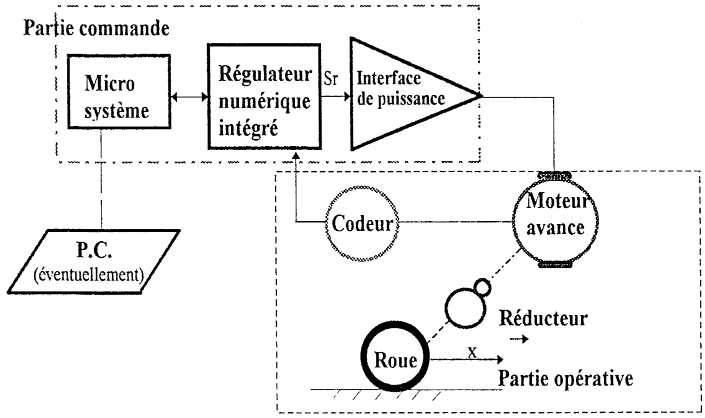
TD1 : Outil chirurgical

1- Présentation du système

Mise en situation

Le déplacement d'un outil chirurgical dans une position bien déterminée est assuré par le roulement sans glissement de la roue de rayon R_P d'un système pignon-crémaillère. Laquelle roue est entrainée en rotation par un moteur suivit d'un réducteur de rapport λ.

La consigne de position $x_C(t)$ en incréments est élaborée par le calculateur, à partir des informations envoyées par la console manipulée par le chirurgien.



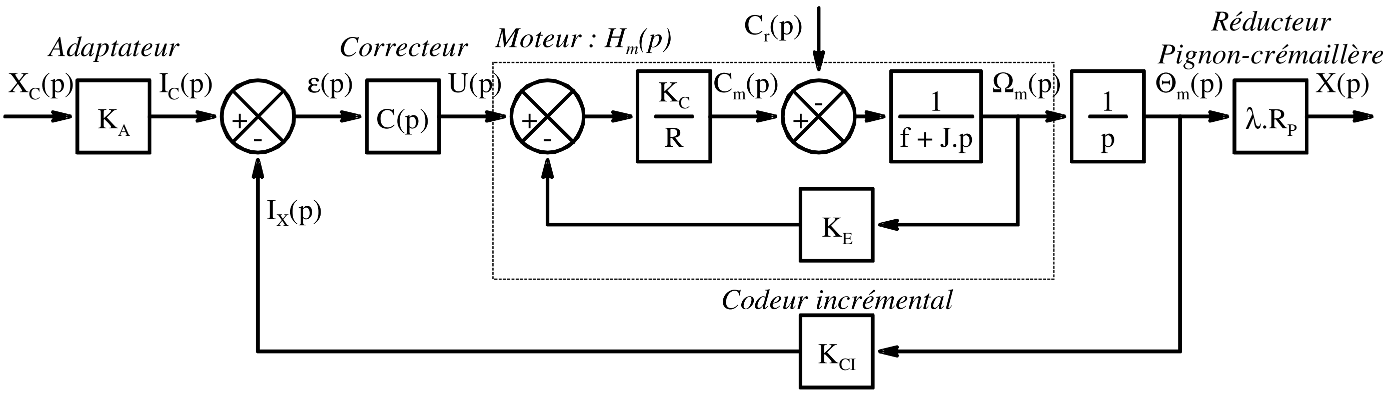
Modélisation

Le codeur incrémental a une résolution de 360 incréments par tour du moteur. Il est associé à un compteur - décompteur en incréments qui donne une image $i_X(t)$ image de la position angulaire de l'arbre de sortie du moteur et donc de celle de l'instrument chirurgical. La position de consigne de l'outil chirurgical $x_c(t)$ est convertie en une image en incréments : $i_C(t)$.

Le correcteur de l'asservissement est associée à un comparateur qui donne une image de l'écart de position $\varepsilon(t) = i_C(t) - i_X(t)$. Cet écart est traité par le correcteur de fonction de transfert C(p) qui délivre après amplification une tension u(t) au moteur à courant continu de cet asservissement.

Le mouvement de rotation de l'arbre moteur (à la vitesse $\omega_m(t)$) est transmis au pignon crémaillère par un réducteur de rapport de transmission λ. Puis à l'outil chirurgical par le pignon-crémaillère.

Une première étude a permis d'obtenir la modélisation de l'asservissement de la position de l'outil chirurgical par le schéma-blocs ci-dessous.



$C_r(t)$ est le couple résistant. On prendra $\mathbf{C_r(t) = C_{r0} = 1}$ **N.mm**

La documentation constructeur du moteur permet d'avoir la résistance de son induit : $\mathbf{R = 4\ \Omega}$ et sa constante de couple : $\mathbf{K_C = K_E = 20}$ $\mathbf{N.mm.A^{-1}}$.

