

**PSI      2025–2026**  
**Sciences de l'Ingénieur**

**DS N°4**

Le 12 Janvier 2026 - Durée 4h

**Poste de palettisation de Bidons**

D'après Sujet CCP MP 2010



*Vue générale du robot KUKA de palettisation*

**Composition du sujet**

Présentation et sujet :

Pages 1/19 à 11/19

Annexes

Pages 12/19 à 17/19

Documents réponses :

Pages 1/4 à 4/4

**Consignes pour la réalisation du devoir surveillé**

Ce sujet est issu de l'épreuve de SI du concours CCP MP 2010. Ce sujet a été largement modifié

Vous traiterez l'ensemble des questions en répondant sur copie ou sur les documents réponses lorsque cela est demandé (question 2, 17 et 27). Documents réponse que vous dégrafferez et joindrez à votre copie.

## Mise en situation

La société Agronutrition est une PME du tissu économique midi-pyrénéen. Elle conçoit, fabrique et commercialise une large gamme de compléments nutritionnels destinés à améliorer la qualité et/ou le rendement des productions végétales (grandes cultures, vigne, arboriculture, maraîchage). Utilisables en Agriculture Biologique, ces compléments permettent d'améliorer les qualités nutritives des produits agricoles (teneur en protéines, teneur en sucres, teneur en oligo-éléments, résistance aux meurtrissures, conservation, etc...). L'outil industriel répond aux exigences spécifiées en terme d'Installation Classée pour la Protection de l'Environnement. Il est spécifiquement dédié à la formulation, la fabrication et le conditionnement des produits.

L'étude se limitera à l'atelier de conditionnement des produits, aujourd'hui en partie automatisé.

### 1- Atelier de conditionnement des produits

Les produits réalisés par l'entreprise Agronutrition se présentent sous forme liquide et sont élaborés et stockés dans des cuves avant d'être conditionnés dans des bidons de 5, 10, 20 ou 40 litres.

Les bidons vides sont livrés par palettes. Le conditionnement des produits consiste en un certain nombre d'opérations réalisées sur des postes spécifiques (Voir schéma d'implantation **Figure 1 page 2**):

- ☛ **Poste 1** : dépalettisation des bidons vides.
- ☛ **Poste 2** : remplissage des bidons.
- ☛ **Poste 3** : bouchage des bidons.
- ☛ **Poste 4** : marquage jet d'encre des bidons pour assurer leur traçabilité.
- ☛ **Poste 5** : collage étiquette.
- ☛ **Poste 6** : palettisation des bidons.
- ☛ **Poste 7** : stockage des palettes pleines.



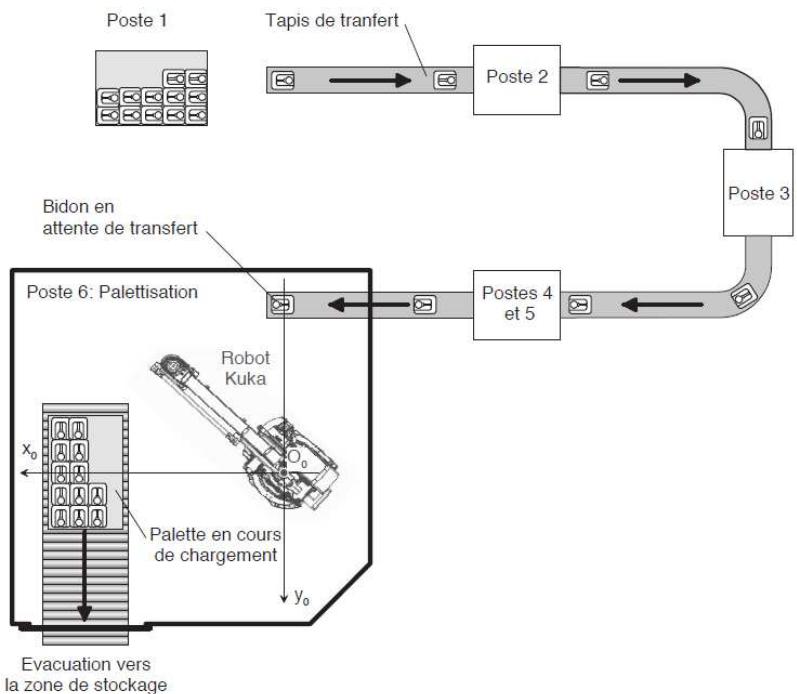
Seules les opérations 2, 3, 4, 5 et 6 sont aujourd'hui entièrement automatisées. En particulier, la palettisation des bidons pleins au poste 6 est réalisée par un robot Kuka KR 180-2 PA dont les caractéristiques sont précisées en **annexe 1, page 12 à 15**.

### Schéma d'implantation

La **Figure 1 ci-contre** représente le schéma d'implantation de l'atelier de conditionnement.

Les bidons sont déposés au poste 1 sur un tapis de transfert motorisé en mouvement continu. La coordination des postes est basée sur le nombre de bidons présents dans les stocks intermédiaires : un poste n'effectuera un cycle de production normal que si au moins un bidon est présent dans le stock amont et que le stock aval n'est pas saturé.

Le poste de palettisation 6 est protégé par une enceinte grillagée. Par mesure de sécurité, son accès est interdit durant les évolutions du robot.



**Figure 1 : Schéma d'implantation**

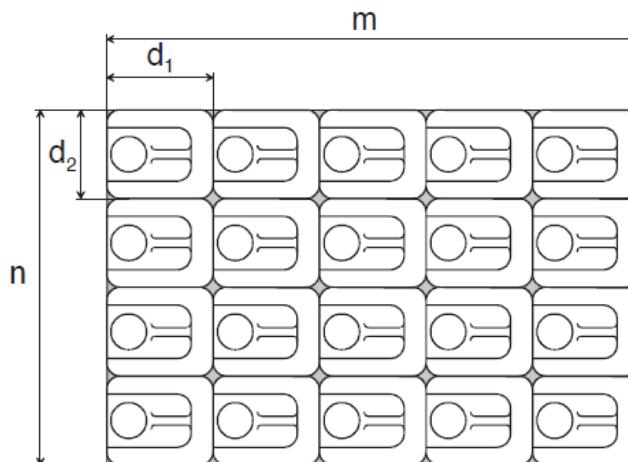
## Exigences du cahier des charges

- ☞ La production est de 20 000 litres de produit par jour.
- ☞ L'entreprise travaille 8 heures par jour.
- ☞ Les palettes sont aux normes européennes de dimensions (mm) : 1200×800 .
- ☞ Le temps nécessaire au remplacement d'une palette pleine par une palette vide au poste 6 est estimé à 2 minutes.

On note d'autre part (voir **Figure 2 ci-dessous**) :

- ☞ **m** : nombre de bidons rangés par longueur de palettes ;
- ☞ **n** : nombre de bidons rangés par largeur de palettes ;
- ☞ **c** : nombre de couches de bidons par palette.

Le **Tableau 1 ci-dessous**, indique les nombres *n*, *m*, *c* de bidons par palette ainsi que leurs dimensions **d<sub>i</sub>** en fonction de leur capacité. La dimension **d<sub>3</sub>** correspond à la hauteur d'un bidon.



**Figure 2 : Palette vue de dessus**

**Tableau 1 : Caractéristiques des bidons suivant leur capacité**

Capacité (litres)	Conditionnement sur la palette		
	<b>m×d<sub>1</sub></b> (mm)	<b>n×d<sub>2</sub></b> (mm)	<b>c×d<sub>3</sub></b> (mm)
5	<b>10×120</b>	<b>5×160</b>	<b>5×310</b>
10	<b>6×200</b>	<b>5×160</b>	<b>4×360</b>
20	<b>5×240</b>	<b>4×200</b>	<b>3×450</b>
40	<b>4×300</b>	<b>4×200</b>	<b>2×720</b>

**Question 1 :** On se place dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire celui consistant à palettiser des bidons de 5 litres. On se propose de déterminer la durée maximale nécessaire à la dépose d'un bidon sur la palette. A partir des données définies dans le cahier des charges :

- Déterminer le nombre de bidons de 5 litres à palettiser par jour ;
- En déduire le nombre de palettes à produire par jour ;
- En déduire le temps nécessaire en minutes, à la composition d'une palette, en incluant le temps de changement d'une palette ;
- En déduire la durée maximale nécessaire à la dépose d'un bidon sur la palette en secondes.

## 2- Etude du poste de palettisation 6

La pièce maîtresse du poste 6 est un robot de palettisation Kuka KR 180-2 PA (voir **annexe 1, pages 12 à 15**). Ses fonctions de service (voir **Figure 3 ci-dessous**) sont définies ci-après :

FP1	Déposer les bidons sur la palette
FP2	Déposer les cartons sur la palette (fonction non étudiée)
FS3	Piloter le robot
FS4	Alimenter en énergie électrique les actionneurs
FS5	Protéger l'environnement lors des évolutions du robot

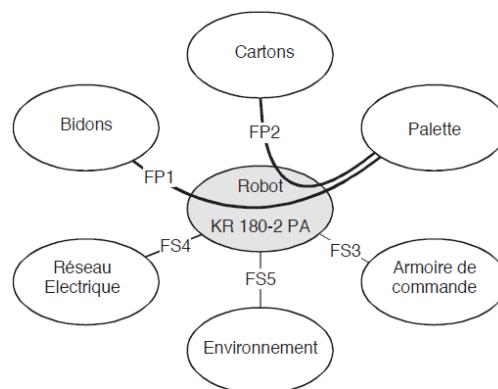


Figure 3 : Diagramme des interacteurs

### Objectif

On se propose de vérifier que les caractéristiques du robot permettent de satisfaire la cadence de production imposée par le cahier des charges.

