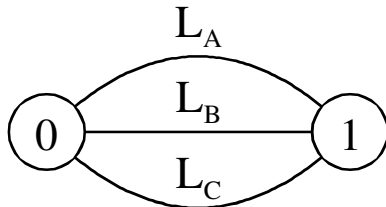


Partie 1 : Choix du robot

2- Etude de la liaison plateforme (1) / Sol (0)

Question 1

Graphe de structure



Question 2

Caractéristiques des liaisons

 L_A : Rotule de centre A **L_B : Ponctuelle ou sphère-plan de normale $(B, \overrightarrow{y_P})$** **$L_C$: Linéaire annulaire ou sphère cylindre d'axe $(C, \overrightarrow{z_P})$**

Question 3

Raisonnement avec les torseurs cinématiques

On note respectivement : $\{\mathcal{V}_A\}$, $\{\mathcal{V}_B\}$, $\{\mathcal{V}_C\}$, les torseurs cinématiques des liaisons de centre A, B et C. Ainsi que $\{\mathcal{V}_{Eq}\}$ le torseur cinématique de la liaison équivalente à ces trois liaisons. On a la forme de

$$\text{ces torseurs dans la base } (\overrightarrow{x_P}, \overrightarrow{y_P}, \overrightarrow{z_P}) : \{\mathcal{V}_A\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \{\mathcal{V}_B\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x^B \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^B \end{Bmatrix}_B \quad \{\mathcal{V}_C\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^C \end{Bmatrix}_C$$

$$\text{Sachant que : } \overrightarrow{AC} = L \cdot \overrightarrow{z_P} \quad \text{On en déduit : } \{\mathcal{V}_A\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & L \cdot \omega_y \\ \omega_y - L \cdot \omega_x \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^C \end{Bmatrix}_C$$

Les liaisons de centre A et C étant en parallèle : $\{\mathcal{V}_A\} = \{\mathcal{V}_C\} = \{\mathcal{V}_{Eq}\}$ on a : $\omega_x = \omega_y = V_z^C = 0$

$$\text{D'autre part : } \overrightarrow{AB} = \ell \cdot \overrightarrow{x_P} + \frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{z_P} \quad \text{Donc : } \{\mathcal{V}_A\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \ell \cdot \omega_z \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 0 & V_x^B \\ 0 & 0 \\ \omega_z & V_z^B \end{Bmatrix}_B$$

Les liaisons de centre A et B étant en parallèle : $\{\mathcal{V}_A\} = \{\mathcal{V}_B\} = \{\mathcal{V}_{Eq}\}$ on a : $\omega_z = V_x^B = V_z^B = 0$

$$\text{D'où la liaison équivalente : } \{\mathcal{V}_{Eq}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B \text{ qui est donc une liaison encastrement.}$$

Raisonnement avec les torseurs sthéniques

On note respectivement : $\{\mathcal{J}_A\}$, $\{\mathcal{J}_B\}$, $\{\mathcal{J}_C\}$, les torseurs sthéniques des liaisons de centre A, B et C. Ainsi que $\{\mathcal{J}_{Eq}\}$ le torseur sthéniques de la liaison équivalente à ces trois liaisons. On a la forme de ces

$$\text{torseurs dans la base } (\overrightarrow{x_P}, \overrightarrow{y_P}, \overrightarrow{z_P}) : \{\mathcal{J}_A\} = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \{\mathcal{J}_B\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \{\mathcal{J}_C\} = \begin{Bmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$$

$$\text{Sachant que : } \overrightarrow{AC} = L \cdot \overrightarrow{z_P} \quad \text{et : } \overrightarrow{AB} = \ell \cdot \overrightarrow{x_P} + \frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{z_P} \quad \text{on en déduit :}$$

$$\{\mathcal{J}_B\} = \begin{Bmatrix} 0 & -(L/2) \cdot Y_B \\ Y_B & 0 \\ 0 & \ell \cdot Y_B \end{Bmatrix}_A \quad \text{et : } \{\mathcal{J}_C\} = \begin{Bmatrix} X_C - L \cdot Y_C \\ Y_C & L \cdot X_C \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A$$

Les liaisons de centre A, B et C étant en parallèle : $\{\mathcal{J}_{Eq}\} = \{\mathcal{J}_A\} + \{\mathcal{J}_B\} + \{\mathcal{J}_C\}$

$$\text{D'où la liaison équivalente : } \{\mathcal{J}_{Eq}\} = \begin{Bmatrix} X_A + X_C & -(L/2) \cdot Y_B - L \cdot Y_C \\ Y_A + Y_B + Y_C & L \cdot X_C \\ Z_A & \ell \cdot Y_B \end{Bmatrix}_A$$

qui est donc une liaison encastrement.

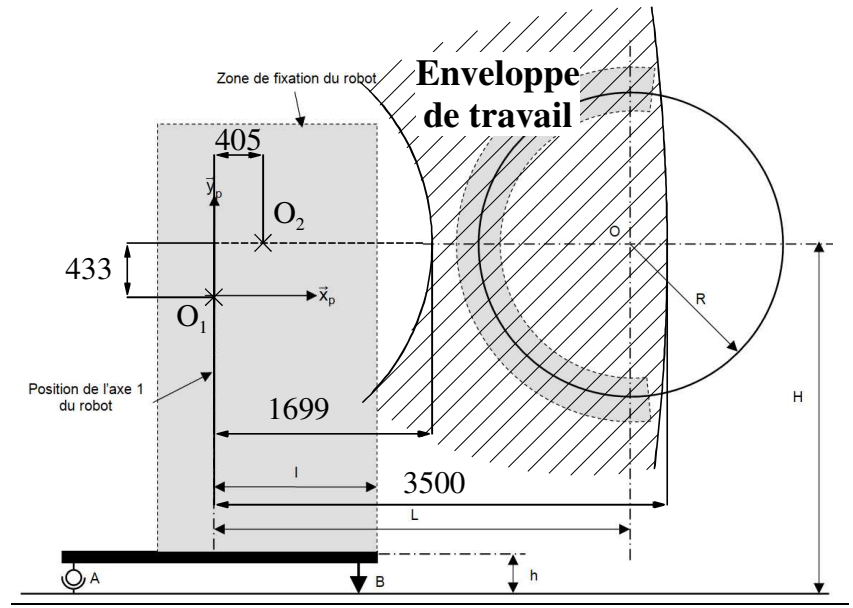
3- Choix du robot

Question 4

Les distances L_1 et L_2 (Voir les données complémentaires de l'annexe 5) permettent de positionner le robot.

