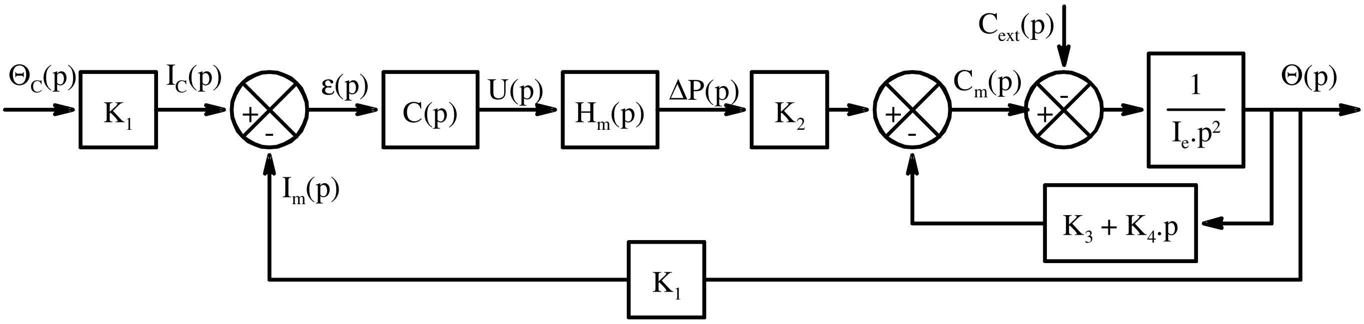
# TD3 : Bras artificiel à structure anthropomorphique : Corrigé

## 1- Modélisation simplifiée et correcteur proportionnel

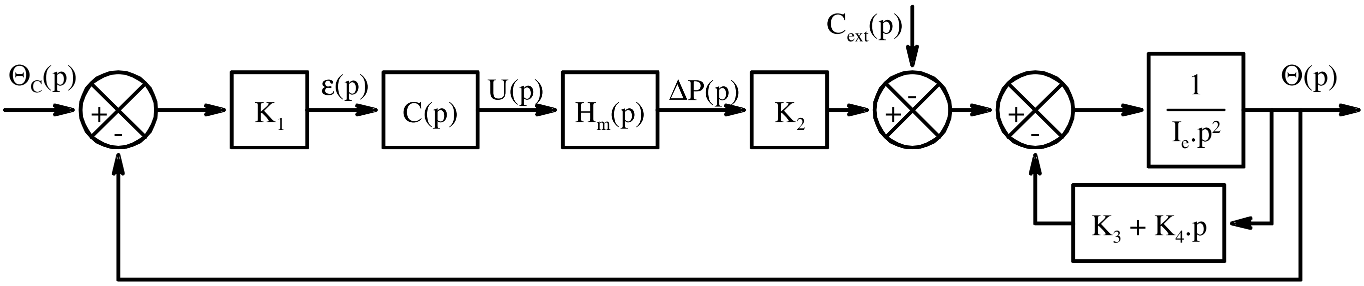
**1.1-** Avec des conditions initiales nulles les équations différentielles dans le domaine de Laplace donnent : $C_m(t) - C_{ext}(t) = I_e.\ddot{\theta}(t) \quad \Rightarrow \quad C_m(p) - C_{ext}(p) = I_e.p^2.\Theta(p)$

$C_m(t) = K_2.\delta p(t) - K_3.\theta(t) - K_4.\dot{\theta}(t) \quad \Rightarrow \quad C_m(p) = K_2.\Delta P(p) - \left(K_3 + K_4.p\right).\Theta(p)$

On en déduit le schéma bloc de l'asservissement :




**1.2-** Le schéma bloc ci-dessus est équivalent au schéma bloc à retour unitaire ci-dessous. On a pour cela passé les gains $K_1$ après le comparateur de gauche et permutés les deux comparateurs de droite.