### Données

- ☞ Le temps  $t_{P2}$  de remplissage d'un bidon de 5 litres au poste 2 est de 6 secondes.
- ☞ Le temps  $t_{P3}$  de bouchage d'un bidon au poste 3 est de 3 secondes.
- ☞ Les opérations associées aux postes 4 et 5 se font à la " volée ", sans arrêt du bidon, leur durée est donc négligeable.
- ☞ Le grafcet de la **Figure 16, annexe 2, page 16** représente le fonctionnement normal du poste de palettisation. Les positions du robot sont spécifiées dans l'**annexe 3, page 17** ainsi que les étapes correspondantes du grafcet de fonctionnement normal.
- ☞ Dans la position de référence notée P0,  $\alpha_1 = 45^\circ$  (voir **Figure 13, annexe 1, page 14** pour la signification de l'angle  $\alpha_1$ ).

### Caractéristiques des déplacements du robot

Une simulation a permis d'estimer les amplitudes des déplacements des différents axes  $A_i$  du robot lors de la dépose d'un bidon sur la palette.

Afin de déterminer la durée d'un déplacement, seul est pris en compte, parmi les axes  $A_i$  sollicités, celui dont l'amplitude, en valeur absolue, est la plus importante lors de ce déplacement.

Les résultats sont consignés dans le **Tableau 2, ci-contre**.

Le profil de vitesse lors de ces déplacements est représenté **Figure 4**. Si la course est trop faible le déplacement peut être un déplacement en triangle avec une vitesse maximale  $\omega_1 \leq \omega_{\max}$ .

Tableau 2 : Amplitudes maximales lors des déplacements

Cas	Déplacements	Axe	Amplitude maximale	$\omega_{\max}$ (°/s)	$\dot{\omega}_{\max}$ (°/s <sup>2</sup> )
1	$P_0 \rightarrow P_1, P_i \rightarrow P_0$	$A_1$	$45^\circ$	105	300
2	$P_1 \rightarrow P_i$	$A_1$	$90^\circ$	105	300
3	$P_1 \rightarrow P_2, P_2 \rightarrow P_1, P_i \rightarrow P_j, P_j \rightarrow P_i$	$A_3$	$15^\circ$	105	300

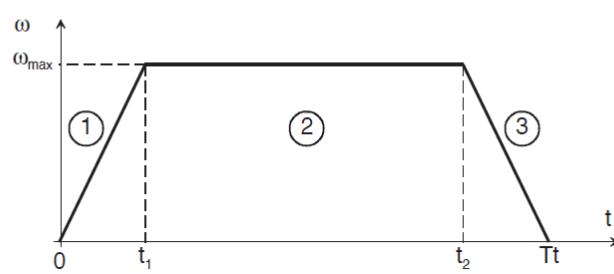


Figure 4 : Profil des vitesses

**Question 2 :** Déterminer, pour les cas 2 et 3 définis dans le **Tableau 2, ci-dessus**, la durée  $d_i$  des différentes phases du profil de vitesse. En déduire le temps total  $T_t$  nécessaire à ces déplacements. Les résultats seront reportés dans le **tableau 5 du document réponse DR1 page 18**.

**Indépendamment des valeurs calculées question 2-1, on retiendra, pour la suite du sujet, les durées suivantes des différentes opérations :**

Etapes	Opérations	Durée $T_t$ (s)
1	Déplacer le robot de P0 à P1	0,8
3 et 5	Déplacer le robot de P1 à P2 ou de P2 à P1	0,5
4	Prendre le bidon	0,1
7	Déplacer le robot de P1 à Pi	1,2
8 et 10	Déplacer le robot de Pi à Pj ou de Pj à Pi	0,5
9	Déposer un bidon	0,1
11	Déplacer le robot de Pi à P0	0,8

Le temps nécessaire à la détermination de la position Pi lors de l'étape 6 est négligeable.

**Question 3 :** En supposant nul le temps d'attente d'un bidon lors de l'étape 2, déterminer le temps  $t_{P6}$  nécessaire à la dépose d'un bidon sur la palette, temps nécessaire au robot pour partir de la position P0 et revenir en P0.

On considère comme instant initial l'instant où le premier bidon arrive au poste 6 suite à la mise en route du système de conditionnement. Le niveau  $Q(t)$  du stock de bidons en amont du poste 6 évolue alors comme indiqué **Figure 5 ci-dessous** avec :

- Phase ① Chargement palette 1
- Phase ② Evacuation palette 1
- Phases ③ ④ Chargement palette 2
- Phase ⑤ Evacuation palette 2

Le cycle se reproduit ensuite identique à lui-même pour les autres palettes.

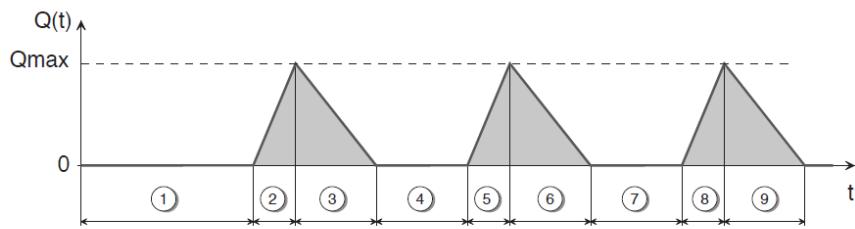


Figure 5 : Evolution du stock en amont du poste 6

**Question 4 :** Justifier que le niveau  $Q(t)$  du stock en amont du poste 6 n'évolue pas lors de la phase 1. Vous considérerez pour cela les durées des opérations  $t_{P2}$  et  $t_{P3}$  (voir données de la page3) des postes 2 et 3 qui travaillent en parallèle. Quel est alors le temps d'attente d'un bidon lors de l'étape 2 ?

**Question 5 :** Déterminer  $\dot{Q}(t)$  la vitesse d'augmentation du stock (en bidons/s) lors de la phase 2 puis  $Q_{\max}$  le niveau maximal atteint. La longueur de 4 mètres de la zone de stockage est-elle suffisante ?

**Question 6 :** Déterminer :

- la vitesse de diminution du stock lors de la phase 3 puis la durée  $t_3$  de cette phase 3 ;
- le nombre de bidons chargés sur la palette lors de cette phase ;
- la durée  $t_4$  de la phase 4.

**Question 7 :** En déduire le temps nécessaire à la formation d'une palette correspondant à la durée des phases 3, 4 et 5. Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges.

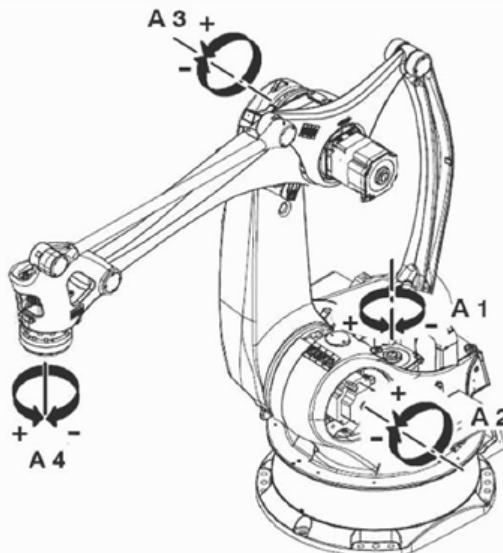
### 3- Asservissement en position de l'axe A1

#### Objectif

On s'intéresse à l'asservissement en position de l'axe A1 du robot 4 axes représenté sur la **figure 6 ci-contre**.

On souhaite s'assurer que la chaîne fonctionnelle d'asservissement permet de respecter les performances souhaitées en termes de précision, stabilité et amortissement tout en restant peu sensible aux variations de l'inertie du robot suivant la charge transportée.

Les performances souhaitées sont données par le cahier des charges dans le **Tableau 3 page 5**



**Figure 6 :**  
Robot 4 axes

#### Données

L'axe A<sub>1</sub> est mu par un servomoteur qui présente l'avantage de posséder une très faible inertie. Le comportement électromécanique de ce type de moteur est donné par les équations suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + e(t) \quad (1)$$

$$e(t) = k_E \cdot \omega_m(t) \quad (2)$$

$$J_e \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = k_C \cdot i(t) \quad (4)$$

Avec u(t) la tension appliquée aux bornes du moteur, i(t) le courant d'induit, e(t) la force contre électromotrice, ω<sub>m</sub>(t) la vitesse de rotation du moteur, c<sub>m</sub>(t) le couple délivré par le moteur, c<sub>r</sub>(t) le couple résistant ramené sur l'arbre moteur et J<sub>e</sub> l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur.

Le réducteur retenu pour la transmission du mouvement de l'arbre moteur à l'axe 1 du robot est un réducteur Harmonic-Drive. Les caractéristiques de l'ensemble moteur-réducteur sont les suivantes :

- k<sub>E</sub> = 0,2 V.s.rad<sup>-1</sup> : constante de force électromotrice ;
- k<sub>C</sub> = 0,2 N.m.A<sup>-1</sup> : constante de couple ;
- R = 2 Ω : résistance de l'induit ;
- J<sub>m</sub> = 4.10<sup>-3</sup> kg.m<sup>2</sup> : inertie de l'ensemble axe moteur et réducteur sur l'arbre moteur ;
- N = 200 : rapport de réduction.

L'inertie J<sub>1</sub> du robot autour de l'axe (O<sub>1</sub>, z̄<sub>1</sub>) dépend de la configuration du robot et de la masse transportée. Elle est telle que :

- J<sub>1mini</sub> = 50 kg.m<sup>2</sup> lorsque le déplacement a lieu à vide ;
- J<sub>1maxi</sub> = 200 kg.m<sup>2</sup> lorsque la masse transportée est de 50 daN.

L'inertie équivalente J<sub>e</sub> ramenée sur l'arbre moteur est alors égale à :

- J<sub>emini</sub> = 5,25.10<sup>-3</sup> kg.m<sup>2</sup> lorsque le déplacement a lieu à vide ;
- J<sub>emaxi</sub> = 9.10<sup>-3</sup> kg.m<sup>2</sup> lorsque la masse transportée est de 50 daN.