Les dimensions des enveloppes de travail (Voir la documentation ABB de l'annexe 5) montrent que :

Seul le robot IRB 7600-150/3.50 (le plus grand) permet de couvrir l'ensemble de la zone à coudre.



Partie 2 : Etude de l'assemblage

2- Données

Question 5

L'effort de perçage peut être déterminé par le modèle : $F = K' \cdot K_C \cdot R \cdot f$ Le tableau de l'annexe 6 permet alors de calculer l'effort pour les 4 cas correspondant aux 4 essais :

Cas 1 : $F = 0,5 \times 750 \times \frac{5}{2} \times 0,16 = 150 \text{ N}$

Cas 2 : $F = 0,5 \times 750 \times \frac{6}{2} \times 0,20 = 225 \text{ N}$

Cas 3 : $F = 0,4 \times 1750 \times \frac{5}{2} \times 0,24 = 420 \text{ N}$

Cas 4 : $F = 0,5 \times 1750 \times \frac{5}{2} \times 0,20 = 656,25 \text{ N}$

Question 6

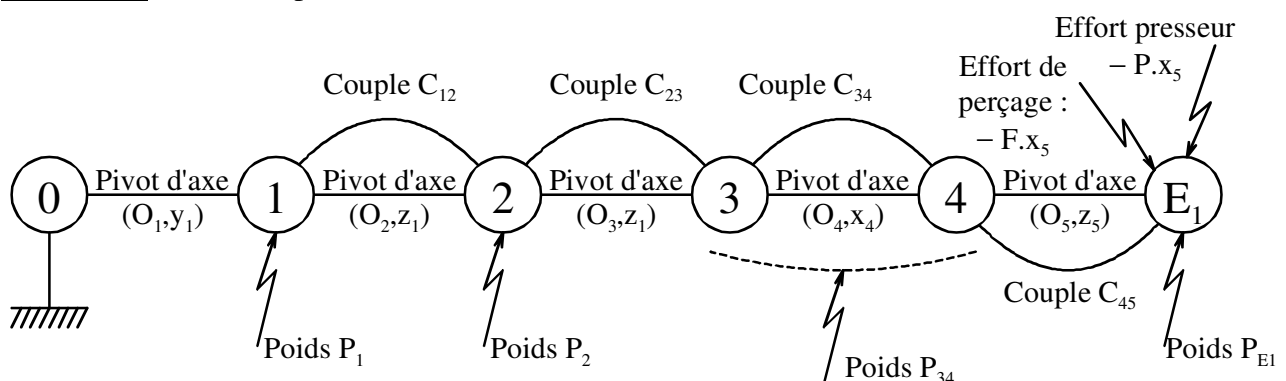
Le cas le plus défavorable (Donnant l'effort le plus important) est donc le cas 4.

Cependant pour le couple moteur, cet effort s'opposant au poids du robot le plus défavorable (Donnant l'effort le plus faible) sera le cas 1

3- Validation des caractéristiques du robot

Question 7

Graphe de structure



Question 8

On voit immédiatement qu'il faut pour déterminer C_{12} isoler l'ensemble $\Sigma = \{2, 3, 4, E1\}$.

Question 9

On isole $\Sigma = \{2, 3, 4, E_1\}$ les actions mécaniques extérieures s'appliquant sur ce système sont :

- ☞ Action due à la liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_1) dont le moment en O_2 projeté sur \vec{z}_1 est nul.
- ☞ Couple moteur appliquée sur 1 de vecteur $\vec{C}_{12} = C_{12} \cdot \vec{z}_1$
- ☞ Poids de 2 : Force $\vec{P}_2 = -M_2 \cdot g \cdot \vec{y}_1$ appliquée sur 2 en G_2 .
- ☞ Poids de 3-4 : Force $\vec{P}_{34} = -M_{34} \cdot g \cdot \vec{y}_1$ appliquée sur {3-4} en G_3 .
- ☞ Poids de E_1 : Force $\vec{P}_{E1} = -M_{E1} \cdot g \cdot \vec{y}_1$ appliquée sur E_1 en G_5 .
- ☞ Effort de perçage du tronçon sur E_1 : Force $\vec{F} = -F \cdot \vec{x}_5$ appliquée sur E_1 en P.
- ☞ Effort presseur du tronçon sur E_1 : Force $\vec{P} = -P \cdot \vec{x}_5$ appliquée sur E_1 en P.

Question 10

L'action due à la liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_1) ayant un moment en O_2 projeté sur \vec{z}_1 nul, on applique un **Théorème du Moment Dynamique (ou statique) en O_2 projeté sur l'axe \vec{z}_1** .