D'autre part, une expérimentation par la réponse à un échelon de tension donne la fonction de transfert de ce moteur : $\mathbf{H_m(p) = \left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right)_{C_r(p)=0} = \frac{40}{1 + 0{,}02.p}}$ **en** $\mathbf{rad.s^{-1}.V^{-1}}$.

Enfin on donne les autres constantes du système. Pour le codeur incrémental : $\mathbf{K_{CI} = \frac{360}{2.\pi}}$ $\mathbf{inc.rad^{-1}}$ et pour l'ensemble réducteur, pignon-crémaillère $\mathbf{\lambda.R_P = 0{,}5\ mm.rad^{-1}}$

Objectif de l'étude

Pour les petits mouvements rapides, on donne une consigne de position du chariot en échelon. On souhaite que le déplacement se fasse en un temps très court avec pas trop de dépassement de la consigne. Pour respecter les trajectoires sur des longues distances, on donne une consigne en rampe.

Le cahier des charges précise donc les critères suivants :

☞ Une erreur statique totale ε_{st} pour un échelon de consigne inférieure à 0,05 mm : $\boldsymbol{\varepsilon_{st} \leq 0{,}05}$ **mm**

☞ Une erreur de trainage totale ε_{tt} pour une consigne en rampe de pente $V_0 = 10$ mm.s^{-1} inférieure à : 0,2 mm : $\boldsymbol{\varepsilon_{tt} \leq 0{,}2}$ **mm**

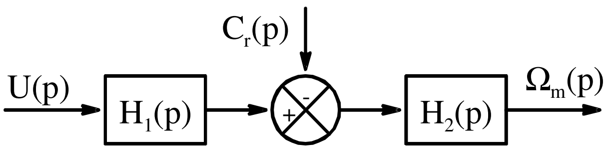
☞ Une marge de phase de $\boldsymbol{M_\varphi \geq 50°}$ (critère de stabilité) à une pulsation de coupure : $\boldsymbol{\omega_{0dB} \geq 20}$ **rad.s^{-1}** (critère de rapidité).

Le but de l'exercice est de choisir et dimensionner un correcteur permettant de répondre à ces critères du cahier des charges.

Travail demandé

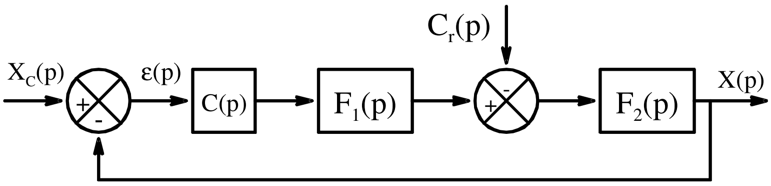
1- Simplification de la modélisation

1.1- On souhaite simplifier la boucle de motorisation par le schéma bloc ci-contre. Déterminer les expressions en fonction de K_C, R et $H_m(p)$ des fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$.



1.2- Donner l'expression en fonction des constantes du système du gain K_A de l'adaptateur permettant un fonctionnement « normal » de l'asservissement : $\varepsilon(p) = 0$ pour $X(p) = X_C(p)$.

1.3- Le schéma bloc à retour unitaire et sur laquelle la perturbation arrive directement sur la chaîne directe (voir ci-dessous) est équivalent au schéma bloc de l'asservissement de la page précédente. Déterminer en fonction des constantes du système les expressions des fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_2(p)$. Donner les valeurs numériques (avec les unités : N.inc.V^{-1} et N^{-1}) des gains statique K_1 et K_2 des fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_2(p)$. Remarque : La consigne $X(p)$ et la réponse $X_C(p)$ sont en mm.



1.4- Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $FTBO_{NC}(p)$ en fonction de K_1 et K_2. On déduire la valeur numérique (et son unité) du gain K_{BONC} de cette FTBO.