## Cahier des charges

Stabilité :	Marge de phase supérieure à $45^\circ$ : $M_\phi \geq 45^\circ$ .
Précision :	Erreur statique inférieure à $0,005^\circ$ : $\varepsilon_S \leq 0,005^\circ$ (avec ou sans perturbation) Erreur de poursuite (avec ou sans perturbation) en réponse à une consigne en rampe de pente $\Omega_0 = 105^\circ/\text{s}$ inférieure à $1^\circ$ : $\varepsilon_T < 1^\circ$
Amortissement :	Dépassement de la valeur finale inférieur à 20% pour un échelon de consigne
Rapidité :	Un temps de réponse à 5 % inférieur à 0,1 s : $t_{5\%} \leq 0,1 \text{ s}$

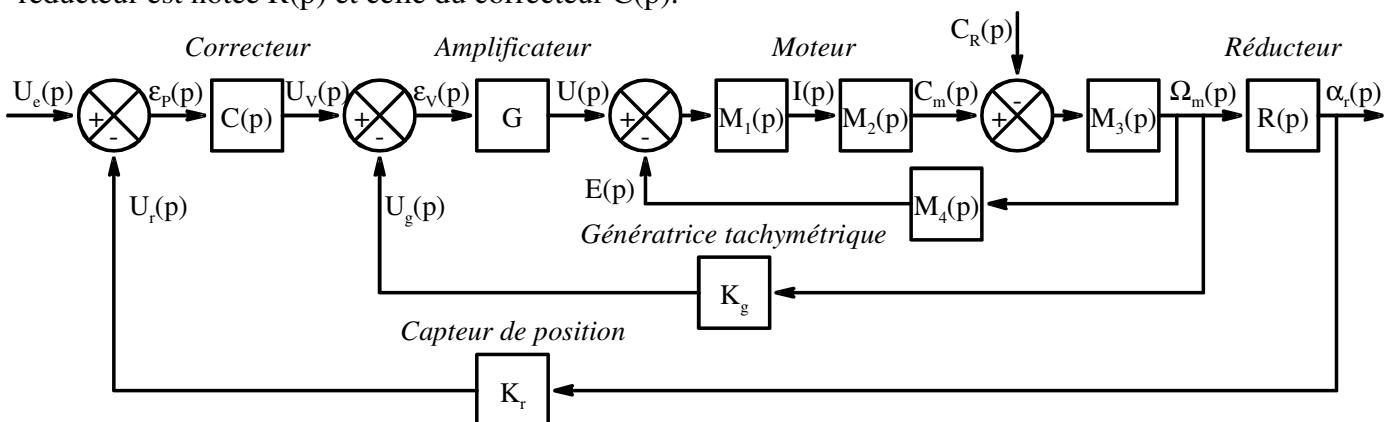
**Tableau 3** : Cahier des charges de l'asservissement en vitesse et position de l'axe A1

## **Modélisation de l'asservissement**

La chaîne fonctionnelle de l'asservissement de l'axe A<sub>1</sub> est représentée **Figure 7, ci-dessous.**

La boucle interne réalise une correction de vitesse à partir de la tension  $u_g(t)$  fournie par une génératrice tachymétrique de gain  $K_g$  montée en prise directe sur le moteur.  $G$  est le gain réglable de l'amplificateur de puissance.

La boucle externe réalise la correction de position à partir de la tension  $u_r(t)$  fournie par le capteur de position de gain  $K_r$  monté en prise directe sur l'arbre de sortie du réducteur. La fonction de transfert du réducteur est notée  $R(p)$  et celle du correcteur  $C(p)$ .



**Figure 7 : Asservissement en vitesse et position de l'axe A1**

Dans les 2 paragraphes suivants (question 3.1 à 3.8) on suppose que la perturbation est nulle :  $C_r(p) = 0$ .

### Fonction de transfert du moteur

**Question 8 :** Donner l'expression littérale de l'inertie équivalente  $J_e$  ramenée sur l'arbre moteur en fonction de  $J_m$  et de  $J_L$

**Question 9 :** Donner les transformées de Laplace des équations (1) à (4) du moteur définies au paragraphe 3.2 page 6 en considérant nulles les conditions initiales.

**Question 10 :** En déduire les expressions littérales, en fonction de la variable de Laplace  $p$  et des constantes du moteur, des fonctions de transfert :  $M_1(p)$ ,  $M_2(p)$ ,  $M_3(p)$  et  $M_4(p)$ .

**Question 11 :** En déduire la fonction de transfert  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  du moteur (avec  $C_r(p) = 0$ ). On

l'exprimera sous la forme canonique avec un gain  $K_m$  et une constante de temps  $\tau_m$ . Donner les expressions littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$  et donner leurs valeurs numériques avec unités.

- Question 12 :** Calculer, suivant l'inertie  $J_e$  mini ou maxi du robot, les caractéristiques suivantes du moteur.
- constante de temps  $\tau_m$  (mini et maxi) ;
  - temps de réponse à 5 % (mini et maxi) ;
  - bande passante à -3 dB (mini et maxi) ;

Conclure quant à l'influence de l'inertie du robot sur les performances du moteur.

## Étude de la boucle de vitesse

- Question 13 :** La tension  $u_g(t)$  en sortie de la génératrice tachymétrique varie de 0 à 12 V quand la vitesse de rotation du moteur varie de 0 à  $3500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . En déduire la valeur en  $\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$  du gain  $K_g$  de la génératrice tachymétrique.

- Question 14 :** Déterminer, en fonction de  $G$ ,  $K_g$ ,  $K_m$  et  $\tau_m$ ,  $H_T(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  la fonction de transfert de la boucle tachymétrique. On l'exprimera sous la forme canonique d'un système du premier ordre de gain  $K_T$  et de constante de temps  $\tau_T$ . Donner les expressions littérales de  $K_T$  et  $\tau_T$ .

- Question 15 :** On choisit pour l'amplificateur un gain  $G = 316$  (sans unités) en déduire, pour  $J_{e\text{mini}}$  et  $J_{e\text{maxi}}$ , les valeurs numériques de  $K_T$  et  $\tau_T$ .

## Étude de la boucle de position

La boucle de position est représentée par la **figure 8 ci-dessous**.

- $K_r = 4 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1}$  gain du capteur de position ;
- $K_a$  : gain de l'adaptateur du signal de consigne  $\alpha_C(t)$  ;
- Le signal de consigne  $\alpha_C(t)$  est exprimé en degré ;
- La position réelle de l'axe A1 peut être exprimée en radian :  $\alpha_r(t)$  ou en degré  $\alpha(t)$  ;
- $C(p)$  est la fonction de transfert du correcteur
- $H_T(p)$  est la fonction de transfert de la boucle tachymétrique :  $H_T(p) = \frac{K_T}{1 + \tau_T p}$
- Le comparateur introduisant la perturbation a été déplacé à gauche de la boucle tachymétrique.

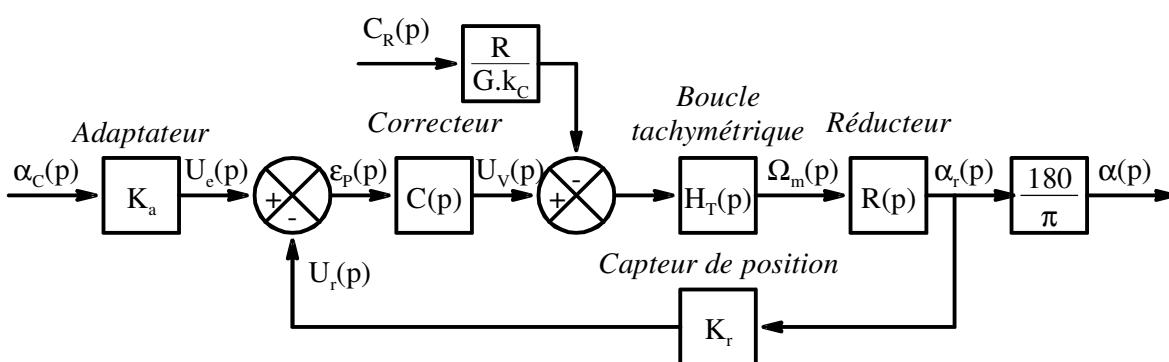


Figure 8 : Asservissement en position de l'axe A1

- Question 16 :** Déterminer en fonction de la variable de Laplace  $p$  et des constantes du système :

- La fonction de transfert du réducteur  $R(p)$
- Le gain  $K_a$  de l'adaptateur (pour un fonctionnement normal :  $\epsilon_p(p) = 0$  lorsque  $\alpha(p) = \alpha_C(p)$ )

**Question 17 :** Compléter les deux schémas bloc du **document réponse DR2 page 18**. Sachant que ces schémas bloc sont équivalents à celui de la figure 8 ci-dessus. Vous utiliserez pour cela la variable de Laplace  $p$  et les constantes du système  $N$ ,  $K_T$ ,  $\tau_T$ ,  $R$ ,  $G$ ,  $k_C$  et  $K_r$ . ainsi que les valeurs numériques 180 et  $\pi$ . Puis donner sur le **document réponse DR2** l'expression de la FTBO non corrigée (FTBO pour  $C(p) = 1$ ).

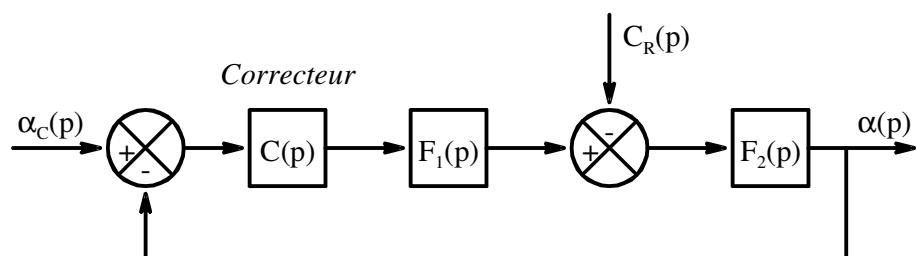
### Dimensionnement du correcteur

Quelque soit les résultats obtenus précédemment on supposera que la boucle de position de la **figure 9 ci-dessous** est équivalent à celle de la **figure 8 page 7**.

