500 ou 20300	0

|| Puissance motrice maximale : 22,5 kW

b - Le constructeur a installé une puissance motrice plus importante afin de tenir compte des différences entre le modèle numérique et le système réel.

3- FONCTION FT1.2.4 : « TRANSMETTRE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE ». FONCTION COMPOSANTE
FT1.2.4.1 : « GUIDER LA QUILLE PAR RAPPORT À LA COQUE EN MAINTENANT LE CONTACT »

Question 11



On isole le vérin {2, 4 + fluide}
Bilan des actions extérieures.

- * Force $\vec{F}_{N \rightarrow 4}$ appliquée en C
- * Force $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ appliquée en A2
(Car ce sont des actions dues à des liaisons rotules de centre C et A2)

Ce système est à l'équilibre et soumis à 2 forces.

Ces 2 forces ont donc le même support : la droite (CA2) or la droite (CA2) est aussi la droite (A2 $\vec{x}_2$)

Donc l'action de 2 sur 1 est donc bien représentable par un glisseur d'axe (A2 $\vec{x}_2$) (force de support (A2 $\vec{x}_2$))

Question 12

On isole la quille 1. Bilan des actions extérieures.

- * Action de N → 1 due à la liaison pivot d'axe (O $\vec{z}_N$)
- * Pesanteur sur 1 : Force $-M_1 \cdot g \vec{y}_N$ appliquée en G1
- * Action de 2 → 1 : Force $F_{21} \vec{x}_N$ appliquée en A2
- * Action de 3 → 1 : Force $F_{31} \vec{x}_N$ appliquée en A3

La quille étant à l'équilibre, on a :

$$\begin{Bmatrix} x_{N1} & L_{N1} \\ y_{N1} & M_{N1} \\ z_{N1} & 0 \end{Bmatrix}_{BN, G_1} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{BN, G_1} + \begin{Bmatrix} F_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{BN, A_2} + \begin{Bmatrix} F_{31} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{BN, A_3} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{or } \vec{OA_1} = -L \vec{y}_1 = L_1 \sin \theta_1 \vec{x}_N - L_1 \cos \theta_1 \vec{y}_N$$

$$\vec{OA_2} = R \vec{y}_1 - d \vec{z}_1 = -R \sin \theta_1 \vec{x}_N + R \cos \theta_1 \vec{y}_N - d \vec{z}_N$$

$$\vec{OA_3} = R \vec{y}_1 + d \vec{z}_1 = -R \sin \theta_1 \vec{x}_N + R \cos \theta_1 \vec{y}_N + d \vec{z}_N$$

On obtient donc au point O :

$$\begin{pmatrix} X_{N1} & L_{N1} \\ Y_{N1} & M_{N1} \\ Z_{N1} & 0 \end{pmatrix}_{BN} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -M_1 g & 0 \\ 0 & -M_1 g L_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix}_{BN} + \begin{pmatrix} F_{21} & 0 \\ 0 & -d F_{21} \\ 0 & -R F_{21} \cos \theta_1 \end{pmatrix}_{BN} + \begin{pmatrix} F_{31} & 0 \\ 0 & d F_{31} \\ 0 & -R F_{31} \cos \theta_1 \end{pmatrix}_{BN} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où : } \{N \rightarrow 1\} = \begin{pmatrix} -(F_{21} + F_{31}) & 0 \\ M_1 g & d(F_{21} - F_{31}) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_B$$

Question 13

La liaison pivot est équivalente aux 2 liaisons en parallèle sphérique et sphère cylindre. Donc

$$\{N \rightarrow 1\}_{\text{pivot}} = \{N \rightarrow 1\}_{\text{sphérique}} + \{N \rightarrow 1\}_{\text{sphère cylindre}}$$

$$\{N \rightarrow 1\}_{\text{pivot}} = \begin{pmatrix} x_{01} & 0 \\ y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{BN} + \begin{pmatrix} x_{02} & 0 \\ y_{02} & 0 \\ z_{02} & 0 \end{pmatrix}_{BN}$$