2- Correcteur proportionnel

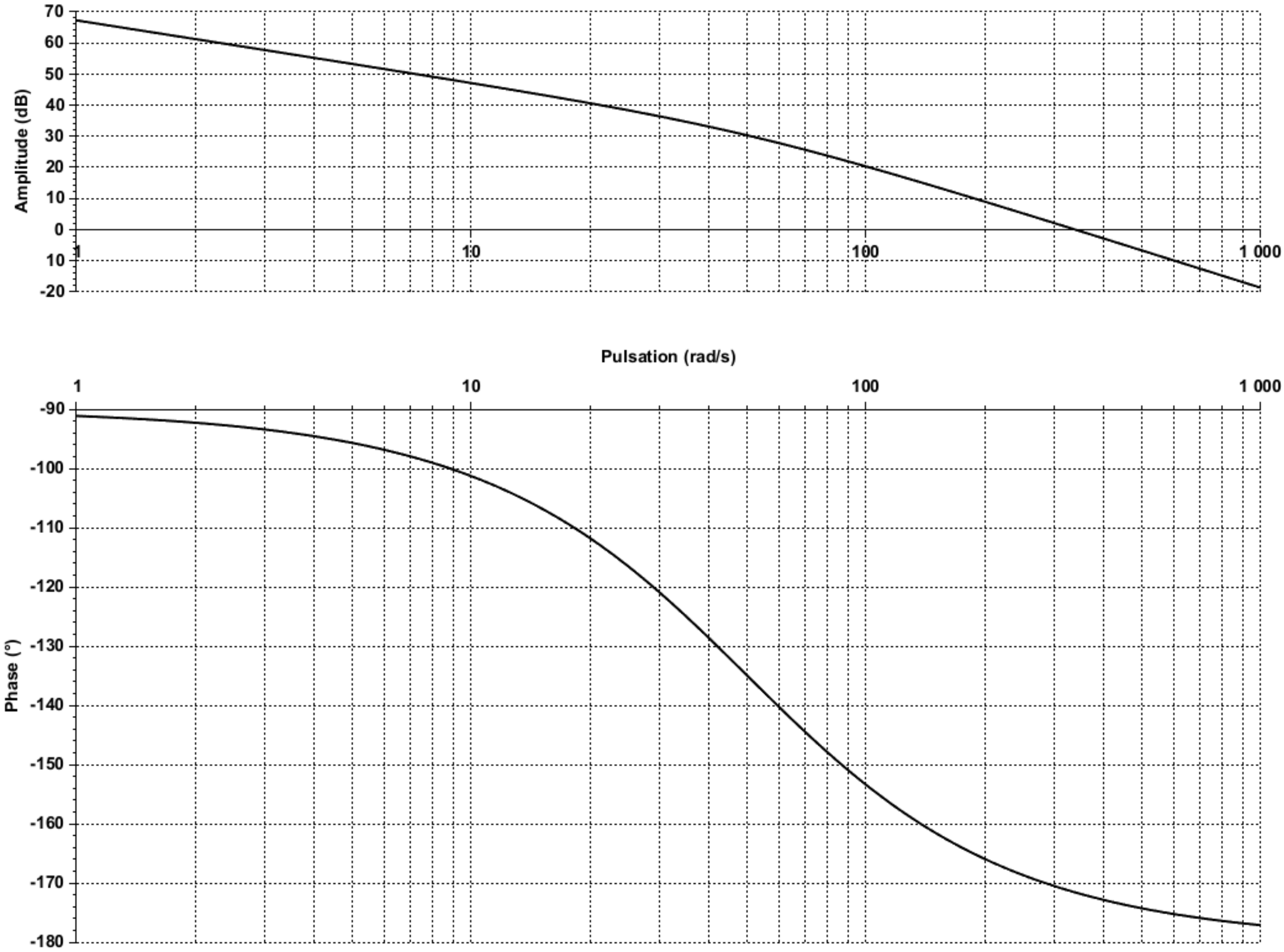
Dans cette partie on utilise un correcteur proportionnel de gain K_P : $C(p) = K_P$.

2.1- Déterminer (en fonction de K_P, K_1, K_2 et/ou K_{BONC}) pour une consigne en échelon E_0 et une perturbation constante C_{r0}, les expressions des erreurs statiques ε_{sc} et ε_{sp} dues respectivement à la consigne puis à la perturbation. En déduire l'erreur totale ε_{st} due à la consigne et la perturbation.

2.2- Déterminer (en fonction de K_P, K_1, K_2 et/ou K_{BONC}) pour une consigne en rampe de pente V_0 et une perturbation constante C_{r0}, les expressions des erreurs de trainage ε_{tc} et ε_{tp} dues respectivement à la consigne puis à la perturbation. En déduire l'erreur totale ε_{tt} due à la consigne et la perturbation.

2.3- Déterminer la condition sur gain K_P nécessaire pour respecter les critères de précision du cahier des charges. On prendra bien sur $V_0 = 10$ mm.s^{-1} et $C_{r0} = 1$ N.mm. Préciser l'unité de K_P.

2.4- On donne ci-dessous le diagramme de Bode de la FTBO non corrigée : $FTBO_{NC}(p)$. Déterminer la condition sur le gain K_P nécessaire pour respecter les critères de rapidité et de stabilité du cahier des charges. Conclure sur le correcteur proportionnel.



3- Correcteur proportionnel intégral

Dans cette partie on utilise un correcteur PI (Proportionnel Intégral) dont le gain est K et la constante de temps T. Et dont l'expression est : $C(p) = \dfrac{K.(1 + T.p)}{p}$.

3.1- Déterminer la constante de temps T et le gain K permettant de vérifier les critères de stabilité et de rapidité du cahier des charges.

3.2- Ce correcteur permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges. Justifier complètement votre réponse.