- $F_1(p)$  est la fonction de transfert en amont de la perturbation :  $F_1(p) = 2,21 \text{ N.m.deg}^{-1}$
  - $F_2(p)$  est la fonction de transfert en aval de la perturbation :  $F_2(p) = \frac{0,272}{p.(1 + \tau_T.p)} \text{ deg.N}^{-1}.m^{-1}$
- Avec :  $\tau_T \in [5.10^{-3} \text{ s} ; 8,5.10^{-3} \text{ s}]$

- On utilise un correcteur proportionnel de gain  $K_P$  :

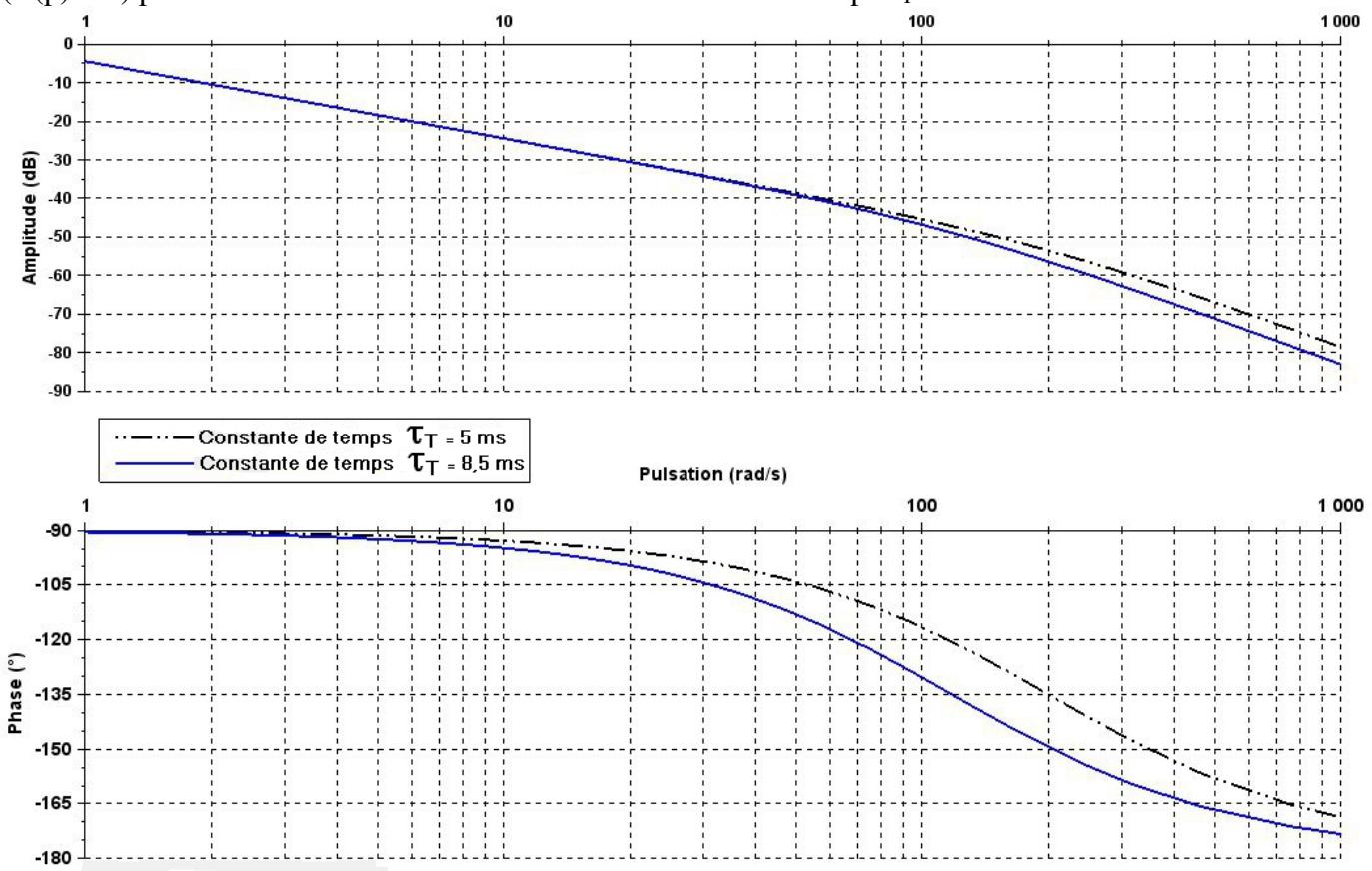
$$C(p) = K_P.$$



**Figure 9 : Asservissement en position de l'axe A1 (Schéma bloc simplifié)**

**Question 18 :** Donner l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) de cet asservissement en fonction de  $p$ ,  $\tau_T$  et  $K_P$ .

On donne ci-dessous le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte non corrigée ( $C(p) = 1$ ) pour les deux valeurs extrémiales de la constante de temps  $\tau_T$  :



**Figure 10 : Diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée**

**Question 19 :** A partir de cette expression numérique de la FTBO :

- Donner l'expression, en fonction de la pulsation  $\omega$ , de  $\tau_T$  et de  $K_P$ , du gain dynamique en décibel  $G_{dBBO}(\omega)$  de la FTBO de cet asservissement.
- Déterminer la condition sur le gain  $K_P$  permettant de respecter le critère de stabilité du cahier des charges, quelque soit la valeur de  $\tau_T$ . Détailler votre raisonnement en utilisant le diagramme de Bode ci-dessus ou les expressions du gain dynamique et de la phase de la FTBO

**Question 20 :** On suppose que la consigne est une rampe de pente  $\Omega_0 = 105 \text{ deg.s}^{-1}$ . Et que la perturbation est un couple constant  $C_{r0} = 0,2 \text{ N.m}$

- Déterminer en fonction de  $C_{r0}$  et  $K_P$ , l'expression de  $\epsilon_S$  l'erreur statique avec perturbation. Vous justifierez précisément votre résultat.
- Déterminer en fonction de  $C_{r0}$ ,  $\Omega_0$  et  $K_P$ , l'expression de l'erreur de trainage  $\epsilon_T$  due à la consigne en rampe avec la perturbation. Vous justifierez précisément votre résultat.
- En déduire la condition sur le gain  $K_P$  permettant de respecter les deux critères de précision du cahier des charges.

**Question 21 :** On utilise un correcteur de gain  $K_P = 200$  :  $C(p) = 200$ .

- Déterminer avec ce correcteur, l'expression numérique de la Fonction de Transfert en Boucle Fermée. Puis déterminer les valeurs de ses éléments caractéristiques pour les 2 valeurs de  $\tau_T$ .
- On rappelle que  $D_{k\%}$  la valeur du  $k^{\text{ème}}$  dépassement relatif pour un second ordre est fonction du facteur d'amortissement  $\xi$  par la relation :  $D_{k\%} = e^{\frac{-k.\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ . Conclure sur le respect du cahier des charges avec ce correcteur de gain  $K_P = 200$ . Vous justifierez précisément votre réponse pour chacun des critères du cahier des charges.

**Amélioration des performances de l'asservissement**

On souhaite maintenant obtenir un asservissement permettant d'obtenir une erreur statique en réponse à un échelon et une erreur de trainage en réponse à une rampe toutes les deux nulles.

**Question 22 :** Parmi les quatre types de correcteur suivant : Proportionnel, Intégral, Proportionnel Intégral et à Avance de Phase, quels sont ceux qui à priori permettent de répondre au cahier des charges avec une erreur (statique et de trainage) nulle ? Justifier votre réponse pour chacun des quatre types.

Pour satisfaire à tous les critères du cahier des charges (temps de réponse inclu) avec une erreur nulle, on utilise un correcteur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) de fonction de transfert :  $C(p) = \frac{K.(1 + T.p)^2}{p}$ .

Pour cela ce correcteur est dimensionné de tel sorte à ce que sa marge de phase soit de  $M_\phi = 70^\circ$  à la pulsation de coupure  $\omega_{0dB} = 75 \text{ rad.s}^{-1}$ .

**Question 23 :** Donner les expressions, en fonction de  $\omega$ ,  $T$  et  $K$ , de la phase et du gain dynamique de ce correcteur à la pulsation  $\omega$ .

**Question 24 :** Déterminer les constantes  $K$  et  $T$  de ce correcteur permettant d'obtenir une marge de phase de  $M_\phi = 70^\circ$  à la pulsation de coupure  $\omega_{0dB} = 75 \text{ rad.s}^{-1}$ . Vous ferez le dimensionnement de ce correcteur pour une constante de temps  $\tau_T = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . On suppose que si le cahier des charges est respecté pour  $\tau_T = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  il l'est également pour  $\tau_T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

Avec le correcteur PID ainsi dimensionné, on obtient (voir figure 11 ci-dessous) par simulation numérique les réponses temporelles du système à un échelon de  $20^\circ$  et une rampe de  $105^\circ \cdot s^{-1}$ .

