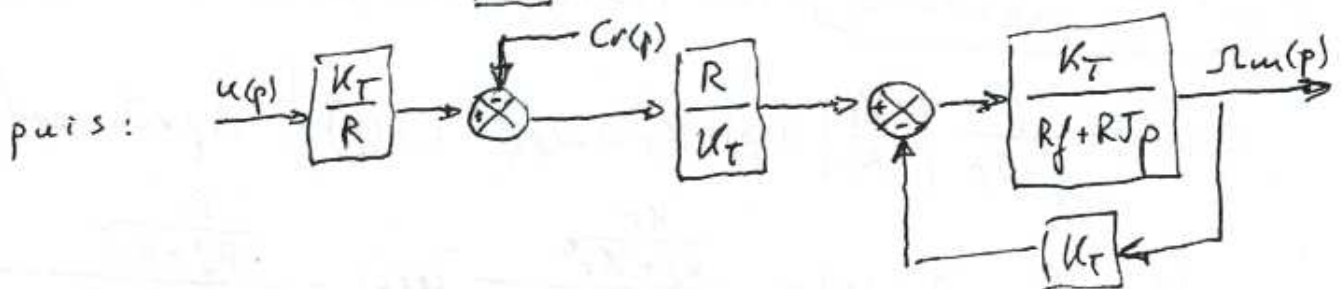
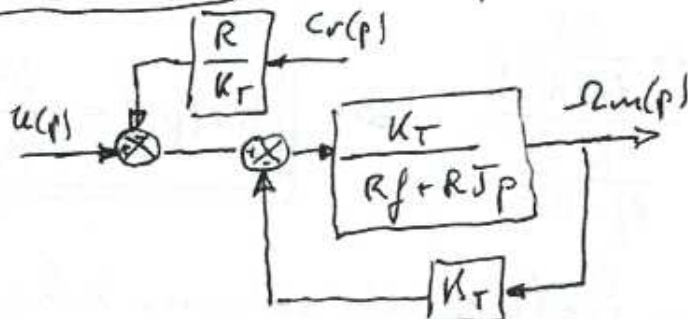


1.1 schéma bloc équivalent du moteur.

1<sup>ère</sup> méthode: Manipulation des schémas bloc



On obtient donc  $H_1(p) = \frac{K_T}{R}$

$$H_2(p) = \frac{R}{K_T} \times \frac{\frac{K_T}{R_f + R_T p}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} \Rightarrow H_2(p) = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

2<sup>ème</sup> méthode Principe de superposition  
Du schéma bloc original.

$$\left( \frac{\Omega_m(p)}{u(p)} \right)_{Cr(p)=0} = \frac{\frac{K_T}{R_f + R_T p}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

et

$$\left( \frac{\Omega_m(p)}{Cr(p)} \right)_{u(p)=0} = \frac{\frac{1}{R_f + R_T p}}{1 + \frac{K_T^2}{R_f + R_T p}} = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{R_T}{R_f + K_T^2} p}$$

Du schéma bloc équivalent:  $\left( \frac{\Omega_m(p)}{u(p)} \right)_{Cr(p)=0} = H_1(p) H_2(p)$  et  $\left( \frac{\Omega_m(p)}{Cr(p)} \right)_{u(p)=0} = H_2(p)$

On en déduit :

2/8

$$H_2(p) = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \quad \text{et} \quad H_1(p) H_2(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p}$$

$$\text{soit } H_1(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \times \frac{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p}{\frac{R}{R_f + K_T^2}} \Rightarrow \boxed{H_1(p) = \frac{K_T}{R}}$$