$$\text{or } \vec{OO_1} = -e \vec{z}_N \text{ et } \vec{OO_2} = e \vec{z}_N$$

On en déduit

$$\{N \rightarrow 1\}_{\text{pivot}} = \begin{pmatrix} x_{01} & e y_{01} \\ y_{01} & -e x_{01} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{BN} + \begin{pmatrix} x_{02} & -e y_{02} \\ y_{02} & e x_{02} \\ z_{02} & 0 \end{pmatrix}_{BN}$$

$$\text{Soit } \{N \rightarrow 1\}_{\text{pivot}} = \begin{pmatrix} x_{01} + x_{02} & e(y_{01} - y_{02}) \\ y_{01} + y_{02} & e(x_{02} - x_{01}) \\ z_{02} & 0 \end{pmatrix}$$

question 14 Des résultats précédents et sachant que $F_{z1} = 0$

on obtient: $x_{01} + x_{02} = -F_{z1}$

$$y_{01} + y_{02} = M_1 g$$

$$z_{02} = 0$$

$$e(y_{01} - y_{02}) = 0$$

$$e(x_{02} - x_{01}) = d F_{z1}$$

$$M_1 g \sin \theta_1 + R F_{z1} \cos \theta_1 = 0$$

$$y_{01} = y_{02} = \frac{M_1 g}{2}$$

$$x_{01} = -\frac{d+e}{2e} F_{z1}$$

$$z_{02} = 0$$

$$x_{02} = \frac{d-e}{2e} F_{z1}$$

D'où l'effort radial sollicitant

$$\text{le coussinet en } O_1: F = \sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{d+e}{2e} F_{z1}\right)^2 + \left(\frac{e M_1 g}{2e}\right)^2} \quad \text{A.N.: } F = 1,58 \cdot 10^5 \text{ N}$$

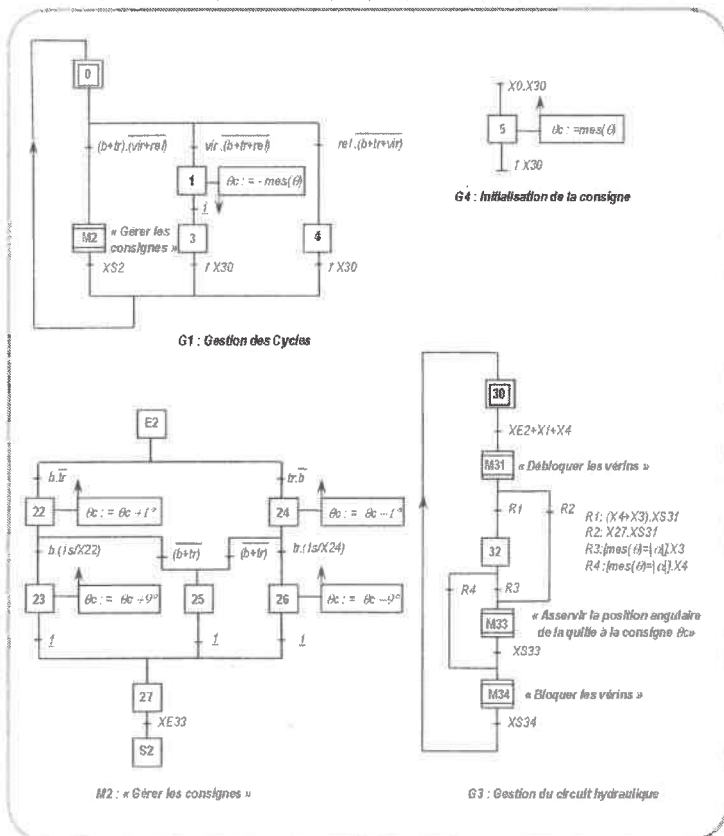
La pression exercée sur le coussinet est donc de

$$P_{12} = \frac{F}{d \cdot e} = \frac{1,58 \cdot 10^5}{80 \times 50} = 39,5 \text{ MPa} (< 50 \text{ MPa}). \text{ Cette pression étant}$$