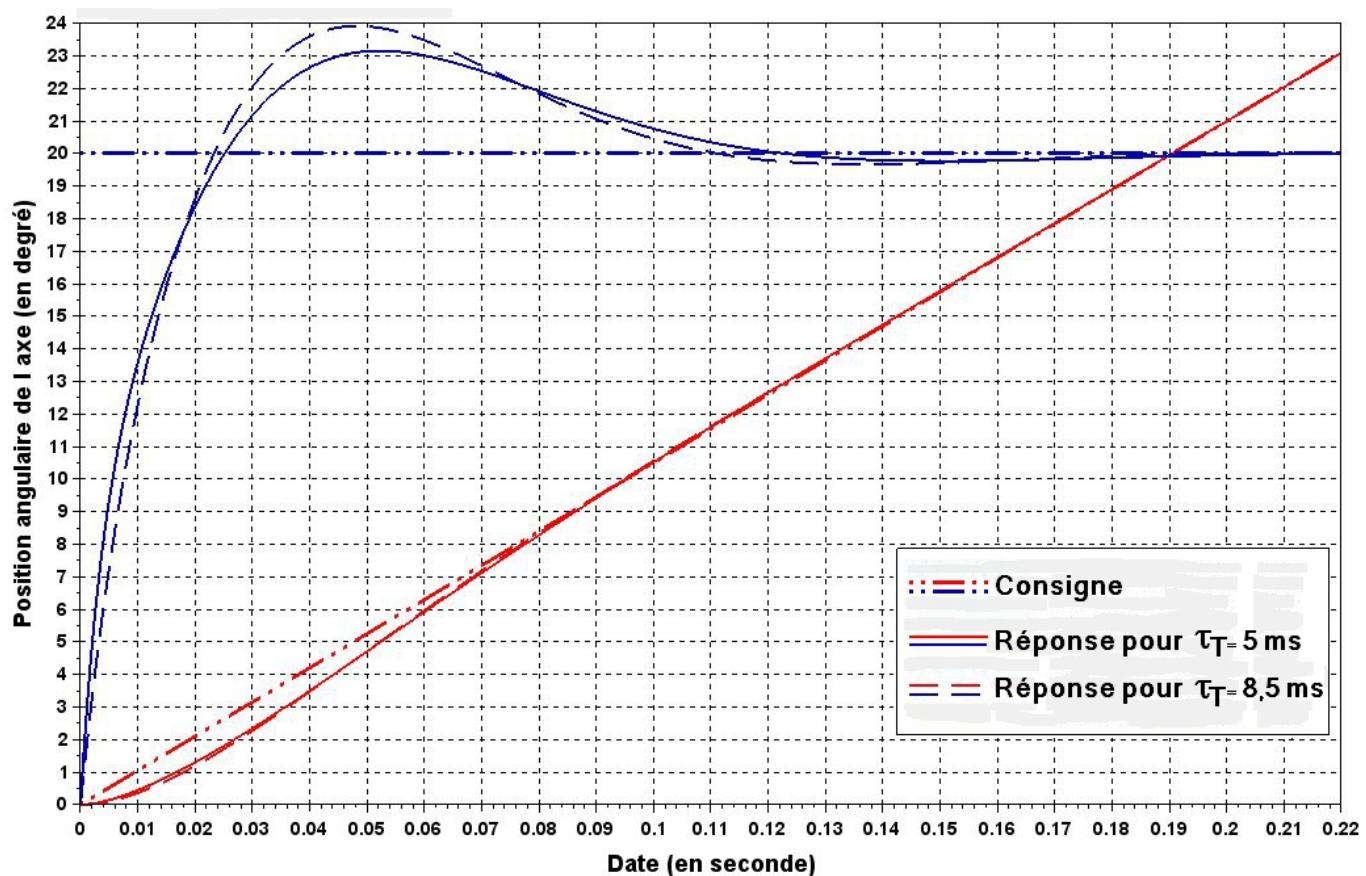


Figure 11 : Réponses temporelles 5simulations) avec le correcteur PID

**Question 25 :** Le cahier des charges est-il respecté ? Justifier votre réponse.

#### 4- Analyse géométrique du robot

##### Objectif

On souhaite s'assurer que, pour tous les conditionnements de produit, le robot pourra mettre en position le bidon le plus éloigné situé dans les coins du bord extérieur de la palette.

##### Données

- L'espace de travail du robot est défini (Figure 15, annexe 1, page 15).
- Les palettes sont disposées symétriquement par rapport à l'axe ( $O_0, \overrightarrow{x_0}$ ) (voir Figure 1, page 1) et leur bord intérieur est situé à une distance de 1,6 mètre du point  $O_0$ .
- Le plan supérieur de la palette est situé à une hauteur de 200 mm du sol.
- On suppose que l'axe vertical de symétrie d'un bidon est confondu avec l'axe ( $O_4, \overrightarrow{z_4}$ ) et que la face supérieure d'un bidon est située dans le plan.
- Distance d'approche  $P_iP_j = 0,5 \times \text{hauteur d'un bidon}$  (voir Grafset annexe 2, page 16).

**Question 26 :** A partir des données précédentes, calculer, pour les quatre type de bidons, la hauteur par rapport au sol du plan supérieure de la palette. En déduire pour quel type de bidon le conditionnement est le plus critique.

**Question 27 :** Répondre uniquement sur le document réponse DR3 page 19/19.

Pour ce type de bidon :

- Représenter sur la figure 17 du document réponse DR3 page 19/19 la palette pleine (un tracé à main levée est suffisant).
- Indiquer sur ce document les coordonnées  $X_4$ ,  $Y_4$ , et  $Z_4$  du point  $O_4$  dans le repère  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  dans le cas (ou les cas) le plus défavorable.
- En déduire la distance  $d_4$  entre ce point  $O_4$  et l'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$  et conclure sur la capacité du robot à réaliser la palettisation.

## 5- Analyse cinématique du robot

### Objectif

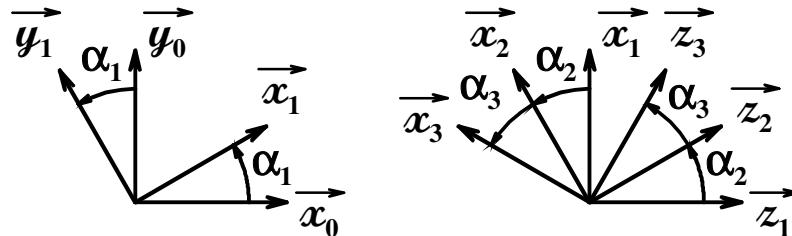
On souhaite s'intéresser à la manière de piloter les axes A2 et A3 du robot pour obtenir un déplacement vertical du poignet.

### Données et paramétrage

On donne les dimensions du robot dont le schéma cinématique est donné Figure 13 page 15/20 :

$$O_2O_3 = O_6O_7 = 1250 \text{ mm} \quad O_3O_{10} = O_8O_9 = 1350 \text{ mm} \quad O_2O_6 = O_3O_7 = O_3O_8 = O_9O_{10} = 500 \text{ mm}$$

On donne les paramètres angulaires  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  liés aux liaisons entre les solides 0&1, 1&2 et 2&3. D'où :



D'autre part on a :  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$      $\vec{y}_1 = \vec{y}_2 = \vec{y}_3$      $O_2O_3 = 1250 \cdot \vec{x}_2$      $O_3O_{10} = 1350 \cdot \vec{x}_3$   
 Et :     $\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\alpha}_2 \cdot \vec{y}_2$      $\vec{\Omega}_{3/2} = \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{y}_3$

**Question 28 :** Justifier l'égalité suivante entre les vecteurs vitesses :  $\overrightarrow{V_{O_4 \in 4/1}} = \overrightarrow{V_{O_{10} \in 3/1}}$

**Question 29 :** Déterminer l'expression, en fonction de  $\dot{\alpha}_2$  et  $\dot{\alpha}_3$ , des vecteurs vitesses  $\overrightarrow{V_{O_3 \in 2/1}}$  et :  $\overrightarrow{V_{O_{10} \in 3/1}}$ .  
 Et en déduire les coordonnées du vecteur vitesse  $\overrightarrow{V_{O_{10} \in 3/1}}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

**Question 30 :** La position du bidon dans l'espace se fait avec des coordonnées cylindriques. celles du point  $O_4$  sont :  $\rho$ ,  $h$  et  $\alpha_1$     on a donc :  $O_0O_4 = \rho \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{z}_1$     avec :  $\alpha_1 = (\widehat{\vec{x}_0, \vec{x}_1})$  et  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$

a) Déterminer  $\dot{\rho}$  et  $\dot{h}$  en fonction de  $\dot{\alpha}_2$ ,  $\dot{\alpha}_3$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$ .

b) Quel est l'intérêt d'un tel résultat ?

c) On se place dans le cas d'un déplacement vertical du Bidon à la vitesse  $V_z = \dot{h}$  on a :  $\dot{\rho} = \dot{\alpha}_1 = 0$ .  
 Déterminer l'expression des vitesses angulaires des axes A2 et A3 (soit  $\dot{\alpha}_2$  et  $\dot{\alpha}_3$ ) en fonction de la vitesse verticale du bidon :  $V_z$  et des positions angulaires des axes 2 et 3 :  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$ .

----- Fin de l'énoncé -----

## ANNEXE 1 : CARACTERISTIQUES DU ROBOT KUKA KR 180-2 PA

### Domaines d'application

Le robot Kuka KR 180-2 PA est un robot industriel à quatre axes à cinématique articulée, pouvant être mis en œuvre pour toutes les tâches avec positionnement point par point et, de manière limitée, pour le contournage.

Ses principaux domaines d'application sont :

- la palettisation,
- la manipulation,
- la dépalettisation.



**Figure 10 : Robot Kuka KR 180-2 PA**

### Ensemble mécanique du robot

Le robot (voir **Figure 11, page 17**) est formé d'une embase fixe **0** sur laquelle tourne autour d'un axe vertical le "bâti de rotation" ou fût **1** qui supporte l'épaule **2**, le bras **3** et le poignet **4**.

La charge utile et le poids mort des composants articulés sont compensés statiquement par un système d'équilibrage **9**. Ce système assiste l'épaule **2**.

La bride de fixation du poignet permet de monter le préhenseur **5** (voir **Figure 13, page 17**).

La **Figure 13** représente le schéma cinématique du robot Kuka. On associe à chaque solide  $k$ ,  $k = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , un repère  $R_k (O_k, \vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$ . L'embase **0** est fixée au sol. Le repère  $R_0 (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , lié à l'embase, constitue le repère absolu.

Les liaisons entre les différents solides sont toutes de type pivot :

- d'axe  $(O_0, \vec{z}_0) = (O_1, \vec{z}_1)$  et de paramètre angulaire  $\alpha_1$  entre l'embase **0** et le bâti de rotation **1** ;
- d'axe  $(O_2, \vec{y}_2)$  et de paramètre angulaire  $\alpha_2$  entre l'épaule **2** et le bâti de rotation **1** ;

- d'axe  $(O_3, \vec{y}_3)$  et de paramètre angulaire  $\alpha_3$  entre le bras **3** et l'épaule **2** ;
- d'axe  $(O_4, \vec{y}_4) = (O_5, \vec{y}_5)$  et de paramètre angulaire  $\alpha_4$  entre le poignet **4** et le préhenseur **5** ;
- d'axes  $(O_{10}, \vec{y}_4)$  et  $(O_9, \vec{y}_4)$  entre le poignet **4** et respectivement le bras **3** et la barre **8** ;
- d'axes  $(O_6, \vec{y}_1)$  entre la barre **6** et le bâti rotatif **1** ;
- d'axes  $(O_7, \vec{y}_3)$ ,  $(O_8, \vec{y}_3)$  et  $(O_3, \vec{y}_3)$  entre la pièce **7** et respectivement les barres **6** et **8** et le bras **3**.