Question 11

L'application du **Théorème du Moment Dynamique** (ou statique) en O_2 projeté sur l'axe \vec{z}_1 donne :

$$0 + \vec{C}_{12} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O_2 G_2} \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 + \vec{O_2 G_3} \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O_2 G_5} \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O_2 P} \wedge \vec{F} \cdot \vec{z}_1 + \vec{O_2 P} \wedge \vec{P} \cdot \vec{z}_1 = 0$$

Calculons chacun des ces moments d'action mécanique : (Sachant que $\theta_{13} \approx 0$)

$$\vec{C}_{12} \cdot \vec{z}_1 = C_{12} \cdot \vec{z}_1 \cdot \vec{z}_1 = C_{12}$$

$$\vec{O_2 G_2} \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 = (L_{3x}/2) \cdot \vec{x}_2 \wedge (-M_2 \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} (L_{3x}/2) \cdot \cos \theta_{12} \\ (L_{3x}/2) \cdot \sin \theta_{12} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_2 \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O_2 G_2} \wedge \vec{P}_2 \cdot \vec{z}_1 = -M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12}$$

$$\vec{O_2 G_3} \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x}/3) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3] \wedge (-M_{34} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O_2 G_3} \wedge \vec{P}_{34} \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x}/3 \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_{34} \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} = -M_{34} \cdot g \cdot \left[L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right]$$

$$\vec{O_2 G_5} \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x} + L_{5x}) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3 + L_{5y} \cdot \vec{y}_5] \wedge (-M_{E1} \cdot g \cdot \vec{y}_1) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O_2 G_5} \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x} \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} + L_{5y} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -M_{E1} \cdot g \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O_2 G_5} \wedge \vec{P}_{E1} \cdot \vec{z}_1 = -M_{E1} \cdot g \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

$$\vec{O_2 P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = [L_{3x} \cdot \vec{x}_2 + (L_{4x} + L_{5x}) \cdot \vec{x}_3 + L_{4y} \cdot \vec{y}_3 + L_{5y} \cdot \vec{y}_5] \wedge (-(F + P) \cdot \vec{x}_5) \cdot \vec{z}_1$$

$$\vec{O_2 P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x} \\ L_{3x} \cdot \sin \theta_{12} + L_{4y} + L_{5y} \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ F + P \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

$$\vec{O_2 P} \wedge (\vec{F} + \vec{P}) \cdot \vec{z}_1 = (F + P) \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

On obtient donc (Sachant que $\theta_{15} = -90^\circ$) :

$$C_{12} - M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12} - M_{34} \cdot g \cdot \left[L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right] - [M_{E1} \cdot g - F - P] \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}] = 0$$

$$C_{12} = M_2 \cdot g \cdot \frac{L_{3x}}{2} \cdot \cos \theta_{12} + M_{34} \cdot g \cdot \left[L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + \frac{L_{4x}}{3} \right] + [M_{E1} \cdot g - F - P] \cdot [L_{3x} \cdot \cos \theta_{12} + L_{4x} + L_{5x}]$$

Application numérique :

$$C_{12} = 8\,427 \text{ N.m} \quad (\text{cas 1})$$

$$C_{12} = 7\,137 \text{ N.m} \quad (\text{cas 4})$$

Question 12

Le choix du robot est conforme à ce qui est nécessaire car $C_{12} < 9\,000 \text{ N.m}$

Partie 3 : Etude de la sélection des fixations

2.3- Détermination de l'inertie équivalente

Question 13

L'ensemble des pièces en mouvement est $\Sigma = \{\text{Rotor moteur} + \text{Réducteur} + \text{Poulies} + \text{Chariot}\}$, on en déduit que l'énergie cinétique de ce système dans son mouvement par rapport au bâti 0 est :

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{\text{Red}} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{\text{PM}} \cdot \omega_r^2 + \frac{1}{2} J_{\text{PR}} \cdot \omega_r^2 + \frac{1}{2} M \cdot V^2$$

où V est la vitesse de translation du chariot. On a donc : $V = R_P \cdot \omega_r$. D'autre part ayant un rapport du réducteur $\lambda = \frac{\omega_r}{\omega_m}$ on a : $\omega_r = \lambda \cdot \omega_m$ et $V = R_P \cdot \lambda \cdot \omega_m$. On en déduit l'expression de l'énergie cinétique :

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{\text{Red}} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{\text{PM}} \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{\text{PR}} \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} M \cdot R_P^2 \cdot \lambda^2 \cdot \omega_m^2$$

$$S'écrit encore : E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot [J_m + J_{\text{Red}} + J_{\text{PM}} \cdot \lambda^2 + J_{\text{PR}} \cdot \lambda^2 + M \cdot R_P^2 \cdot \lambda^2] \cdot \omega_m^2$$

D'où le moment d'inertie équivalent : $J_{\text{eq}} = J_m + J_{\text{Red}} + \lambda^2 \cdot (J_{\text{PM}} + J_{\text{PR}} + M \cdot R_P^2)$

Question 14

Application numérique :

$$J_{\text{eq}} = 6,85 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

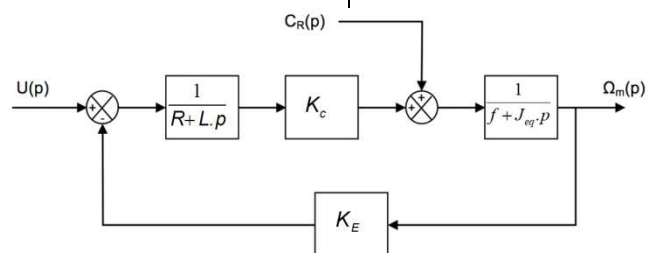
2.4- Modèle de connaissance du moteur à courant continu

Question 15

On passe les équations de fonctionnement dans le domaine de Laplace :