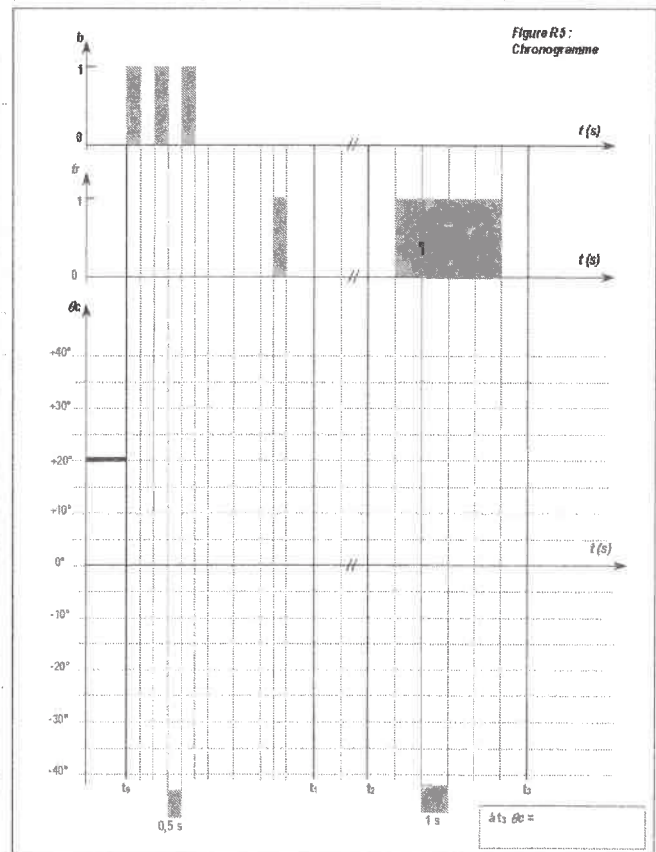
inférieure à la pression admissible l'usage du coussinet est validé.

4- FONCTION FT1.1.2: « TRAITER L'INFORMATION ». FONCTION COMPOSANTE FT1.1.2.1: « GERER LES CYCLES PREPROGRAMMES »

Modèle de commande



Question 15



Question 16

5- FONCTION FT1.1.2: « TRAITER L'INFORMATION ». FONCTION COMPOSANTE FT1.1.2.2: « RESPECTER LA CONSIGNE ANGULAIRE DE POSITION »

Question 17

Pour des conditions initiales nulles les équations a et b passées dans le domaine de Laplace donnent

$$(a) \frac{1}{s \cdot p} Q(p) - X(p) = \frac{V}{2BS} \xi(p)$$

$$(b) (Mp^2 + \lambda p + k) X(p) = S \cdot \xi(p) - F_R(p)$$

Du schéma bloc de la figure 12 on en déduit

$$A_1(p) = \frac{1}{s \cdot p}$$

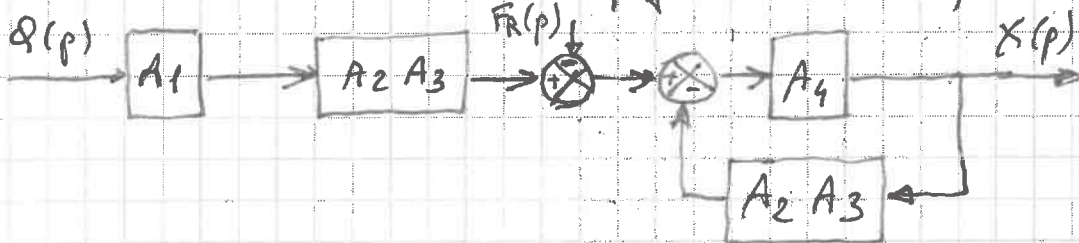
$$A_3(p) = S$$

$$A_2(p) = \frac{2 \cdot B \cdot S}{V}$$

$$A_4(p) = \frac{1}{k + \lambda p + Mp^2}$$

Question 18

Le schéma bloc de la figure 12 est équivalent à :