3<sup>ème</sup> méthode Par lecture du schéma bloc ①

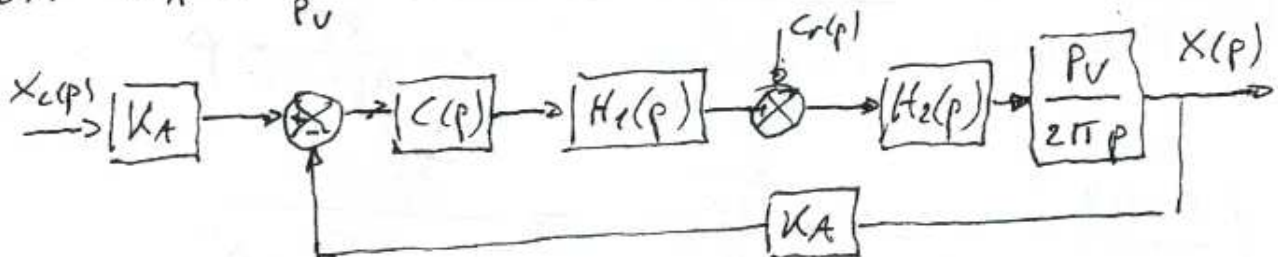
$$R_m(p) = \frac{1}{f + Jp} \left[ \frac{K_T}{R} (u(p) - K_T R_m(p)) - C_r(p) \right] \quad \text{Après calcul}$$

$$\text{on obtient : } R_m(p) = \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} u(p) - \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} C_r(p)$$

sachant que  $R_m(p) = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot u(p) - H_2(p) C_r(p)$  on obtien

$$\boxed{H_2(p) = \frac{\frac{R}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \quad \text{et} \quad H_1(p) = \frac{1}{H_2(p)} \times \frac{\frac{K_T}{R_f + K_T^2}}{1 + \frac{RJ}{R_f + K_T^2} p} \Rightarrow \boxed{H_1(p) = \frac{K}{R}}$$

①.2 Pour un fonctionnement normal il faut  $K_A = \frac{16}{2\pi} \times \frac{27}{P_v}$   
soit  $K_A = \frac{16}{P_v}$  le schéma bloc devient alors :



on obtient donc

$$F_1(p) = K_A H_1(p) \quad \text{et} \quad F_2(p) = H_2(p) \frac{P_v}{2\pi}$$

Soit

3/8

$$\boxed{F_1(p) = \frac{16 K_r}{R P_V}} \quad \text{et} \quad \boxed{F_2(p) = \frac{\frac{R \cdot P_V}{2\pi(R_f + K_r^c)}}{p \left(1 + \frac{R J}{R_f + K_r^c} p\right)}}$$

### 1.3 Application numérique

$$\boxed{F_1(p) = 306 \text{ N} \cdot \text{inc} \cdot \text{V}^{-1}} \quad \boxed{F_2(p) = \frac{5,33 \cdot 10^{-2}}{p(1 + 0,067 p)} \text{ N}^{-1}}$$

On en déduit

$$\boxed{H_{\text{bouc}}(p) = F_1(p) F_2(p) = \frac{16,3}{p(1 + 0,067 p)} \text{ inc} \cdot \text{V}^{-1}}$$

### 2.1 Phase des correcteurs

Tableau des phases des correcteurs

| Type de correcteur                                 | K | $\frac{K}{p}$ | $\frac{K \cdot (1 + T \cdot p)}{p}$ | $\frac{K \cdot (1 + c \cdot T \cdot p)}{1 + T \cdot p}$ |
|----------------------------------------------------|---|---------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Phase du correcteur pour $\omega \in ]0, +\infty[$ | 0 | $-90^\circ$   | $] -90^\circ ; 0 [$                 | $] 0 ; +90^\circ [$                                     |

### 2.2 Gain et phase du correcteur à $30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Pour la FTBO non corrigée on a à  $30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

un gain dynamique de  $G_{\text{dBBOUC}}(30) = -12,5 \text{ dB}$

une phase de  $\varphi_{\text{BOUC}}(30) = -153,5^\circ$

Donc le correcteur doit avoir un gain dynamique à  $30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  de  $\boxed{G_{\text{dBcor}}(30) = +12,5 \text{ dB}}$