Par identification avec le schéma bloc donné dans l'énoncé on en déduit :

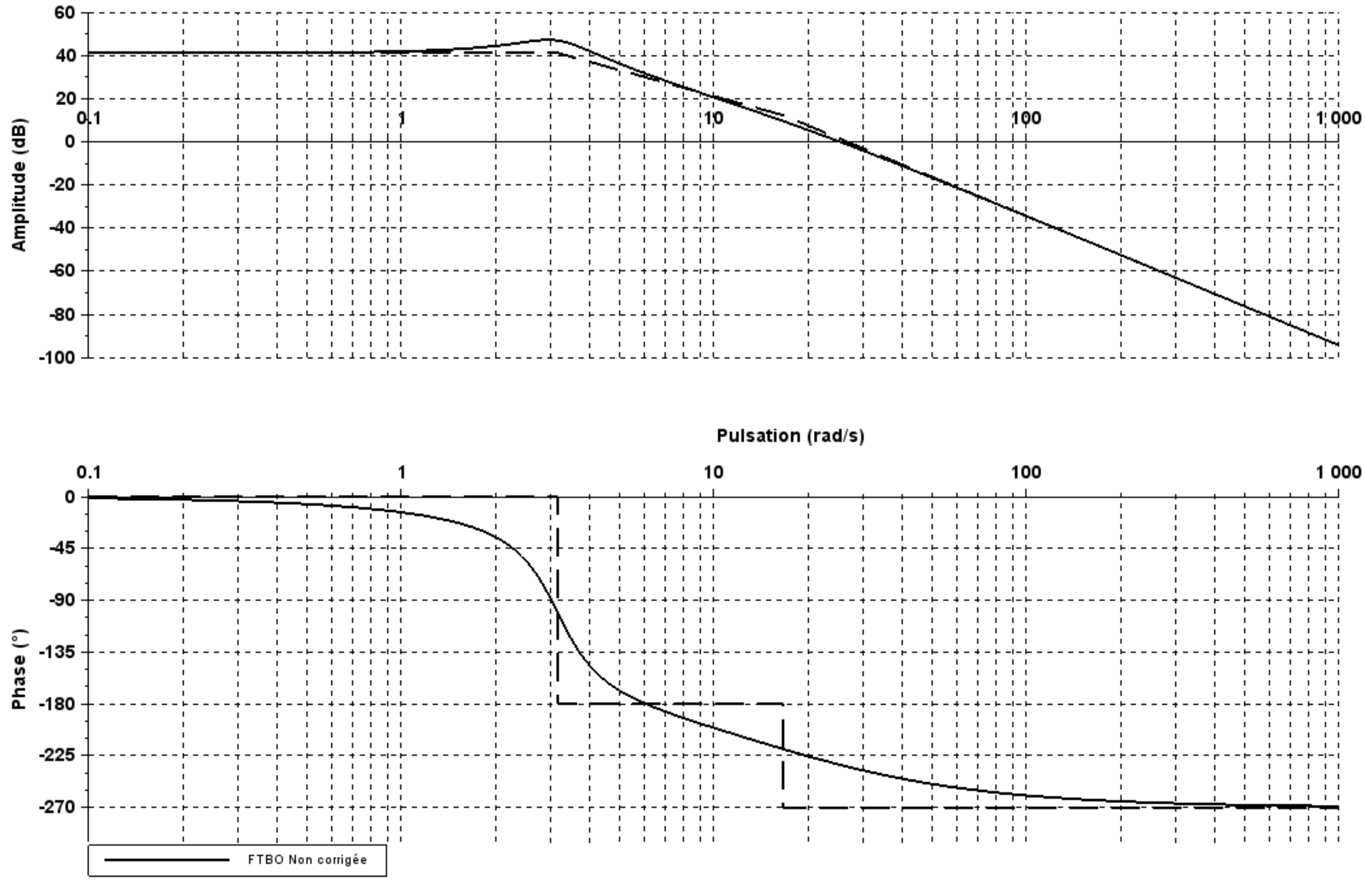
$$F_1(p) = K_1.K_2.H_m(p) = 573 \times 4 \times \frac{0{,}25}{1 + 0{,}06.p} = \frac{573}{1 + 0{,}06.p}$$

$$F_2(p) = \frac{\frac{1}{I_e.p^2}}{1 + \frac{K_3 + K_4.p}{I_e.p^2}} = \frac{1}{K_3 + K_4.p + I_e.p^2} = \frac{\frac{1}{K_3}}{1 + \frac{K_4}{K_3}.p + \frac{I_e}{K_3}.p^2} = \frac{\frac{1}{5}}{1 + \frac{0{,}8}{5}.p + \frac{0{,}5}{5}.p^2} = \frac{0{,}2}{1 + 0{,}16.p + 0{,}1.p^2}$$

Soit : $\mathbf{F_1(p) = \frac{K_{F1}}{1 + \tau.p}}$ avec : $\mathbf{K_{F1} = 573\ N.m.inc.rad^{-1}.V^{-1}}$ **et :** $\boldsymbol{\tau = 0{,}06\ s}$