On obtient donc :

$$H_1(p) = A_1(p) A_2(p) A_3(p) = \frac{2 \cdot B \cdot S}{V \cdot p}$$

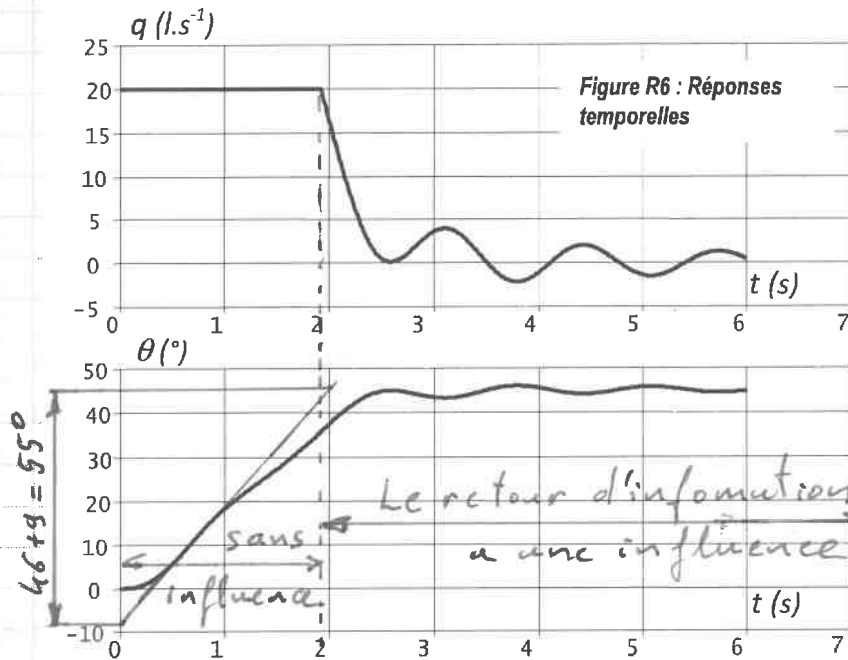
$$\text{et } H_2(p) = \frac{A_4(p)}{1 + A_2(p) \cdot A_3(p) \cdot A_4(p)} = \frac{\frac{1}{k + \lambda p + Mp^2}}{1 + \frac{2BS^2}{V(k + \lambda p + Mp^2)}}$$

$$H_2(p) = \frac{V}{V \cdot k + 2BS^2 + V\lambda p + VMp^2}$$

Question 19 Pour $F_R(p) = 0$ on a :

$$\left(\frac{X(p)}{Q(p)} \right)_{F_R(p)=0} = H_1(p) \cdot H_2(p) = \frac{2 \cdot B \cdot S}{p[V \cdot k + 2 \cdot B \cdot S^2 + V \cdot \lambda p + V \cdot \Gamma \cdot p^2]}$$

Question 20



a - Le palier est justifié par la saturation de la servovalve.

On lit sur cette courbe

$$q_{\max} = 20 \text{ l.s}^{-1} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Soit un gain de la servovalve de :

$$K_{sv} = \frac{q_{\max}}{V_{\max}} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{10}$$

$$K_{sv} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

Donc pour $t \in [0; 1,9 \text{ s}]$ on a un modèle en boucle ouverte et pour $t \geq 1,9 \text{ s}$ on a un modèle en boucle fermée

Question 21

* La réponse présente un dépassement de la valeur finale. Donc le critère C_{r2} n'est pas vérifié