L'épaule **2** fait partie du parallélogramme  $O_2O_3O_7O_6$  dont le côté  $O_2O_6$  est solidaire de la pièce **1**.

Le bras **3** fait partie du parallélogramme  $O_3O_8O_9O_{10}$  dont le côté  $O_9O_{10}$  est solidaire du poignet **4**.

La pièce repérée **7** est commune aux deux parallélogrammes.

## ANNEXE 1 : CARACTERISTIQUES DU ROBOT KUKA KR 180-2 PA

### Dimensions du robot et caractéristiques des axes

La **Figure 14, page 18** représente les axes motorisés du robot. L' entraînement est assuré par des servomoteurs brushless sans balais à faible inertie. La mesure de la position angulaire est assurée par un système de mesure absolu avec un résolveur sur chaque axe motorisé. Le frein, le réducteur et le résolveur sont intégrés dans les unités actionneurs.

La **Figure 15, page 18** définit les dimensions principales du robot ainsi que l'enveloppe de travail dont le volume est de  $72,7 \text{ m}^3$ .

Les tableaux ci-dessous indiquent les plages de mouvement de chaque axe par rapport à la position zéro et les caractéristiques des moteurs.

**Tableau 3 : Caractéristiques des axes**

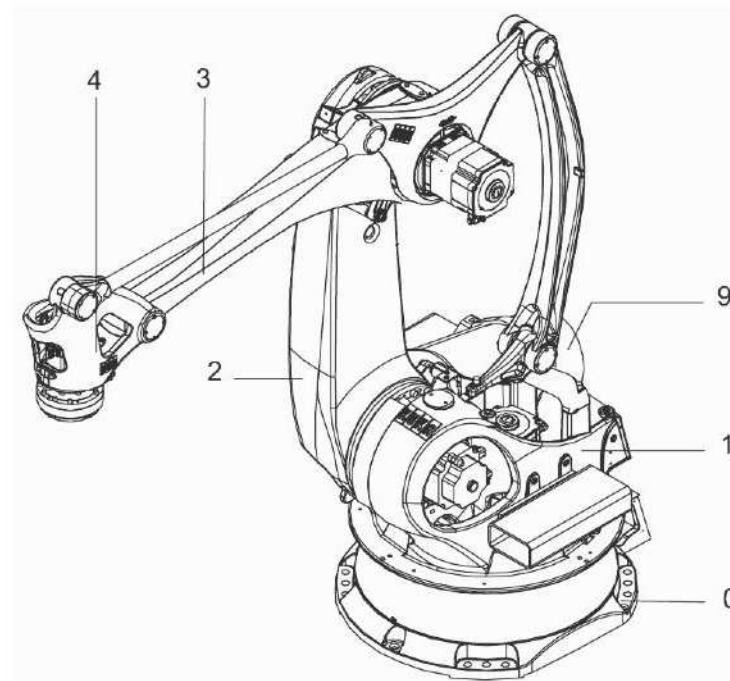
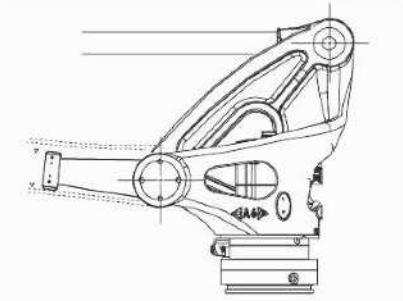
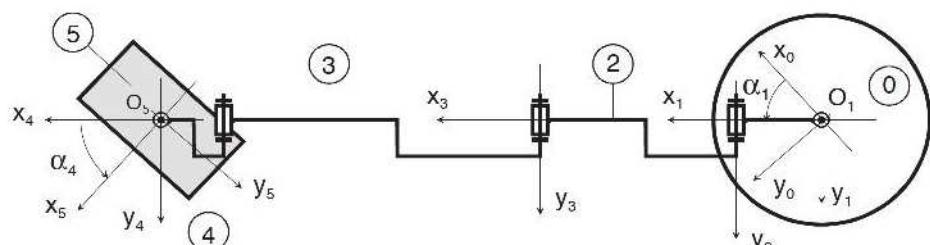
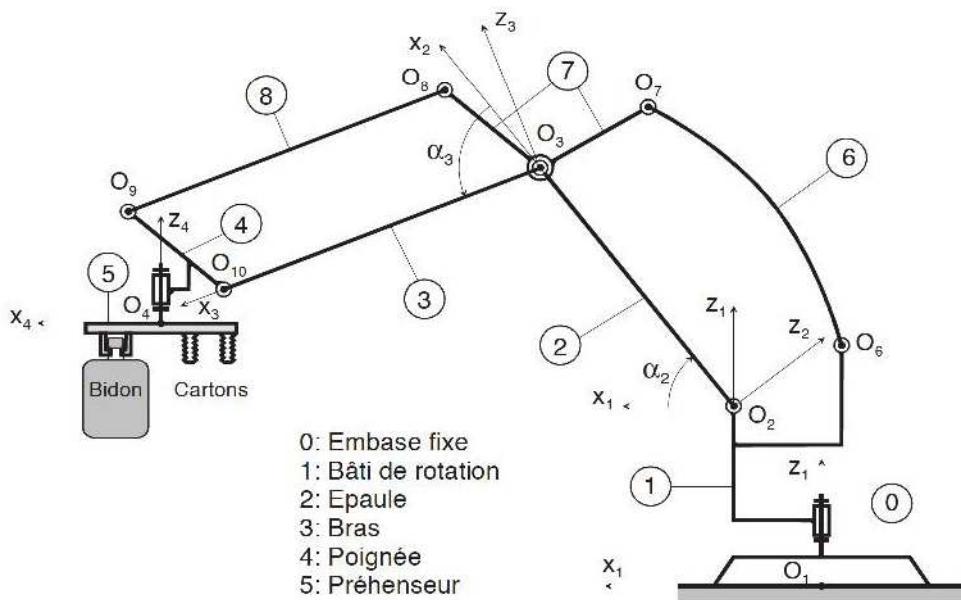
Axe	Plage de mouvements	Vitesse de rotation maxi.	Accélération angulaire maxi.
A1	$-185^\circ < \alpha_1 < +185^\circ$	105°/s	$300^\circ/\text{s}^2$
A2	$-129^\circ < \alpha_2 < 0^\circ$	105°/s	$300^\circ/\text{s}^2$
A3	$-19^\circ < \alpha_3 < 161^\circ$	105°/s	$300^\circ/\text{s}^2$
A4	$-350^\circ < \alpha_4 < 350^\circ$	300°/s	$500^\circ/\text{s}^2$

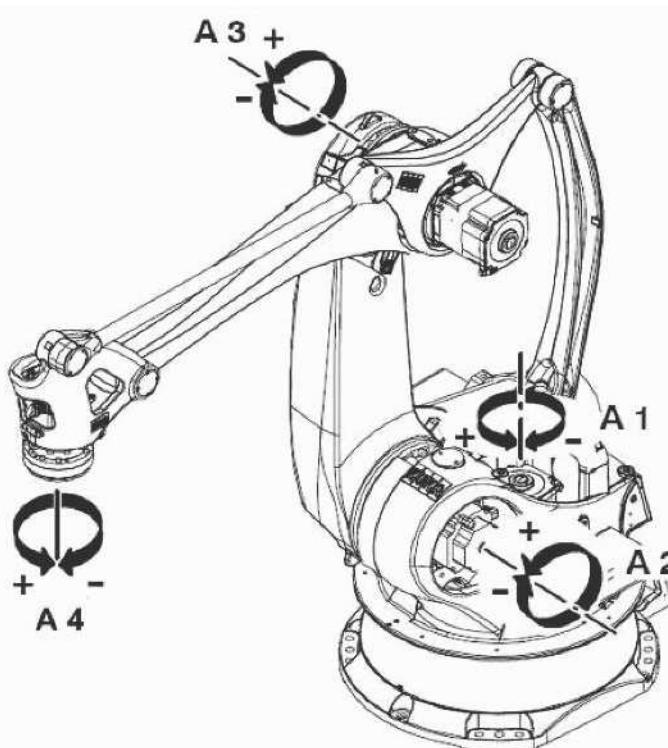
**Tableau 4 : Caractéristiques des moteurs**

Moteur	Axe	Monté sur	Entraîne	Nmaxi (tr.min <sup>-1</sup> )	Puissance (kW)	Réducteur	Frein (Nm)
M1	A1	<b>0</b>	<b>1</b>	3500	4,5	200	5
M2	A2	<b>1</b>	<b>2</b>	3500	3,5	200	5
M3	A3	<b>2</b>	<b>3</b>	3500	2,5	200	5
M4	A4	<b>4</b>	<b>5</b>	3500	1,5	100	5