$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ $e(t) = K_E \cdot \omega_m(t)$ $c_m(t) = K_C \cdot i(t)$ $J_{\text{eq}} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t) = c_m(t) - c_r(t)$	$U(p) = E(p) + (R + L \cdot p) \cdot I(p)$ $E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$ $C_m(p) = K_C \cdot I(p)$ $(F + J_{\text{eq}} \cdot p) \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$	$\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R + L \cdot p}$ $\frac{E(p)}{\Omega_m(p)} = K_E \quad \frac{C_m(p)}{I(p)} = K_C$ $\frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{f + J_{\text{eq}} \cdot p}$
--	---	---

On en déduit le schéma bloc du moteur :



Question 16

On en déduit de ce schéma bloc, pour une perturbation nulle ($C_r(p) = 0$) :

$$H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_C}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{\text{eq}} \cdot p)}}{1 + \frac{K_C \cdot K_E}{(R + L \cdot p) \cdot (f + J_{\text{eq}} \cdot p)}} = \frac{K_C}{K_C \cdot K_E + R \cdot f + (R \cdot J_{\text{eq}} + L \cdot f) \cdot p + L \cdot J_{\text{eq}} \cdot p^2}$$

Soit sous forme canonique :

$$H_M(p) = \frac{\frac{K_C}{K_C \cdot K_E + R \cdot f}}{1 + \frac{R \cdot J_{\text{eq}} + L \cdot f}{K_C \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J_{\text{eq}}}{K_C \cdot K_E + R \cdot f} \cdot p^2}$$

Question 17

A partir des valeurs numériques de l'annexe 7 pour $J_{eq} = 7.10^{-3} \text{ kg.m}^2$ on en déduit :

$$H_M(p) = \frac{0,766}{1 + 1,24.10^{-2}.p + 3,71.10^{-5}.p^2} \quad \text{Fonction de transfert du second ordre :}$$

De gain $K_M = 0,766 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$ De pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{3,71.10^{-5}}} = 164 \text{ rad.s}^{-1}$

De facteur d'amortissement : $\xi = \frac{\omega_0}{2}.1,24.10^{-2} = 1,02$

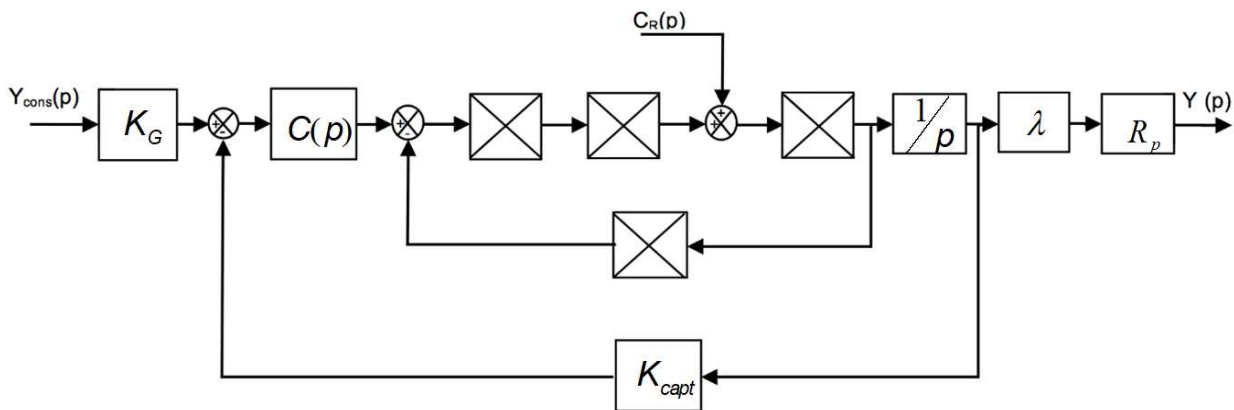
Le facteur d'amortissement étant supérieur à 1 cette fonction de transfert peut s'écrire :

$$H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)} \quad \text{avec : } T_M.T_E = 3,71.10^{-5} \text{ s}^2 \quad \text{et : } T_M + T_E = 1,24.10^{-2} \text{ s}$$

On en déduit : $T_M = 7,4.10^{-3} \text{ s}$ et : $T_E = 5,1.10^{-3} \text{ s}$ D'autre part : $K_M = 0,766 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$

2.5- Modèle de connaissance de l'asservissement en position**Question 18**

De la description de l'asservissement on en déduit son schéma bloc :

**Question 19**

Pour un asservissement avec un fonctionnement normal on doit avoir :

$$K_G = \frac{K_{cap}}{\lambda.R_p} = 0,556 \text{ V.m}^{-1}$$

Question 20

Du schéma bloc de la figure 15 on en déduit la FTBO non corrigée (pour $C(p) = 1$) :

$$H_{BONC}(p) = \frac{K_1.K_2}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}$$

2.6- Etude des performances avec un correcteur proportionnel**Question 21**

Si $C(p) = K_P$ alors la FTBO corrigée s'écrit : $H_{BO}(p) = \frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}$

D'où la FTBF corrigée avec ce correcteur : $H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{\frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}}{1 + \frac{K_1.K_2.K_P}{p.(1 + T_M.p).(1 + T_E.p)}}$

Soit après calcul :

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_1.K_2.K_P}.p + \frac{T_M + T_E}{K_1.K_2.K_P}.p^2 + \frac{T_M.T_E}{K_1.K_2.K_P}.p^3}$$