Pour respecter la marge de phase ( $M\varphi \geq 60^\circ$ ) la FTBO corrigée doit avoir une phase de  $-120^\circ$  à  $\omega_{\text{dB}}$

Donc pour une marge de phase de  $+60^\circ$  à  $30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  le correcteur doit avoir une phase de  $\boxed{\varphi_{\text{cor}}(30) = +33,5^\circ}$



## 2.3 Propriétés du correcteur

4/8

Les correcteurs intégrale et proportionnel intégrale ajoutent un intégrateur dans la FTBO en amont de la perturbation en plus de celui déjà présent en aval de la perturbation donc toutes les erreurs (statique et de traînage, avec ou sans perturbation) seront nulles.

Pour les correcteurs proportionnels et à avance de phase, cela dépendra de la valeur du gain  $K$  de ces correcteurs.

Pour tous les correcteurs, on peut avoir  $\varphi_{cor}(30) = +12,5\text{dB}$  cela dépend de la valeur du gain  $K$  du correcteur.

La FTBO non corrigée à une phase pour  $\omega \in ]0, +\infty[$  telle que:  $-180^\circ \leq \varphi_{FTBOnc}(\omega) \leq -90^\circ$ .

Le correcteur intégrale à une phase de  $-90^\circ$  Donc il ne permettra pas d'avoir  $\varphi_{BO}(\omega_{dB}) = -120^\circ$  Pour les autres correcteur cela dépendra des constantes  $K, c$  et  $T$ .

Pour avoir  $\varphi_{BO}(30) = -120^\circ$  il faut  $\varphi_{cor}(30) = +33,5^\circ$  Donc seul le correcteur à avance de phase permet de respecter les marge de phase et pulsation de coupure.

Voir tableau de synthèse

Donc seul le correcteur à avance de phase permet de respecter tout le cahier des charges

Tableau des propriétés des correcteurs vis-à-vis du cahier des charges

| Type de correcteur                                                                                                                     |                              | K | $\frac{K}{p}$ | $\frac{K.(1+T.p)}{p}$ | $\frac{K.(1+c.T.p)}{1+T.p}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|---|---------------|-----------------------|-----------------------------|
| Phase du correcteur pour $\omega \in ]0, +\infty[$                                                                                     |                              | 0 | $-90^\circ$   | $] -90^\circ ; 0 [$   | $] 0 ; +90^\circ [$         |
| Respect des critères de précision<br>$\varepsilon_s \leq 1$ mm et<br>$\varepsilon_t \leq 5$ mm ( $v = 0,1 \text{ m.s}^{-1}$ )          | OUI en fonction de K, c et T | X |               |                       | X                           |
|                                                                                                                                        | OUI quelque soit K, c et T   |   | X             | X                     |                             |
|                                                                                                                                        | NON                          |   |               |                       |                             |
| Respect du critère de rapidité<br>Bande passante à 0dB<br>$\omega_{0dB} \geq 30 \text{ rad.s}^{-1}$                                    | OUI en fonction de K, c et T | X | X             | X                     | X                           |
|                                                                                                                                        | OUI quelque soit K, c et T   |   |               |                       |                             |
|                                                                                                                                        | NON                          |   |               |                       |                             |
| Respect du critère d'amortissement<br>Marge de phase<br>$M\phi \geq 60^\circ$                                                          | OUI en fonction de K, c et T | X |               | X                     | X                           |
|                                                                                                                                        | OUI quelque soit K, c et T   |   |               |                       |                             |
|                                                                                                                                        | NON                          |   | X             |                       |                             |
| Respect simultané des critères d'amortissement et de bande passante<br>$\omega_{0dB} \geq 30 \text{ rad.s}^{-1}$ $M\phi \geq 60^\circ$ | OUI en fonction de K, c et T |   |               |                       | X                           |
|                                                                                                                                        | OUI quelque soit K, c et T   |   |               |                       |                             |
|                                                                                                                                        | NON                          | X | X             | X                     |                             |