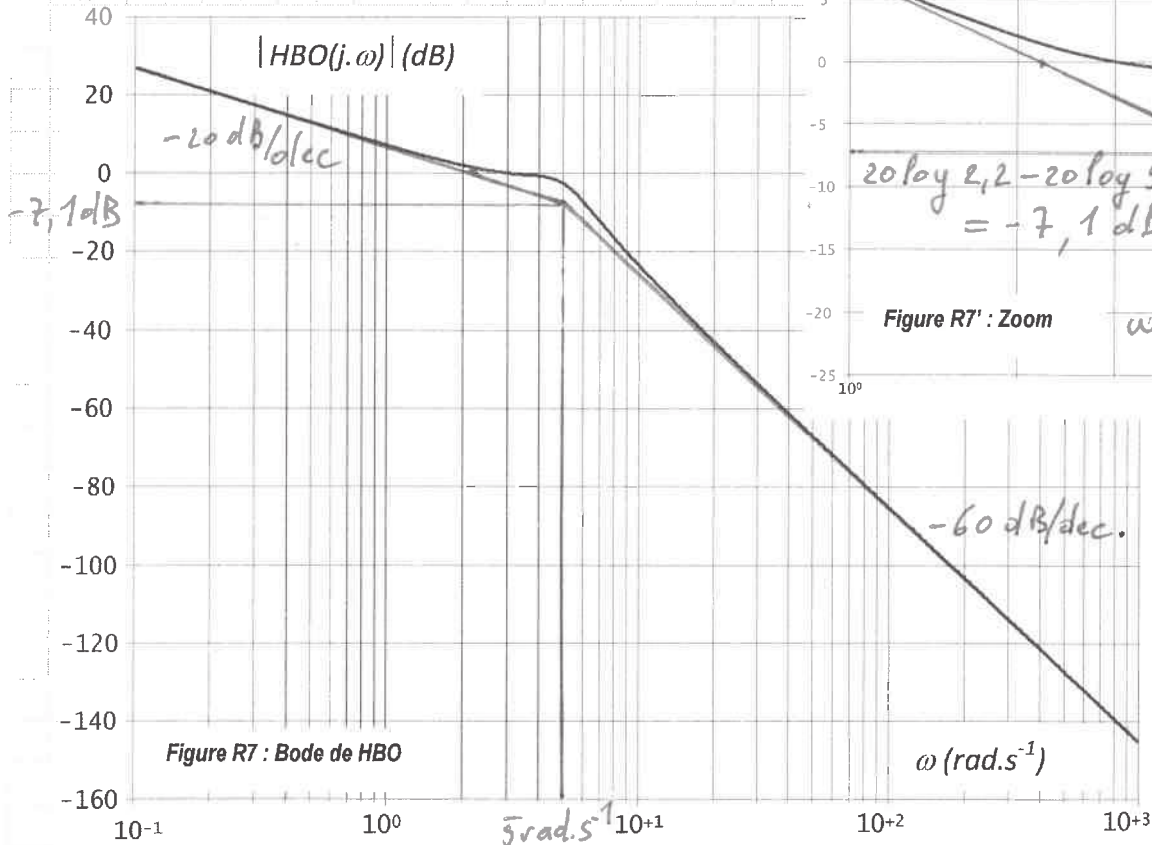
* La vitesse maximale de rotation de la quille est de : $\frac{55^\circ}{2,5} = 22,5^\circ/\text{s}$ supérieure à $8^\circ/\text{s}$

Donc le critère C_{22} n'est pas vérifié

Question 22

- a - Pour $t=0$, $x(t)=0$ Donc $v(t) = K_c' \cdot \theta_0 = 1,1 \times 5 = 5,5V$
 b - $v(0) = 5,5V < V_{max}$ donc il n'y a pas de saturation au début du mouvement et donc pas après car $\varepsilon(t) \rightarrow 0$
 c - cela vérifie donc l'hypothèse de la linéarité du système.

Question 23



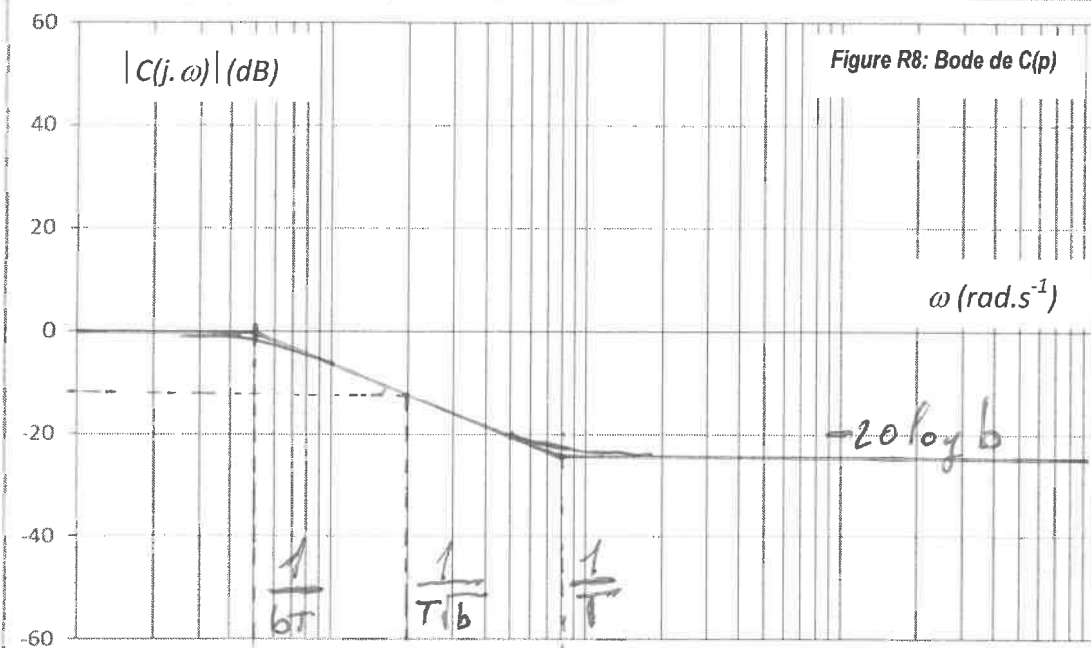
$$G_{dBBO}(\omega) = 20 \log 2,2 - 20 \log \omega - 10 \log \left[\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right)^2 + 4 \xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,04}} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\xi = \frac{0,12 \omega_0}{2} = 0,3$