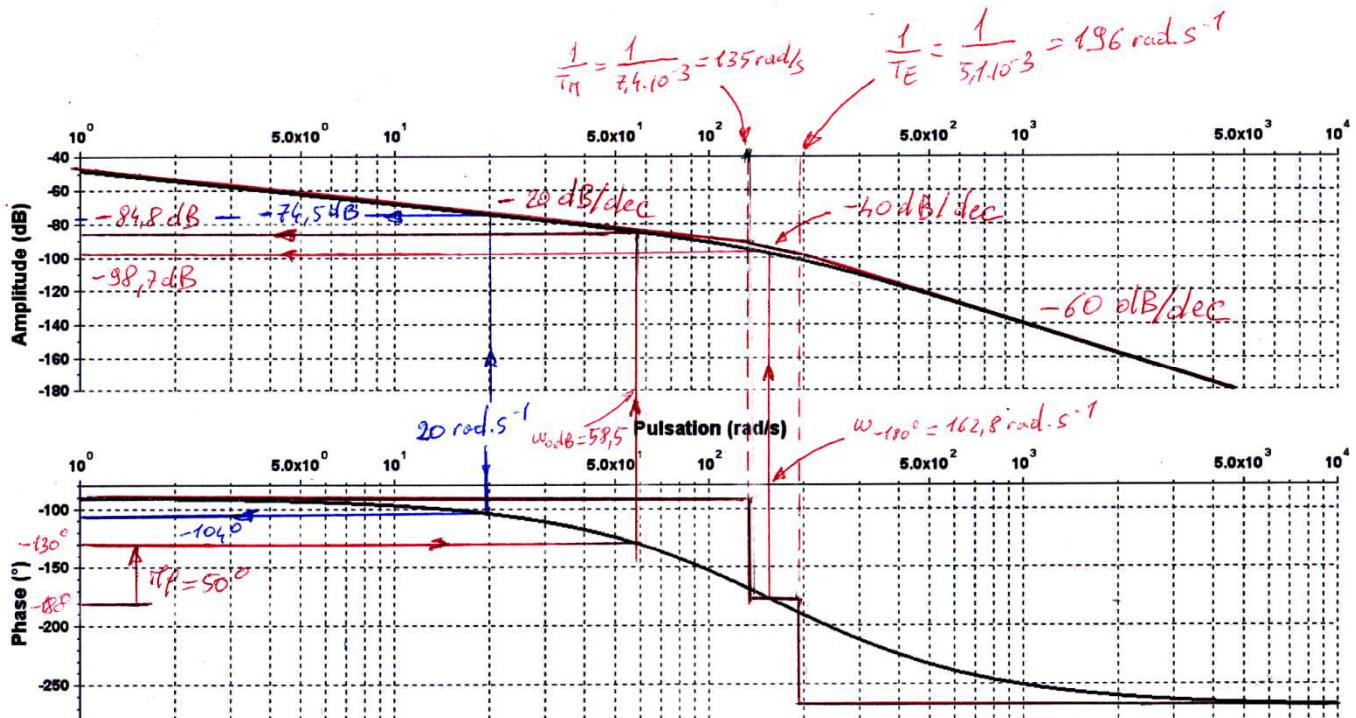
Question 22

La FTBO non corrigé s'écrit : $H_{\text{BONC}}(p) = \frac{3,84 \cdot 10^{-3}}{p} \cdot \frac{1}{1 + 7,4 \cdot 10^{-3} p} \cdot \frac{1}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} p}$

D'où le diagramme de gain avec des asymptotes de pentes de -20 dB/dec, -40 dB/dec et -60 dB/dec

Et le diagramme de phase avec des asymptotes d'ordonnées -90° , -180° et -270° .

Les pulsations de coupure étant à $\frac{1}{7,4 \cdot 10^{-3}} = 135 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\frac{1}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 196 \text{ rad.s}^{-1}$.

**Question 23**

Avec un correcteur proportionnel, la courbe de phase n'est pas modifiée et la courbe de gain est translatée verticalement de $20 \cdot \log K_P$.

Or pour avoir une marge de phase de $M_\phi = 50^\circ$ il faut que la phase de la boucle ouverte corrigée soit de $50 - 180 = -130^\circ$ lorsque le gain de la FTBO corrigée est de 0 dB.

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre que cela est obtenu à une pulsation d'environ 60 rad.s^{-1} ($58,5 \text{ rad.s}^{-1}$ par le calcul). Or par lecture sur le diagramme de gain, on voit qu'à cette pulsation le gain de la FTBO non corrigée est d'environ -85 dB ($-84,8 \text{ dB}$ par le calcul).

Pour obtenir une marge de phase de 50° , il faut donc translater la courbe de gain de $+84,8 \text{ dB}$.

$$\text{Soit : } 20 \cdot \log K_P = +84,8 \text{ dB} \quad \Leftrightarrow \quad K_P = 10^{\frac{84,8}{20}} = 17\,400 \text{ (S.U.)}$$

Question 24

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre que la phase est de -180° à la pulsation d'environ 160 rad.s^{-1} ($162,8 \text{ rad.s}^{-1}$ par le calcul). Or par lecture sur le diagramme de gain, on voit qu'à cette pulsation le gain de la FTBO non corrigée est d'environ -100 dB ($-98,7 \text{ dB}$ par le calcul).

Or en utilisant le gain ci-dessus, la courbe de gain sera translaté de $+84,8 \text{ dB}$. Donc avec ce correcteur à cette pulsation de $\omega_{-180^\circ} = 162,8 \text{ rad.s}^{-1}$ le gain de la FTBO corrigée sera de : $-98,7 + 84,8 = -13,9 \text{ dB}$. On en déduit avec ce correcteur une marge de gain de :

$$M_G = +13,9 \text{ dB} > 10 \text{ dB} . \text{ Donc le critère de marge de gain sera vérifié.}$$