2.4 Seul le correcteur à avance de phase permet de respecter l'ensemble des cahier des charges.

3.1 Dimensionnement du correcteur.

Il faut un correcteur tel que  $\varphi_{cor}(30) = +33,5^\circ$   
Donc en choisissant une phase maximale à  $30 \text{ rad.s}^{-1}$   
on doit avoir  $c = \frac{1 + \sin 33,5}{1 - \sin 33,5} = 3,5$

Pour avoir cette phase à  $30 \text{ rad.s}^{-1}$  il faut  
 $30 = \frac{1}{T\sqrt{c}}$  soit  $T = \frac{1}{30\sqrt{3,5}} = 0,018 \text{ s}$

Enfin, pour avoir  $G_{dBcor}(30) = +12,5$  il faut  
 $12,5 = 20 \log K + 10 \log c$  soit  $20 \log K = 12,5 - 10 \log 3,5 = 7,06 \text{ dB}$

soit  $K = 10^{7,06/20} = 2,25 \cdot V.\text{inc}^{-1}$

### 3.2 Vérification de la précision

6/8

Avec ce correcteur la FTBO est  $\frac{16,3 \times 2,25 (1 + 0,063.p)}{p(1 + 0,018p)(1 + 0,067p)}$

Elle est de classe 1 avec un intégrateur placé en aval de la perturbation. On a donc les erreurs

→ Statique en réponse à un échelon de consigne

$$E_{sc} = 0$$

→ De trainage en réponse à une rampe de pente  $0,2 \text{ m.s}^{-1}$

$$E_{tc} = \frac{0,2}{16,3 \times 2,25} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5,5 \text{ mm} > 5 \text{ mm}$$

Et pour une rampe de pente  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$

$$E_{tc} = \frac{0,1}{16,3 \times 2,25} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,7 \text{ mm} < 5 \text{ mm}$$

→ Due à un échelon de perturbation de  $0,2 \text{ N.m}$

$$E_p = \frac{0,2}{306 \times 2,25} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,29 \text{ mm}$$

D'où des erreurs totales :

→ Statique  $\underline{E_{st} = 0 + 0,29 = 0,29 \text{ mm} \leq 1 \text{ mm}}$

→ De trainage pour une rampe

de pente  $0,2 \text{ m.s}^{-1}$   $\underline{E_{tt} = 5,5 + 0,29 = 5,8 \text{ mm} > 5 \text{ mm}}$