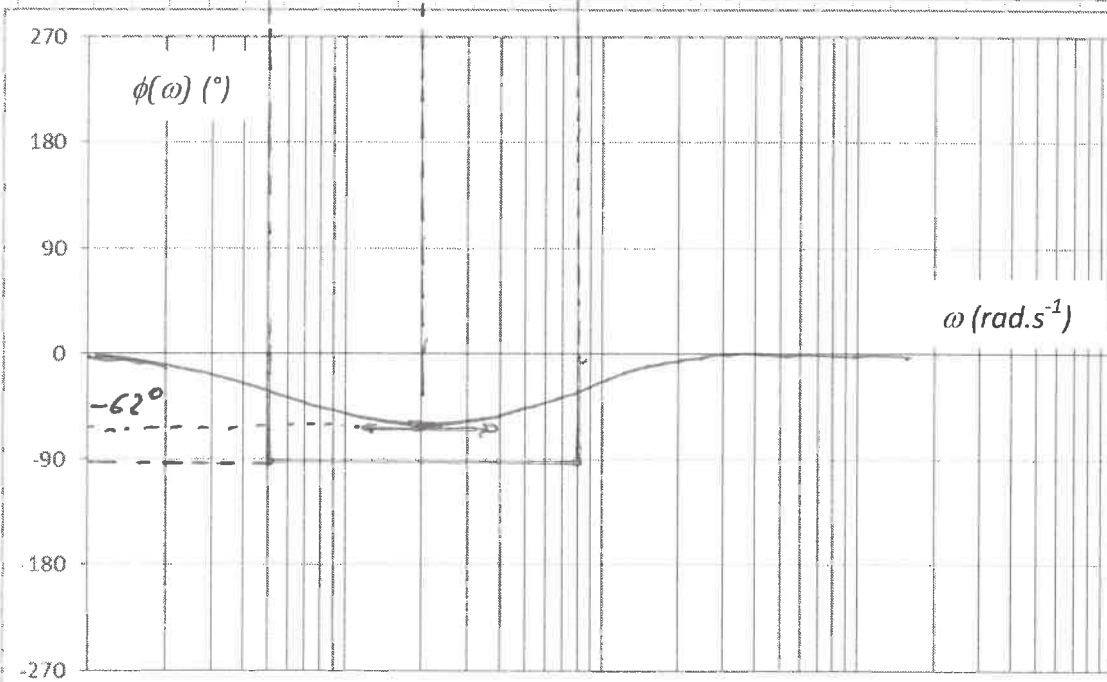
$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} = 4,53 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Delta K = -20 \log (2 \xi \sqrt{1 - \xi^2}) = 4,85 \text{ dB}$$

Question 24



$K_{cor} = 1$
 On choisit
 $T = 0,125s$
 $b = 16$
 $\frac{1}{bT} = 0,5 \text{ rad/s}$
 $\frac{1}{T} = 8 \text{ rad/s}$
 $\frac{1}{T\sqrt{b}} = 2 \text{ rad/s}$