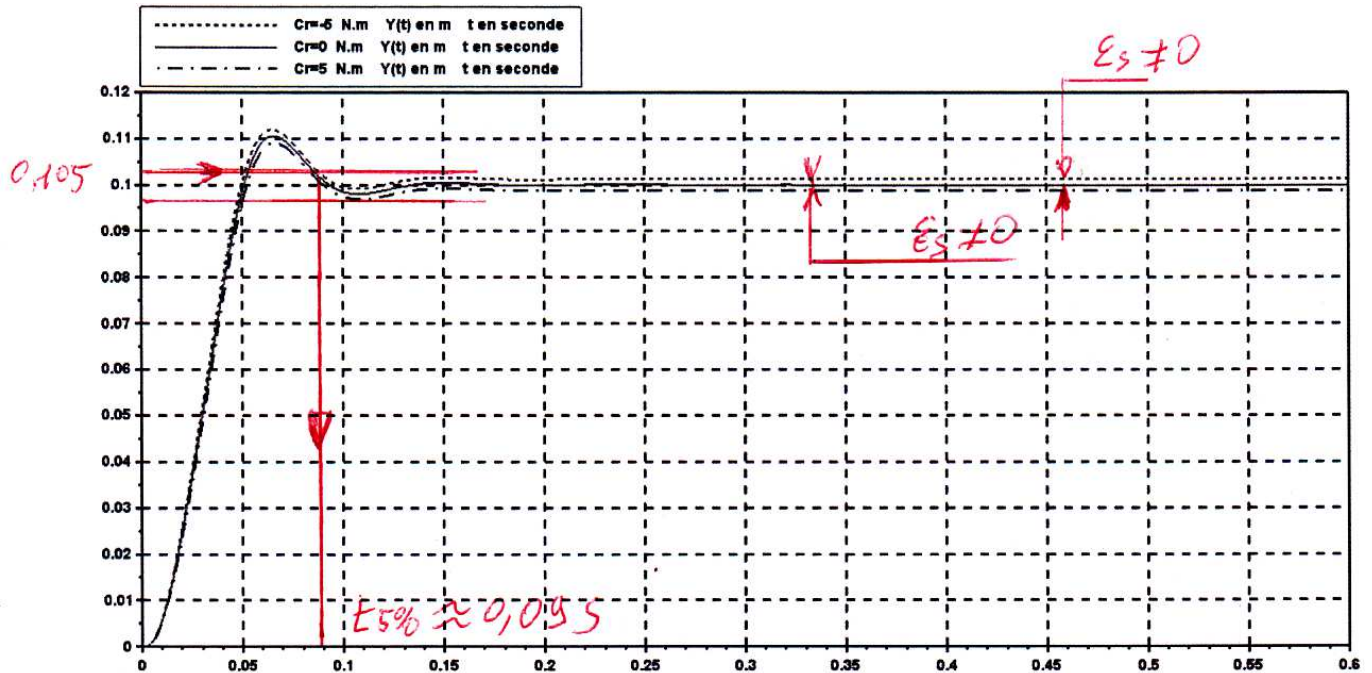
D'autre part comme vu à la question précédente la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO sera avec ce correcteur de :

$$\omega_{0dB} = 58,5 \text{ rad.s}^{-1} > 20 \text{ rad.s}^{-1} . \text{ Donc le critère de pulsation de coupure sera respecté.}$$

Question 25

La réponse temporelle nous montre que suivant la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ : $t_{5\%} = 0,09 \text{ s} < 0,3 \text{ s}$. **Donc le critère de rapidité est respecté.**

En revanche cette même réponse temporelle nous montre une erreur statique d'environ $\pm 1 \text{ mm}$ suivant la valeur de la perturbation. **Donc $\epsilon_s \neq 0$ Donc le critère de précision n'est pas respecté.**



Question 26

A la question 21 on a vu que le gain statique de la FTBF (sans perturbation est de 1). Donc l'erreur statique sans perturbation est bien nul. **Si cette erreur est non nulle, cela est dû à la perturbation.**

Cela est confirmé par le fait que la FTBO a bien un intégrateur (erreur statique due à la consigne nulle) mais placé après la perturbation (donc erreur statique due à la perturbation non nulle)

2.6- Etude des performances avec un correcteur à double étage

Question 27

La phase de la FTBO non corrigée varie de -90° à -270° lorsque ω varie de 0 à $+\infty$. Si on ajoute juste le correcteur intégral $C_1(p)$ alors cette phase variera de -180° à -360° . **Si on utilise pour le second étage $C_2(p)$ un gain pur ($C_2(p) = C^{te}$) la phase ne sera pas modifiée et donc sera inférieure à -180° quelque soit la pulsation ω . Le système sera donc forcément instable**

Question 28

Une lecture sur le diagramme de phase de la FTBO non corrigée nous montre qu'à la pulsation de $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ la phase de cette FTBO est d'environ -105° (Par le calcul : $\phi_{BONC}(\omega_{0dB}) = -104^\circ$) et le gain d'environ -75 dB (par le calcul : $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = -74,5 \text{ dB}$)

Donc pour avoir une marge de phase de $M_\phi = 50^\circ$ à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ il faut que :

$$G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) + G_{dBC1}(\omega_{0dB}) + G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 0 \quad \text{et} : M_\phi = 180^\circ + \phi_{BONC}(\omega_{0dB}) + \phi_{C1}(\omega_{0dB}) + \phi_{C2}(\omega_{0dB})$$