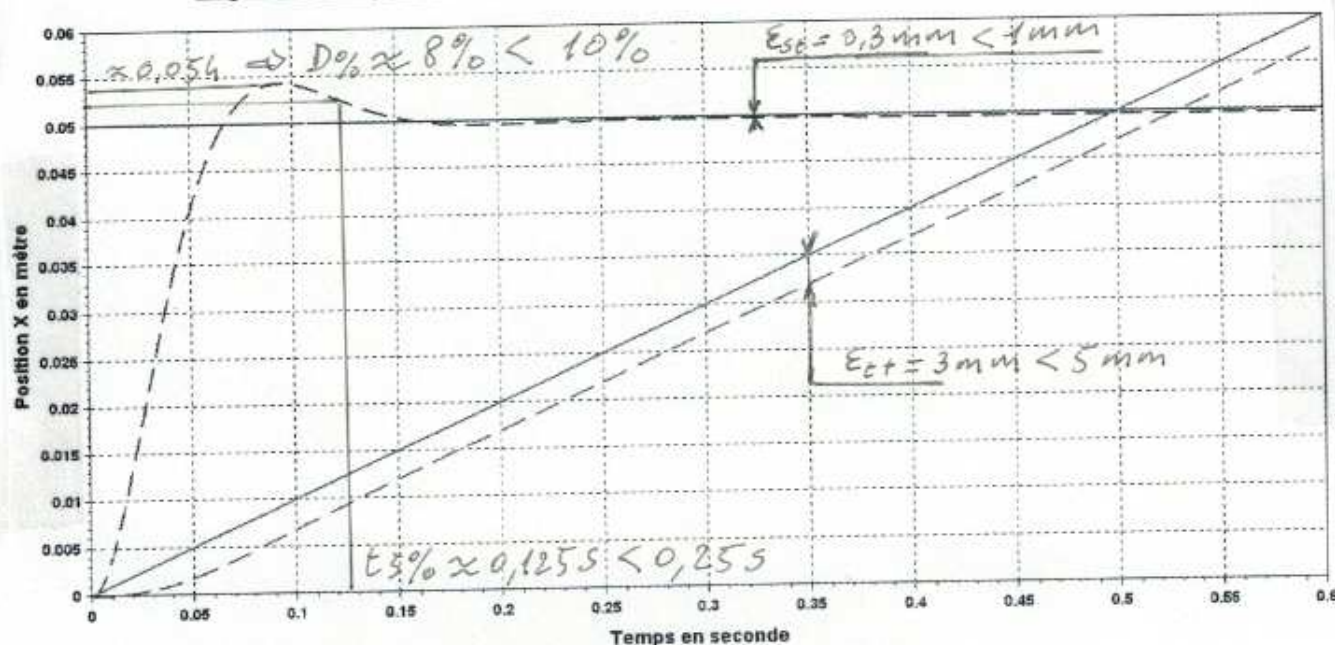
de pente  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$   $\underline{E_{tt} = 2,7 + 0,29 = 3 \text{ mm} \leq 5 \text{ mm}}$

Donc les critères de précision ne sont respectés que pour une rampe de pente inférieure à  $0,2 \text{ m.s}^{-1}$ .



Réponses du système simulé

Consigne en trait continu et réponse en pointillés



La réponse temporelle simulée permet de retrouver les erreurs statique et de trainage.  $E_{st} \approx 0,3mm \leq 1mm$

et pour  $0,1m \cdot s^{-1}$   $E_{ct} = 3mm \leq 5mm$

On vérifie le critère de rapidité  $t_{5\%} \approx 0,125s \leq 0,25s$

Ainsi que le critère de dépassement  $D\% \approx 8\% \leq 10\%$

#### 4 Amélioration des performances

On a le correcteur  $C(p) = C_1(p) \cdot C_2(p)$  avec  $C_1(p) = \frac{1+T_1 p}{p}$  et  $C_2(p) = \frac{K(1+T_2 p)}{1+T_2 p}$

On choisit  $\varphi_{c_1}(30) = -20^\circ = -90 + \arctan(30 T_1)$

$$\text{Donc } T_1 = \frac{\tan(30-20)}{30} = 0,092s$$

Il faut alors  $60^\circ = 180 - 153,5 - 20 + \varphi_{c_2}(30) \Rightarrow \varphi_{c_2}(30) = 53,5^\circ$

$$\text{Donc } C = \frac{1 + \sin 53,5}{1 - \sin 53,5} = 9,2$$

$$\text{D'autre part } 30 = \frac{1}{T_2 C} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{30 \cdot 9,2} = 0,011s$$

Enfin pour avoir  $\omega_{dB} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$ , il faut:

8/8

$$G_{dB}(C_1)(30) + G_{dB}(C_2) - 12,5 = 0$$

$$\Rightarrow 10 \log(1 + (30 \tau_c)^2) - 20 \log 30 + 20 \log K + 10 \log C = 12,5$$

$$\Rightarrow 20 \log K = 12,5 + 20 \log 30 - 10 \log(1 + (30 \times 0,032)^2) - 10 \log 9,2 = +23,05$$

$$\underline{\underline{K = 10^{23,05/20} = 14,2 \text{ V.inc}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

On a finalement le correcteur:

$$\underline{\underline{C(p) = \frac{14,2 (1 + 0,101 p) (1 + 0,032 p)}{p (1 + 0,011 p)}}}$$