$\phi(\omega^*) = \arcsin\left(\frac{1-16}{1+16}\right)$
 $\phi(\omega^*) = \arcsin\left(\frac{-15}{17}\right) = -62^\circ$

$$|C(j\omega^*)|_{dB} = 20 \log K_{cor} + 10 \log \left[1 + \left(\frac{1}{T\sqrt{b}} \right)^2 \right] - 10 \log \left[1 + \left(\frac{bT}{T\sqrt{b}} \right)^2 \right]$$

$$= 20 \log K_{cor} + 10 \log \frac{1 + \frac{1}{b}}{1 + b} = 20 \log K_{cor} + 10 \log \frac{b+1}{b(1+b)}$$

$$|C(j\omega^*)|_{dB} = 20 \log K_{cor} - 10 \log b$$

Pour $K_{cor} = 1 \Rightarrow |C(j\omega^*)|_{dB} = -10 \log b$

Question 25

a- On choisit donc b pour $-\Delta K = -10 \log b$

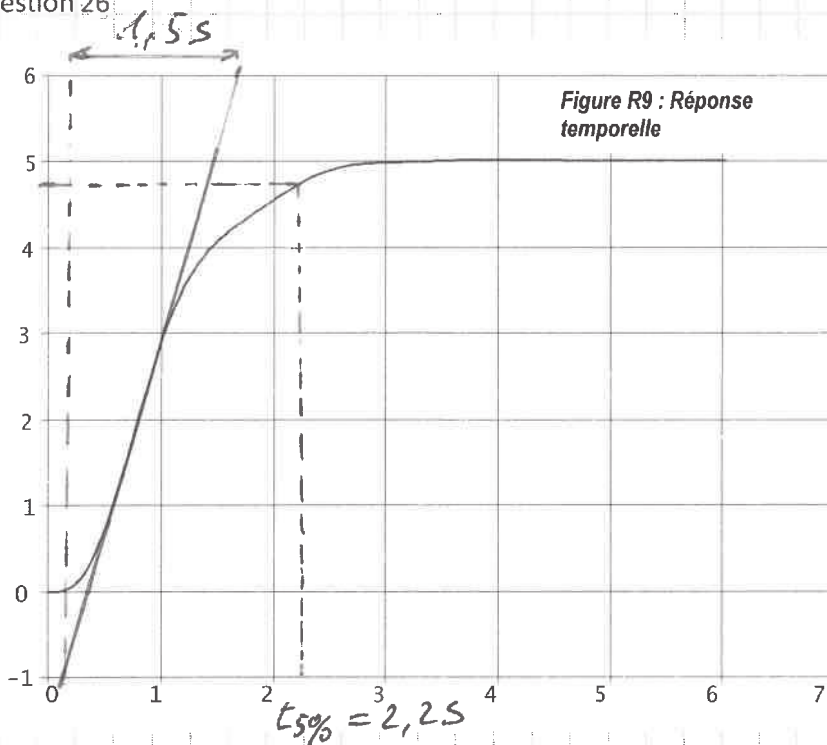
$$\text{Soit } b = 10^{(\Delta K/10)} \Rightarrow b = 10^{(4,85/10)} = 3,05$$

$$\text{D'autre par } \omega^* = \omega_r = \frac{1}{T\sqrt{b}}$$

$$\text{Donc } T = \frac{1}{\omega_r \sqrt{b}} \Rightarrow T = \frac{1}{4,53 \sqrt{3,05}} = 0,126 \text{ s}$$

$$b - \varphi_{\text{cor}}(\omega^*) = \arcsin\left(\frac{1-b}{1+b}\right) \Rightarrow \varphi_{\text{cor}}(\omega^*) = -30,4^\circ$$

Question 26



a- Vitesse de rotation angulaire maximale

$$\frac{7^\circ}{1,5 \text{ s}} = 4,7^\circ/\text{s}$$

$t_{50\%} = 2,2 \text{ s} < 4 \text{ s}$ Donc le critère C_{21} est vérifié.

$\omega_{\text{max}} = 4,7^\circ/\text{s} < 8^\circ/\text{s}$ Donc le critère C_{22} est vérifié.