On en déduit qu'il faut que :

$$G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = -G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) - G_{dBC1}(\omega_{0dB}) = 74,5 + 20 \cdot \log 20$$

$$G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 100,5 \text{ dB}$$

$$\phi_{C2}(\omega_{0dB}) = M_\phi - 180^\circ - \phi_{BONC}(\omega_{0dB}) - \phi_{C1}(\omega_{0dB}) = 50^\circ - 180^\circ + 104 + 90^\circ$$

$$\phi_{C2}(\omega_{0dB}) = 64^\circ$$

Question 29

Si on choisit les constantes c et τ telles que la phase est maximale à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ alors la phase à cette pulsation sera de : $\varphi_M = \arcsin\left(\frac{c-1}{c+1}\right)$. Or pour obtenir la marge de phase de $M_\varphi = 50^\circ$ il faut que la phase de $C_2(p)$ soit de 64° . On en déduit alors que :

$$c = \frac{1 + \sin 64^\circ}{1 - \sin 64^\circ} = 18,8$$

D'autre part la pulsation où la phase est maximale est de $\omega_M = \frac{1}{\tau \cdot \sqrt{c}}$ donc pour obtenir cette phase maximale à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ il faut que : $\tau = \frac{1}{\omega_{0dB} \cdot \sqrt{c}} = \frac{1}{20 \cdot \sqrt{18,8}}$ Soit : $\tau = 1,15 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

Question 29

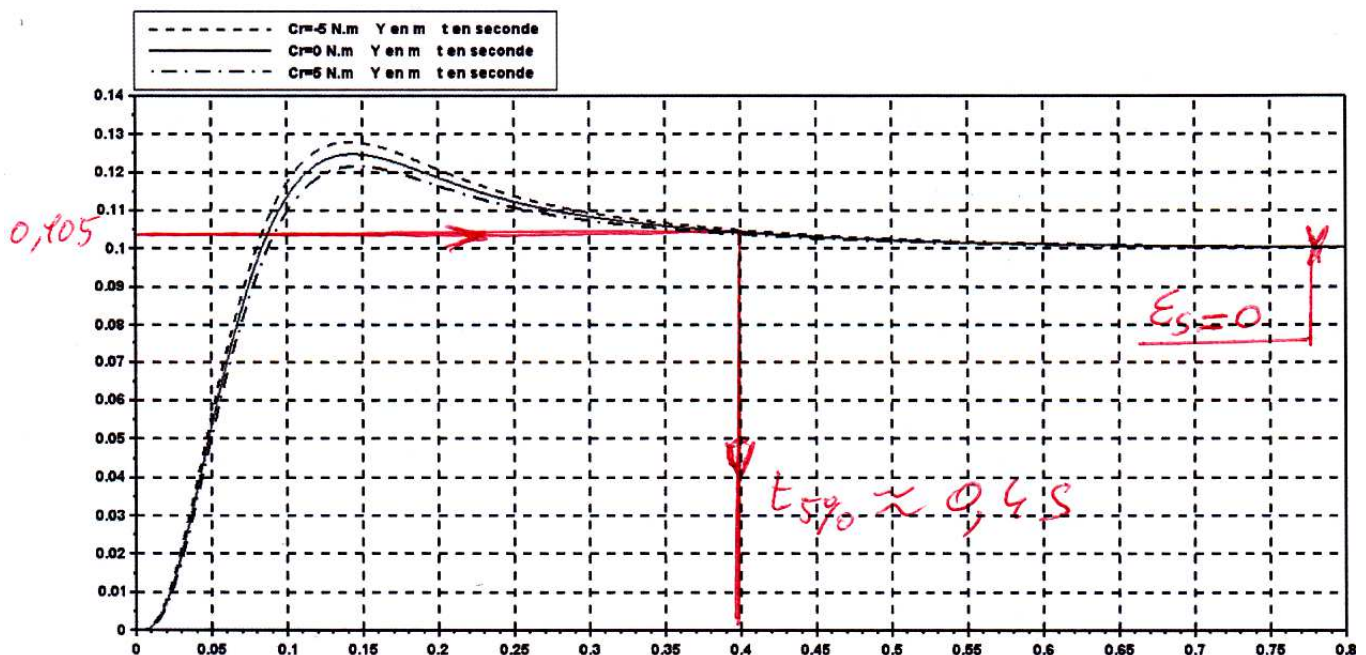
Pour obtenir une marge de phase à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$, il faut que $G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 100,5 \text{ dB}$ Or à cette pulsation où la phase est maximale on a : $G_{dBC2}(\omega_{0dB}) = 20 \cdot \log K + 10 \cdot \log c$

$$\text{Il faut donc : } K = 10^{\frac{100,5 - 10 \cdot \log 18,8}{20}} = 24\,400 \text{ s}^{-1}$$

Question 30

La réponse temporelle nous montre une erreur statique nulle quelque soit la valeur de la perturbation. **Donc $\varepsilon_s = 0$ Donc le critère de précision est respecté.**

En revanche cette réponse temporelle nous montre que quelque soit la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ : **$t_{5\%} \approx 0,4 \text{ s} > 0,3 \text{ s}$. Donc le critère de rapidité n'est pas respecté.**

**2.6- Etude des performances avec un correcteur Proportionnel intégral (PI)****Question 31**

Etant donné la fonction de transfert de ce correcteur : $C(p) = \frac{K_{Cor} \cdot (1 + \tau \cdot p)}{p}$

Le gain dynamique du correcteur est de : $G_{dBC}(\omega) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega + 10 \cdot \log (1 + (\tau \cdot \omega)^2)$

La phase de ce correcteur est de : $\varphi_C(\omega) = -90^\circ + \arctan(\tau \cdot \omega)$

Question 32

Comme pour la question 28 on a pour la FTBO non corrigée à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$, un gain dynamique de $G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) = -74,5 \text{ dB}$ et une phase de $\varphi_{BONC}(\omega_{0dB}) = -104^\circ$

Or pour avoir une marge de phase de $M_\varphi = 50^\circ$ à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ il faut que :

$$G_{dBBONC}(\omega_{0dB}) + G_{dBC}(\omega_{0dB}) = 0 \quad \text{et :} \quad M_\varphi = 180^\circ + \varphi_{BONC}(\omega_{0dB}) + \varphi_C(\omega_{0dB})$$