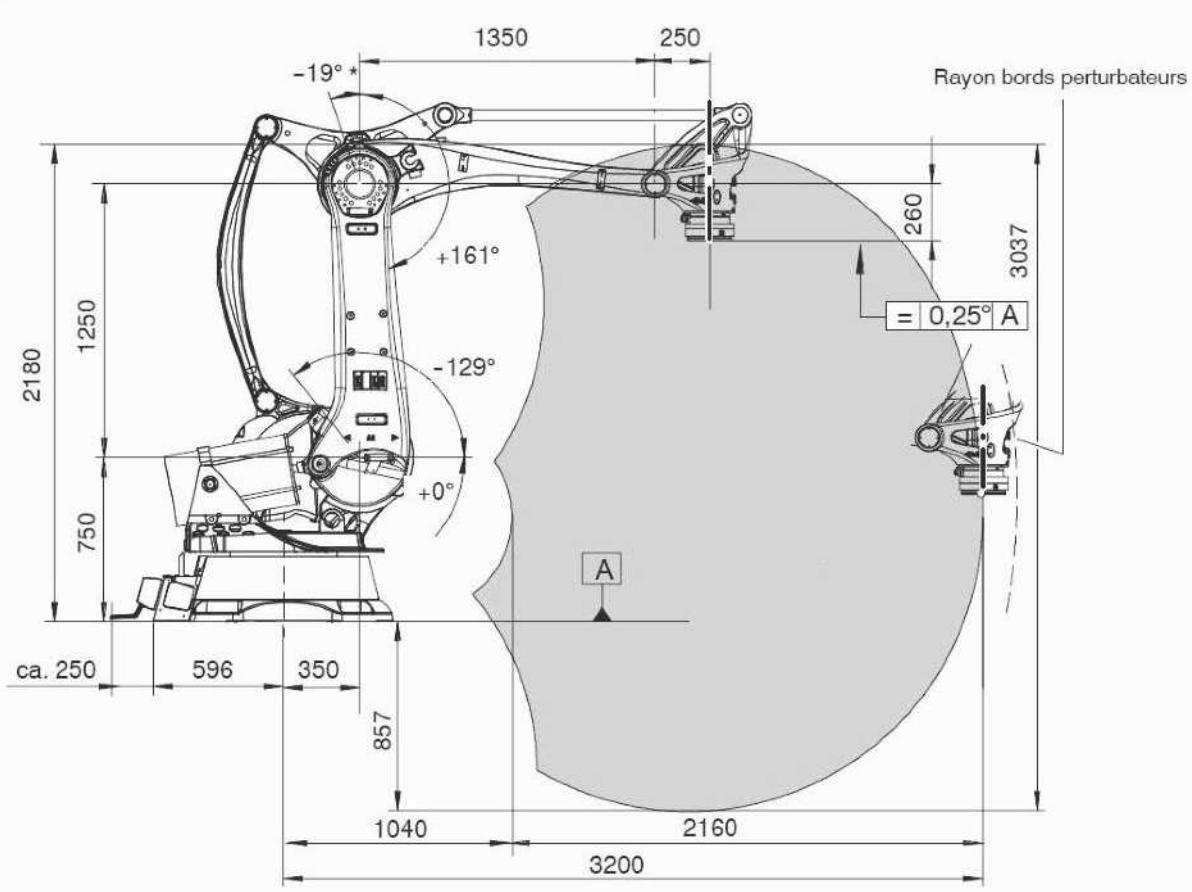
### Charge admissible

La charge dynamique maximale admissible sur le poignet est de 180 daN.

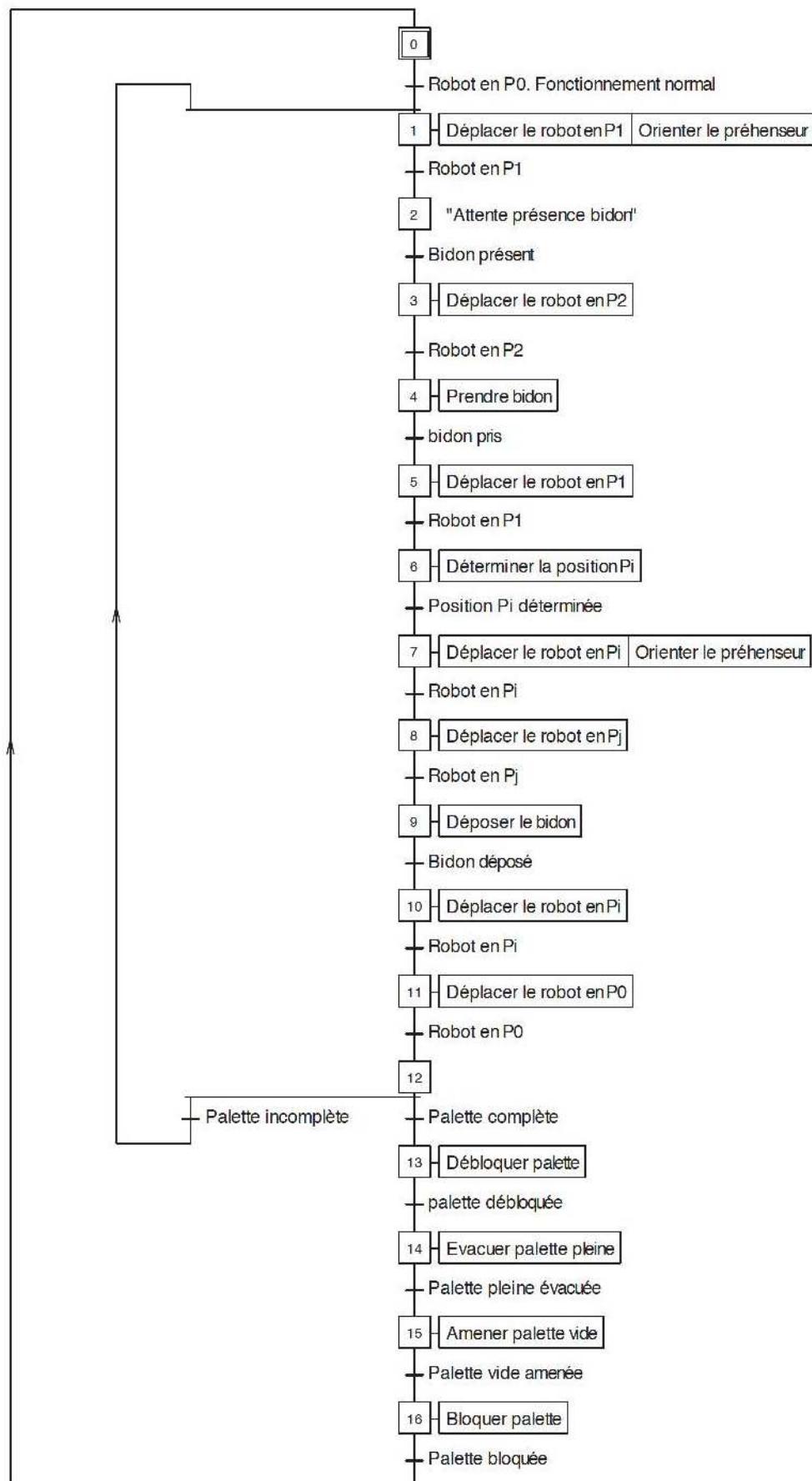
**ANNEXE 1 : CARACTERISTIQUES DU ROBOT KUKA KR 180-2 PA**
**Figure 11 :** Sous-ensembles principaux du robot**Figure 12 :** Bride de fixation**Figure 13 :** Schéma cinématique du robot Kuka

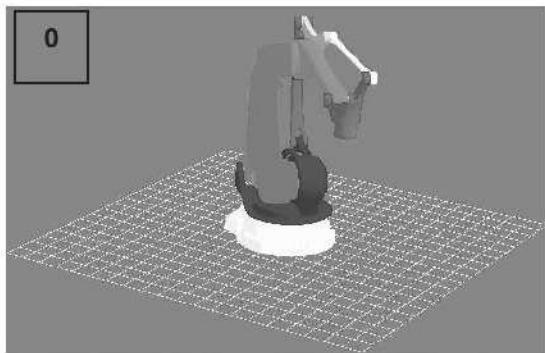
**ANNEXE 1 : CARACTERISTIQUES DU ROBOT KUKA KR 180-2 PA**


**Figure 14 : Axes et sens de rotation du robot**

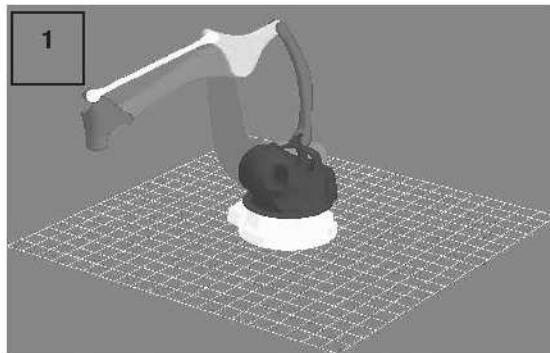


**Figure 15 : Dimensions du robot Kuka KR 180-2 PA**

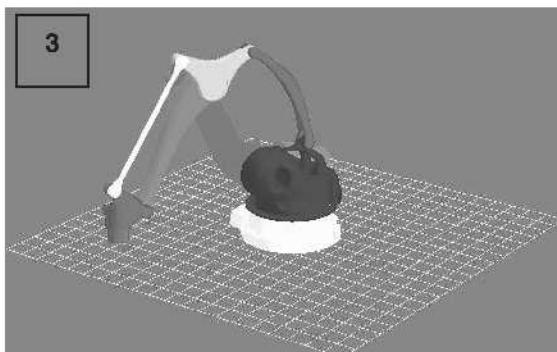
**ANNEXE 2 : GRAFCET DE FONCTIONNEMENT NORMAL DU POSTE 6**
**Figure 16 : Grafcet du poste 6**