Et : $\mathbf{F_2(p) = \frac{K_{F2}}{1 + \frac{2.\xi}{\omega_0}.p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$ avec : $\mathbf{K_{F2} = 0{,}2\ rad.N^{-1}.m^{-1}}$ ; $\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}1}} = 3{,}16\ rad.s^{-1}}$ ; $\boldsymbol{\xi = \frac{3{,}16}{2}.0{,}16 = 0{,}25}$

**1.3-** La FTBO non corrigée s'écrit donc : $H_{BONC}(p) = F_1(p).F_2(p)$. D'où pour les diagrammes de Bode deux pulsations de coupure de $\omega_{C1} = \omega_0 = 3{,}16\ rad.s^{-1}$ et $\omega_{C2} = 1/\tau = 16{,}7\ rad.s^{-1}$. Avec des pentes des asymptotes de gain de 0, − 40 et − 60 dB/dec. Un gain dynamique pour $\omega \rightarrow 0$ de : $20.\log 573\times0.2 = 41{,}2$ dB et pour $\omega = \omega_0 = 3{,}16\ rad.s^{-1} = 20.\log 573\times0.2 - 20.\log 0{,}25 = 53{,}2$ dB




**1.4-** La FTBO non corrigée s'écrit : $H_{BONC}(p) = \dfrac{114{,}6}{(1 + 0{,}16.p + 0{,}1.p^2).(1 + 0{,}06.p)}$ On en déduit à la pulsation $\omega_{0dB} = 8$ rad.s$^{-1}$ son gain dynamique et sa phase :

☞ $\mathbf{G_{dBBONC}(8) = 20.\log 114{,}6 - 10.\log(1+(0{,}06\times 8)^2) - 10.\log((1-(8/3{,}16)^2)^2+4\times 0{,}25^2.(8/3{,}16)^2) = 25{,}4\ dB}$

☞ $\mathbf{\varphi_{BONC}(8) = -\arctan(0{,}06\times 8) - \arctan\left(\dfrac{2\times 0{,}25.(8/3.16)}{1-(8/3.16)^2}\right) - 180° = -192{,}5°}$

## 2- Choix d'un correcteur

**2.1-** La cahier des charges exige une erreur nulle en réponse à un échelon de consigne ainsi qu'à un échelon de perturbation en échelon. Cela impose qu'il y ait dans la FTBO un intégrateur placé en amont de la perturbation. Or la FTBO non corrigée est de classe 0. Donc il faut utiliser un correcteur avec un intégrateur.

**Donc les correcteurs proportionnels et à avance de phase ne peuvent pas convenir.**

Le cahier des charges impose une marge de phase de 45° à 8 rad.s$^{-1}$. Or la phase de la boucle ouverte est de − 192,5° à 8 rad.s$^{-1}$. Le correcteur doit donc avoir à 8 rad.s$^{-1}$ une phase de : 45° − 180° + 192,5° = 57,5°. Or le correcteur intégral à une phase constante de −90° et le correcteur PI un phase variant de −90° à 0°.

**Donc les correcteurs intégral et proportionnel intégral ne peuvent pas convenir.**

**2.2-** Il faut, pour respecter les exigences de précision un intégrateur dans le correcteur, et un correcteur relevant la phase. On choisit donc une combinaison de deux correcteurs :

☞ **Un correcteur proportionnel intégral pour son intégrateur**

☞ **Un correcteur à avance de phase pour relever la phase à 8 rad.s$^{-1}$.**

## 3- Dimensionnement du correcteur

**3.1-** Le correcteur choisit est donc de la forme : $\mathbf{C(p) = K \cdot C_1(p) \cdot C_2(p)}$

Avec : $\mathbf{C_1(p) = \dfrac{1+ T_1.p}{p}}$ et : $\mathbf{C_2(p) = \dfrac{1 + c.T_2.p}{1 + T_2.p}}$

Afin de ne pas avoir de gain intégral du correcteur PI trop petit, on choisit la constante de temps $T_1$ de telle sorte qu'à 8 rad.s$^{-1}$ la phase de $C_1(p)$ soit de – 20°. On a donc :

$-20° = -90° + \arctan(8.T_1) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T_1 = \dfrac{\tan(90-20)}{8} = 0{,}343\ s}$

On a vu précédemment que le correcteur C(p) doit avoir une phase de + 57,5°. Sachant que $C_1(p)$ à une phase de – 20° $C_2(p)$ doit donc avoir une phase de : 57,5° + 20° = 77,5° à 8 rad.s$^{-1}$.