On en déduit qu'il faut que : $G_{dBC}(\omega_{0dB}) = -G_{dBBONC}(\omega_{0dB})$ **$G_{dBC}(\omega_{0dB}) = 74,5 \text{ dB}$**

et : $\varphi_C(\omega_{0dB}) = M_\varphi - 180^\circ - \varphi_{BONC}(\omega_{0dB}) = 50^\circ - 180^\circ + 104^\circ$ **$\varphi_C(\omega_{0dB}) = -26^\circ$**

Question 33

Ayant : $G_{dBC}(\omega) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega + 10 \cdot \log(1 + (\tau \cdot \omega)^2)$ et : $\varphi_C(\omega) = -90^\circ + \arctan(\tau \cdot \omega)$

Il faut que : $\tau = \frac{\tan(\varphi_C(\omega_{0dB}) + 90^\circ)}{\omega} = \frac{\tan(90^\circ - 26^\circ)}{20}$ Soit : **$\tau = 0,10 \text{ s}$**

Il faut aussi que : $20 \cdot \log K - 20 \cdot \log \omega_{0dB} + 10 \cdot \log(1 + (\tau \cdot \omega_{0dB})^2) = G_{dBC}(\omega_{0dB})$

$$\frac{G_{dBC}(\omega_{0dB}) + 20 \cdot \log \omega_{0dB} - 10 \cdot \log(1 + (\tau \cdot \omega_{0dB})^2)}{2}$$

Soit : $K = 10$

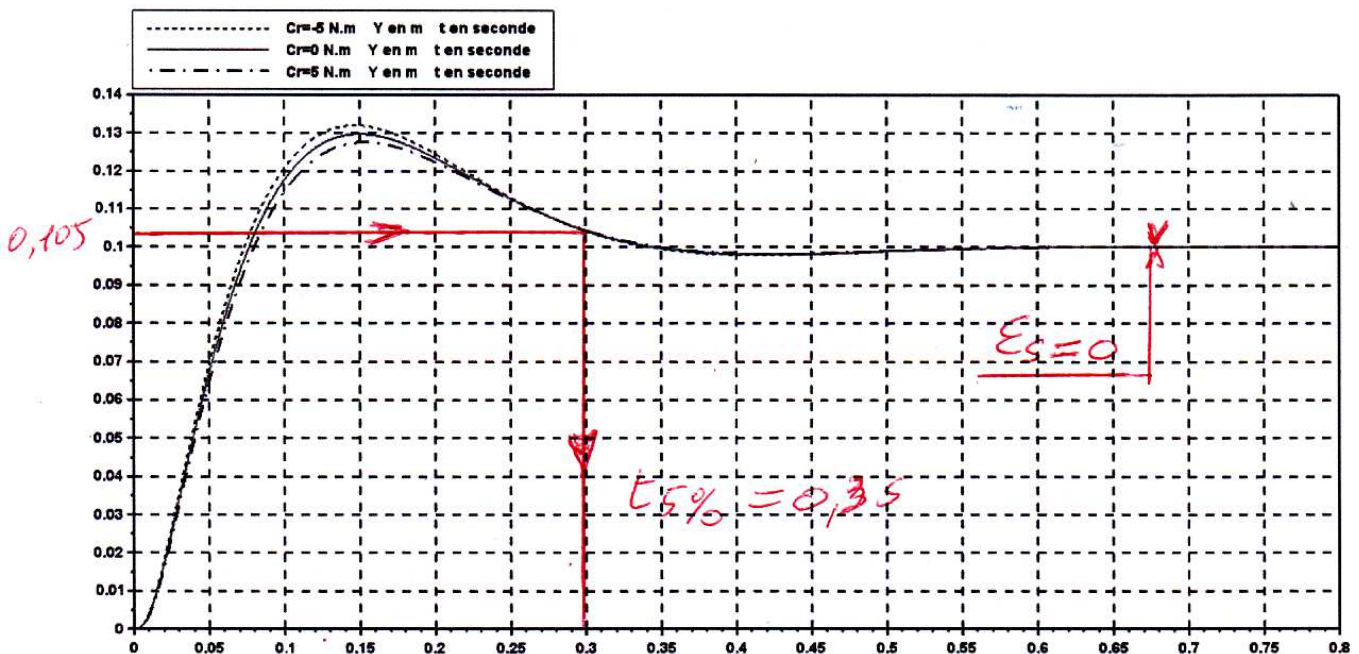
$$K = 10 \cdot \frac{74,5 + 20 \cdot \log 20 - 10 \cdot \log(1 + (0,1 \times 20)^2)}{2}$$

Soit finalement : **$K = 47\,500 \text{ s}^{-1}$**

Question 34

La réponse temporelle nous montre une erreur statique nulle quelque soit la valeur de la perturbation. **Donc $\epsilon_s = 0$ Donc le critère de précision est respecté.**

Cette même réponse temporelle nous montre que quelque soit la valeur de la perturbation, le temps de réponse est d'environ : **$t_{5\%} \approx 0,3 \text{ s} \leq 0,3 \text{ s}$. Donc le critère de rapidité est respecté.**

**Question 35**

La FTBO corrigé s'écrit : $H_{Bo}(p) = \frac{3,84 \cdot 10^{-3} \times 47\,500}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + 7,4 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot p} \cdot (1 + 0,1 \cdot p)$

D'où le diagramme de gain avec des asymptotes de pentes de : -40 dB/dec , -20 dB/dec , -40 dB/dec et -60 dB/dec

Et le diagramme de phase avec des asymptotes d'ordonnées -180° , -90° , -180° et -270° .

Les pulsations de coupure étant à $\frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$, $\frac{1}{7,4 \cdot 10^{-3}} = 135 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\frac{1}{5,1 \cdot 10^{-3}} = 196 \text{ rad.s}^{-1}$.