**ANNEXE 3 : Positions atteintes par le robot lors de la dépose d'un bidon**

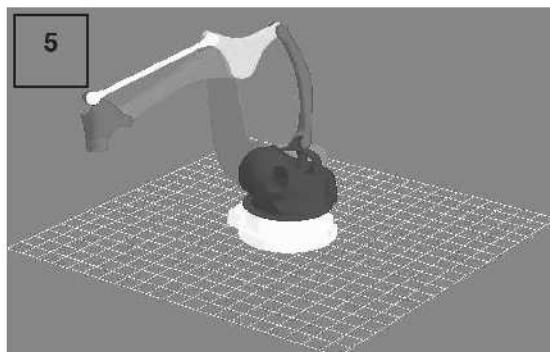
P0 : Robot en position de référence



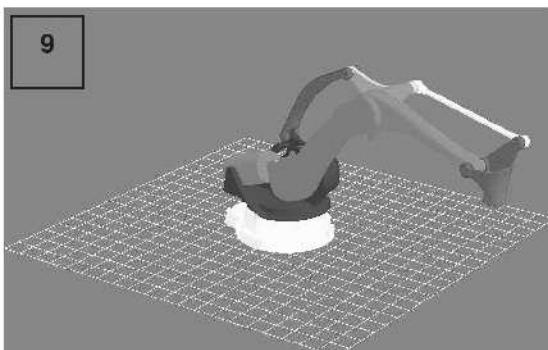
P1 : Robot au-dessus du bidon



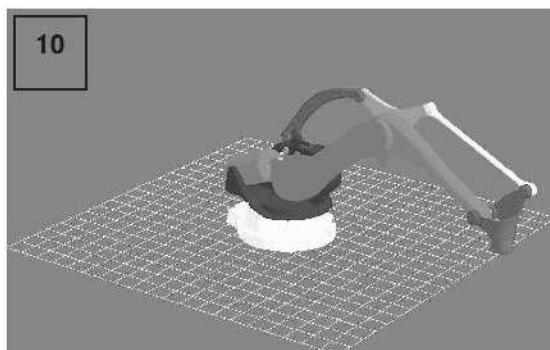
P2 : Prise bidon



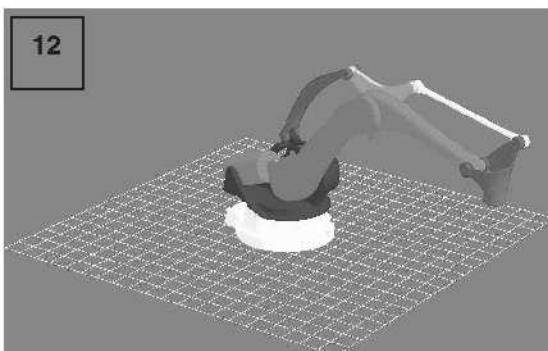
P1 : Retour en P1



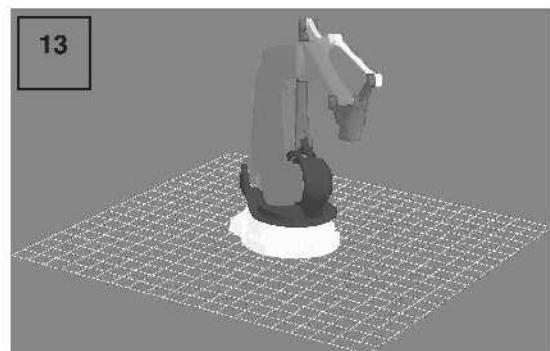
Pi : Robot au-dessus du point de dépose



Pj : Dépose du bidon



Pi : Retour en Pi



P0 : Retour en P0

**Fin de l'énoncé**

## Document réponse DR1

### Question 2

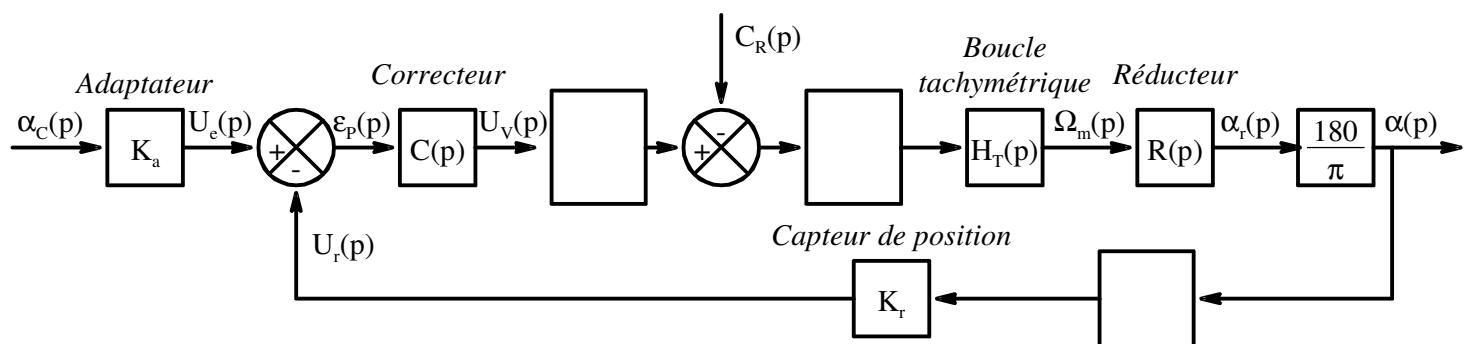
Tableau 5 : Résultats

Cas	Axe	Amplitude maximale	$d_1 = t_1$	$d_2 = t_2 - t_1$	$d_3 = d_1$	$T_t$
1	A1	45°	0,35	0,08	0,35	0,78
2	A1	90°				
3	A3	15°				

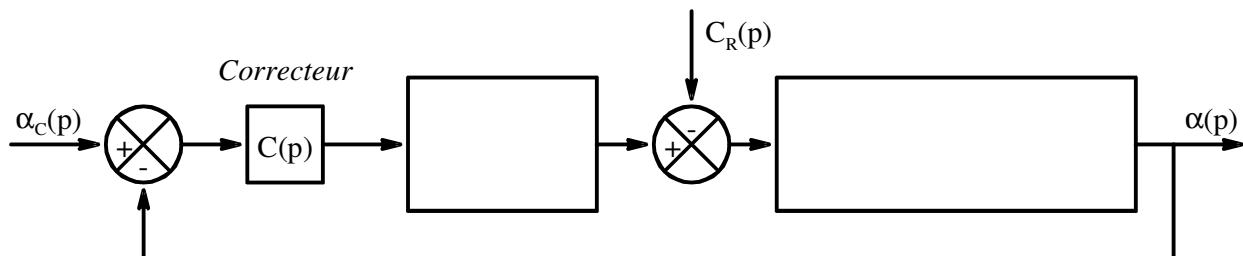
## Document réponse DR2

### Question 17

#### Premier schéma bloc équivalent

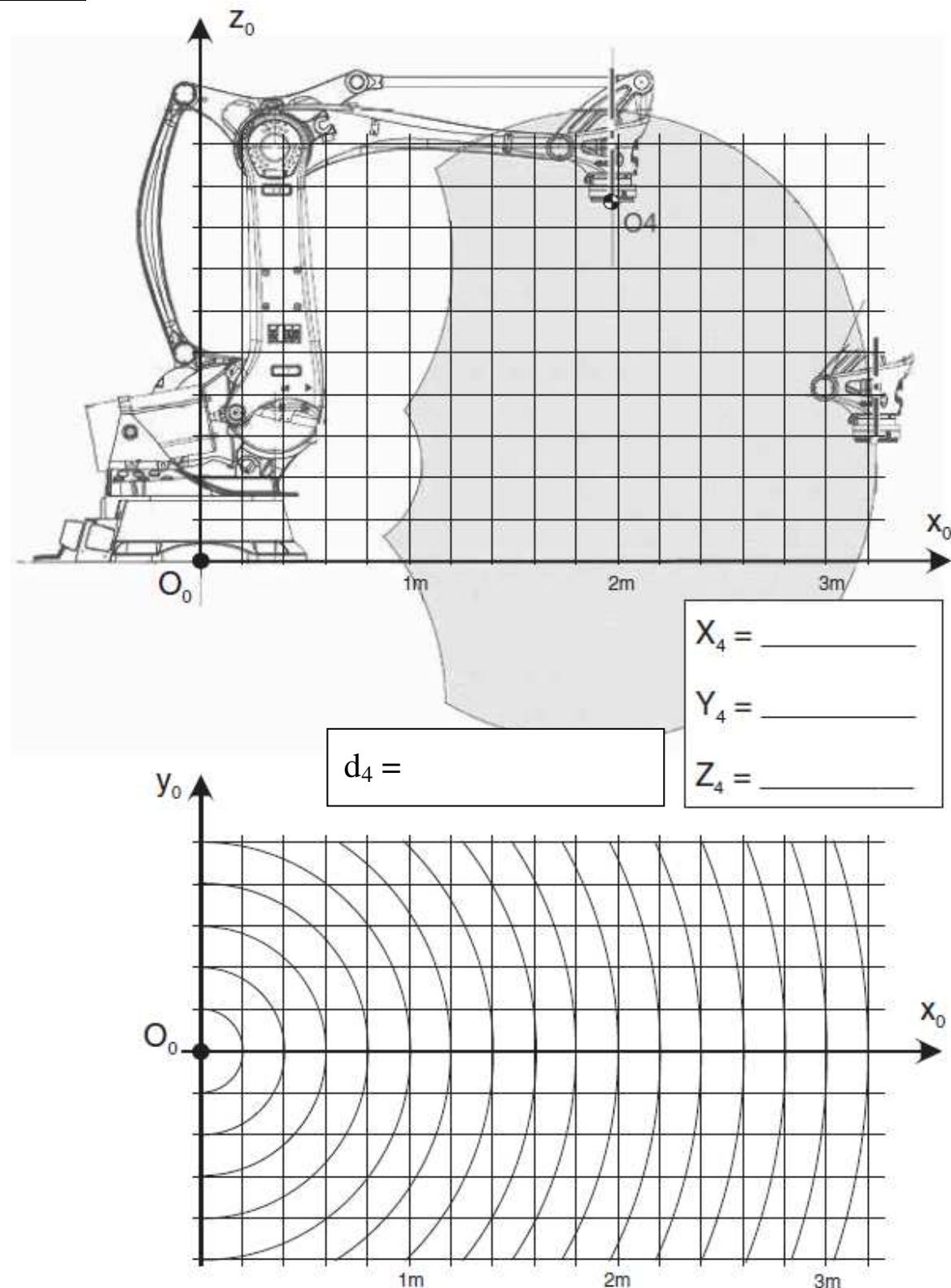


#### Deuxième schéma bloc équivalent



#### FTBO Non corrigée

$$H_{BO}(p) =$$

**Document réponse DR3****Question 27****Figure 17 : Etude de l'accessibilité du robot****Conclusion**