On choisit $C_2(p)$ de telle sorte que sa phase soit maximale à 8 rad.s$^{-1}$. $C_2(p)$ étant un premier ordre généralisé On a donc : $\mathbf{c = \dfrac{1+\sin 77{,}5°}{1-\sin 77{,}5°} = 83{,}4}$ et : $\mathbf{T_2 = \dfrac{1}{8.\sqrt{83{,}4}} = 0{,}014\ s}$

On a donc : $C(p) = K \cdot \dfrac{1+0{,}343.p}{p} \cdot \dfrac{1+83{,}4\times 0{,}014\ .p}{1+0{,}014.p}$

Le gain dynamique de ce correcteur à 8 rad.s$^{-1}$ est de :

$20.\log K - 20.\log 8 + 10.\log(1+(8\times 0{,}343)^2) + 10.\log 83{,}4 = 20.\log K + 10{,}5\ dB$

Or le gain dynamique de la FTBO non corrigée à 8 rad ;s$^{-1}$ est de 25,4 dB. Donc pour avoir : $\omega_{0dB}$ = 8 rad.s$^{-1}$ il faut que : $20.\log K + 10{,}5 = -25{,}4 \Leftrightarrow 20.\log K = -35{,}9$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{K = 10^{-35{,}9/20} = 0{,}016\ V.inc^{-1}.s^{-1}}$

D'où : $\mathbf{C(p) = 0{,}016 \cdot \dfrac{1+0{,}343.p}{p} \cdot \dfrac{1+1{,}17\ .p}{1+0{,}014.p}}$

**3.2-** Ce correcteur ayant un intégrateur (placé en amont de la perturbation) l'erreur due à un échelon de consigne ou de perturbation est nulle. Et l'erreur due à une rampe de pente $v_0$ est : $\varepsilon_T = \dfrac{v_0}{K_{BO}}$ où $K_{BO}$ est le gain de la FTBO corrigée : $K_{BO} = 114{,}6\times 0{,}016 = 1{,}83$ Soit pour une pente de : $v_0$ = 0,2 rad.s$^{-1}$

$\mathbf{\varepsilon_T = \dfrac{0{,}2}{1{,}83} = 0{,}109\ rad = 6{,}26°}$ **Le critère de précision $\varepsilon_T \leq 5°$ n'est donc pas vérifié**

**3.3-** On peut choisir un correcteur du type $C(p) = K \cdot C_1(p) \cdot C_3(p) \cdot C_3(p)$

Avec : $C_1(p) = \dfrac{1+T_1.p}{p}$ (le même que précédemment) et : $C_3(p) = \dfrac{1+c.T_3.p}{1+T_3.p}$

**3.4-** Ainsi la phase de $C_3(p)$ pourra être de $\dfrac{77{,}5}{2} = 38{,}75°$

Soit $\mathbf{c = \dfrac{1+\sin 38{,}75°}{1-\sin 38{,}75°} = 4{,}34}$ et : $\mathbf{T_3 = \dfrac{1}{8.\sqrt{4{,}34}} = 0{,}06\ s}$

Le gain dynamique de ce correcteur à 8 rad.s$^{-1}$ est de :

$20.\log K - 20.\log 8 + 10.\log(1+(8\times 0{,}343)^2) + 20.\log 4{,}34 = 20.\log K + 4{,}0\ dB$

Il faut donc : $20.\log K + 4 = -25{,}4 \Leftrightarrow 20.\log K = -29{,}4 \Leftrightarrow$ $\mathbf{K=10^{-29{,}4/20} = 0{,}034\ V.inc^{-1}.s^{-1}}$

D'où : $\mathbf{C(p) = 0{,}034 \cdot \dfrac{1+0{,}343.p}{p} \cdot \left(\dfrac{1+0{,}26.p}{1+0{,}06.p}\right)^2}$

**3.5-** L'erreur de trainage est alors de : $\mathbf{\varepsilon_T = \dfrac{0{,}2}{114{,}6\times 0{,}034} = 0{,}0513\ rad = 2{,}9° \leq 5°}$ **. Donc l'ensemble des critères du cahier des charges sont vérifiés**